

PLOVNI PUTEVI I LUKE: poglavlje 2

Sadržaj

0	UVOD.....	1
1	GIBANJA MORA.....	1
2	IDEALNI VALOVI.....	1
2.1	DEFINICIJA IDEALNOG VALA.....	1
2.2	VRSTE IDEALNIH VALOVA.....	2
2.3	DETERMINISTIČKI OPIS VALOVA I VALNA OSNOVA.....	2
2.4	MEHANIKA VALOVA KRATKIH PERIODA.....	6
2.4.1	VRSTE I OSNOVA TEORIJA VALOVA KRATKIH PERIODA.....	6
2.4.2	TEORIJA VALOVA MALIH AMPLITUDA.....	13
2.4.2.1	ENERGIJA VALOVA MALIH AMPLITUDA.....	24
2.4.2.2	BRZINA GRUPE VALOVA.....	25
2.4.3	TEORIJE VALOVA KONAČNIH AMPLITUDA.....	27
2.4.3.1	TROHOIDALNA TEORIJA.....	30
2.4.3.2	STOKESOVE TEORIJE.....	34
2.4.3.3	KNOIDALNA TEORIJA.....	40
2.4.3.4	HIPERBOLIČNA TEORIJA VALOVA.....	43
2.4.3.5	TEORIJA SOLITERNOG VALA (USAMLJENOG).....	45
2.4.3.6	TEORIJA STRUJNE FUNKCIJE.....	48
2.4.3.7	KOMPARACIJA TEORIJA PRVOG I VIŠEG REDA.....	49
2.4.3.8	PRIMJENA TEORIJA KONAČNIH AMPLITUDA.....	49
2.4.4	DEFORMACIJE VALOVA KRATKIH PERIODA.....	50
2.4.4.1	LOM VALOVA.....	52
2.4.4.2	DEFORMACIJE VALOVA NA NAGNUTOM DNU USLIJED SMANJENJA DUBINE; UČINAK PLIČINE - SHOALING EFEKT.....	59
2.4.4.3	DEFORMACIJA VALOVA USLIJED TRENJA S DNOM.....	64
2.4.4.4	ZALOMLJAVANJE ILI REFRAKCIJA VALOVA.....	66
2.4.4.5	OGIBANJE ILI DIFRAKCIJA VALOVA.....	83
2.4.4.6	ODBIJANJE ILI REFLEKSIJA VALOVA.....	90
2.4.4.7	PROPUŠTANJE ILI TRANSMISIJA VALOVA.....	101

0 UVOD

1 GIBANJA MORA

2 IDEALNI VALOVI

2.1 DEFINICIJA IDEALNOG VALA

Idealni val je veoma restriktivan fizikalni ili matematički model realnog vala. Model je u odnosu na realni val restriktivan u toliko što je:

- dvodimenzionalan
- monokromatski
- jednostavan
- konstantne visine

Mogu opstati samo u laboratoriju. Realni morski valovi nemaju niti jednu od karakteristika idealnih valova, a samo iznimno im se u tom pogledu približuju (dugi valovi mrtvog mora).

Idealni valovi su dvodimenzionalni jer se šire samo u jednom pravcu pa im se treća dimenzija može zanemariti. Karakteristika je idealnih valova da su monokromatski. To znači da je periodički zakon pomaka fizičke površine mora određen samo s jednom frekvencijom $f = \text{const}$. Ako je $f = 1/T = \text{const}$ proizlazi da je $T = \text{const}$, tj. period idealnog vala je konstantan. Valna dužina je tada također konstantna ako se dubina mora u smjeru rasprostiranja vala ne mijenja. Dakle, idealan val na nekoj dubini ima stalan profil. Nepravilni realni valovi su određeni širokim spektrom frekvencija, a profil je promjenljiv po vremenu. Također su idealni valovi jednostavni jer im se profil daje opisati jednostavnim matematičkim funkcijama (obično sinusnim ili drugim harmoničkim funkcijama).

Matematički model je još restriktivniji od fizikalnog jer sadrži još i sljedeće restrikcije u odnosu na nepravilni realan val:

- a) fluid je homogen i nestišljiv, gustoća je konstantna;
- b) površinska napetost se može zanemariti;
- c) Coriolisov efekt se može zanemariti;
- d) pritisak na fiz. pov. mora je jednoličan i konstantan;
- e) fluid je idealan ili neviskozan;
- f) pojedini val je promatran bez interakcije s ostalim gibanjima vode
- g) dno je horizontalno, čvrsto nepomičnog ruba što uključuje da čestice na dnu imaju vertikalnu brzinu nula;
- h) amplituda vala je mala, a forma vala je nepromjenljiva u prostoru i vremenu;
- i) valovi su male strmine

Prve tri su dopustive za predstavljanje svih inž. problema; no potrebno je za neke spec. probleme napustiti restrikcije (d), (e) i (f) što ovdje nije razmatrano. Napuštanje restrikcija (g), (h), (i) je osnovno u mnogim problemima i razmatrano je kasnije. Kod primjene restrikcije (g) na valove u vodi varijabilne dubine, s čime se srećemo prilikom napredovanja vala prema plaži, uobičajeno se uzima lokalna dubina. To može biti i strogo ozakonjeno za mnoge praktične slučajeve kada je nagib dna blaži od 1:10, no ne bez teškoća. Progresivni val gibajući se prema plitkoj vodi značajno mijenja svoj oblik. Efekti od viskoziteta i utjecaj vertikalne brzine na pomično dno mogu nekad biti meritorni, ali većinom mogu biti zanemareni.

2.2 VRSTE IDEALNIH VALOVA

Osnovna je podjela idealnih površinskih valova prema veličini njihovog perioda pa se mogu imenovati:

- valovi kratkih perioda (period manji od cca 30 sek.)
- valovi dugih perioda (period veći od cca 30 sek.)

Prvi imaju karakteristiku da je u pokretu pretežno površinski sloj mora dok se dubinski slojevi znatno manje ili ništa ne kreću. Elementarne čestice se kreću u kružnim ili eliptičnim putanjama. Dok drugi imaju karakteristiku da pokreti zahvaćaju čitavu morsku masu. Pri tome su putanje karikirano izdužene elipse tako da se uočavaju samo horizontalni pokreti tamo-amamo. Promjena gibanja čestica po dubini je mala u odnosu na promjenu kod kratkih valova.

2.3 DETERMINISTIČKI OPIS VALOVA I VALNA OSNOVA

Determinističkim načinom opisivanja valova dade se u potpunosti opisati samo idealni valovi preko zakona valne mehanike. Datira s početka razvoja pomorske hidraulike, 19 st. Realni valovi ne mogu se na taj način zadovoljavajuće opisati radi slučajne varijacije osnovnih parametara. Bolje slaganje s realnošću daje probabilistički opis parametara valova statističkim ili spektralnim načinom.

Jedan adekvatan fizikalni opis morskih valova sadrži dvoje:

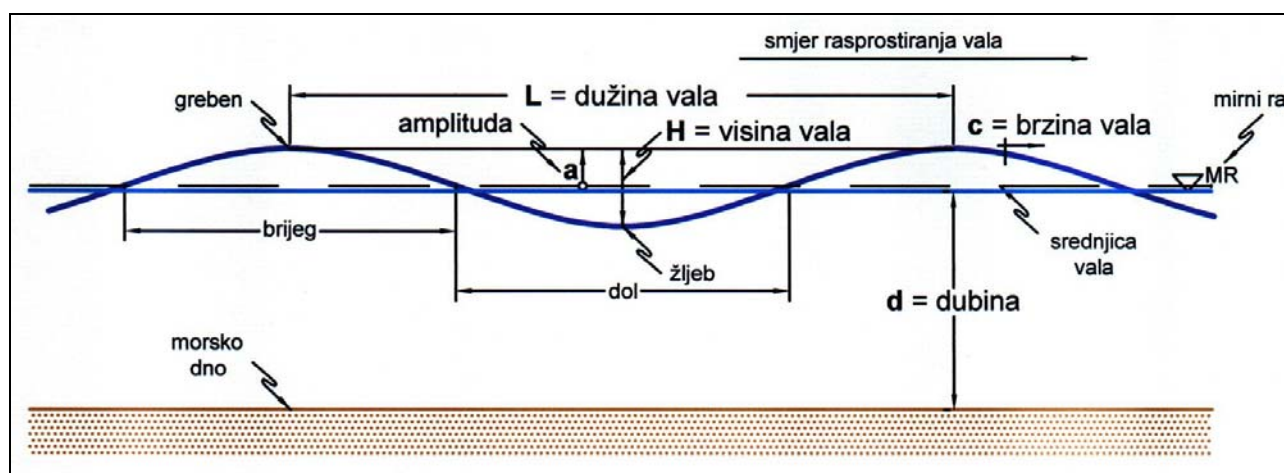
- oblik fizičke površine mora (profila vala)
- gibanje čestice ispod profila vala

na bazi kojeg je dalje moguće prikazivanje energije valova, deformacija valova te interakcija među sobom i s objektima.

a) Opis oblika fizičke površine mora; t.j. valnog profila

Najosnovniji parametri za opis valnog profila su *visina* $H[m]$, *dužina* $L[m]$ i *period* $T[s]$

Visina vala H je vertikalna udaljenost od žlijeba H do grebena vala. *Amplituda* $a = H/2$ je maksimalni pomak fizičke površine mora od srednjice vala. *Dužina vala* L je horizontalna udaljenost između dva uzastopna grebena. *Period vala* T je vremenski period između dva uzastopna prolaza grebena kroz istu točku. *Visina* H i *dužina* L su parametri vala koji se mijenjaju s dubinom. *Period* T se ne mijenja s dubinom.



SI 2.3::1 Opis profila idealnog vala

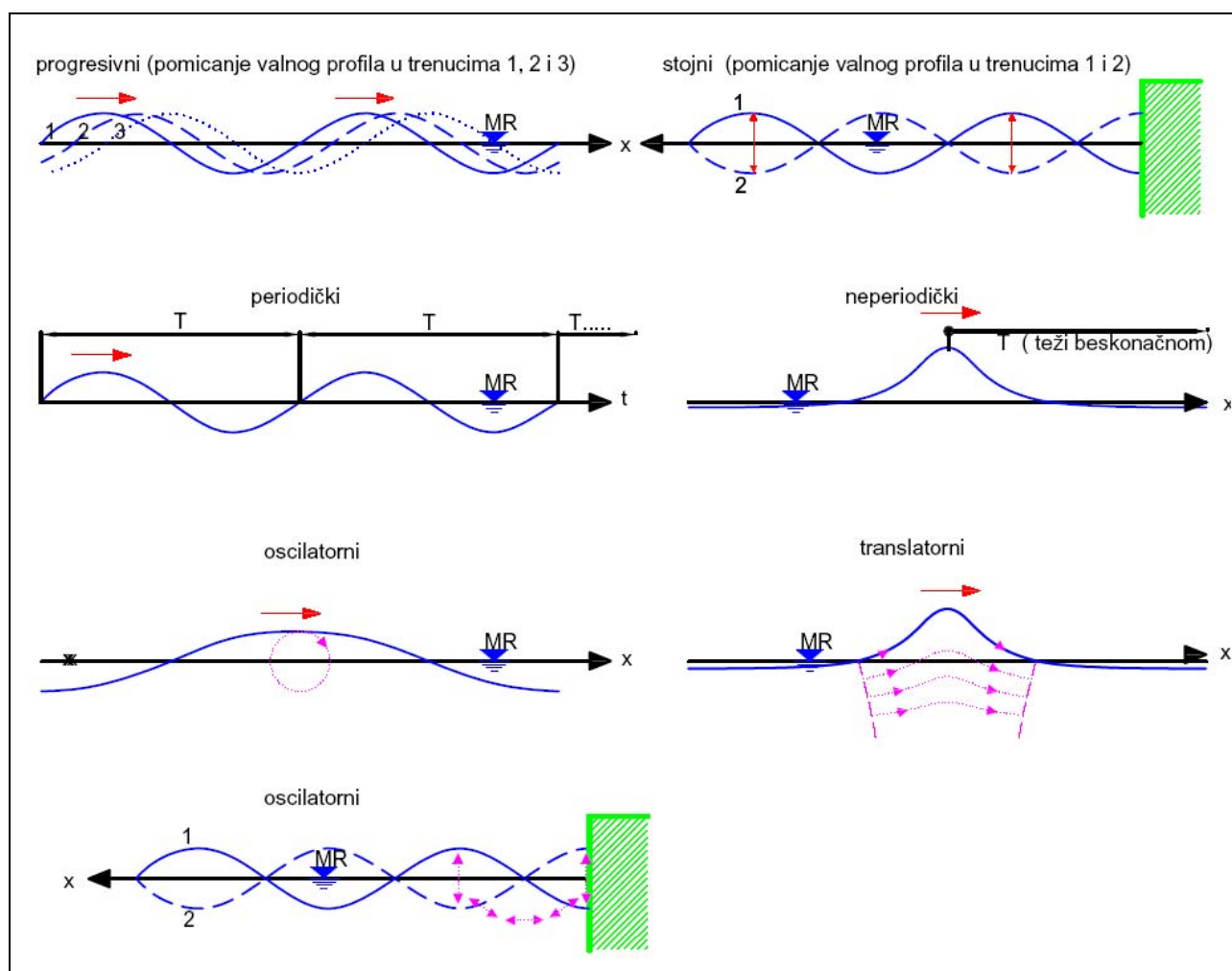
Stromost vala je odnos visine i dužine vala (H/L), i kao bezdimenzionalan parametar veoma se često koristi kod opisa valova. Kreće se od $1/7$ do $1/200$, kod valova živog mora najčešće od $1/10 - 1/25$.

Gibanja valnog profila mogu se klasificirati po 2 kriterija. 1: ako se promatra gibanje po prostoru mogu se razlikovati progresivni i stojni valovi, 2: ako se gibanje valnog profila promatra po vremenu mogu se razlikovati periodički i neperiodički valovi. **Gibanje vodnih čestica** je različito od gibanja valnog profila, a može biti oscilatorno i translatorno (SI. 2.3::1).

Progresivni val je onaj kome se valni profil; t.j valni greben kao najuočljiviji, horizontalno giba u odnosu na fiksnu točku. Smjer u kome se greben giba je smjer rasprostiranja vala.

Stojni val ili *clapotis* je onaj kome se valni profil; t.j valni greben kao najuočljiviji, pomiče samo gore-dolje na fiksnoj poziciji. Karakteriziran je trbusima i čvorovima. Prvi uvijek imaju maksimalne amplitude, a drugi uvijek miruju. Stojni val nastaje kao rezultat superpozicije kod totalne refleksije vala.

Periodički val je onaj kome se valni profil: t.j. kolebanje fizičke površine mora ponavlja u jednakim vremenskim intervalima. **Neperiodički val** je onaj kome se valni profil: t.j. valni greben pojavi usamljeno, ili se ponavlja u vrlo dugim vremenskim intervalima tako da val izgleda usamljen (naziva se i soliterni val).

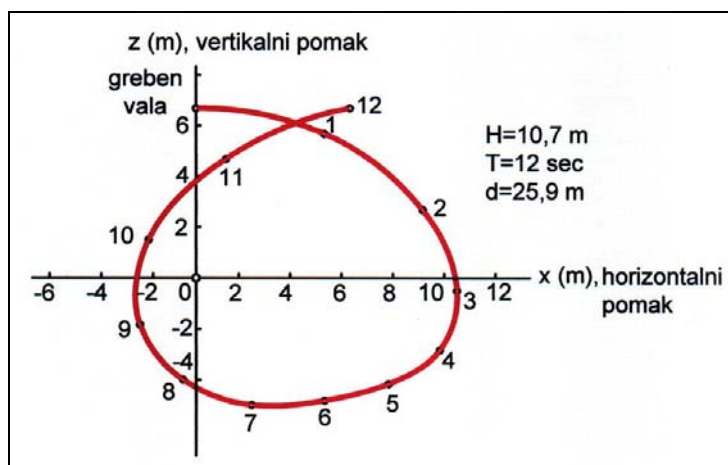


Sl. 2.3::1 Modusi gibanja valnog profila i vodnih čestica idealnih valova

Brzina rasprostiranja vala, ili samo brzina vala, c [m/s] je brzina pojedinačnog brijega ili dola vala kojom se on rasprostire morskou površinou u odnosu na fiksnu točku. Brzina oscilatornog vala c dade se izraziti kao $c = L/T$, dok se brzina translatornog vala ne da izraziti na taj način jer $T \rightarrow \infty$.

b) Opis gibanja vodnih čestica ispod valnog profila

Gibanje vodnih čestica kod *oscilatornog vala* odvija se po kružnim ili eliptičnim putanjama (trajektorijama) koje su manje-više na istom mjestu. Vodna čestica pređe cijelu putanju za jedan valni period i to se na istom mjestu stalno ponavlja s tim istim periodom. Ako su trajektorije zatvorene takvo gibanje vodnih čestica se naziva rotaciono, a ako su približno zatvorene naziva se irotaciono (Sl. 2.3::3). To kod rotacionog gibanja ne daje nikakvo napredovanje vodnih čestica u smjeru rasprostiranja vala, a kod irotacionog gibanja daje veoma malo napredovanje vodnih čestica u smjeru rasprostiranja vala (tzv. drift struju). S druge strane pokreti susjednih vodnih čestica su jednake periodičnosti (frekvencije), ali su međusobno pomaknuti u fazi. Neke čestice su na vrhovima svojih orbita, neke malo niže tako da se može formirati valovita fizička površina mora; t.j. valni profil. Oscilatorni pomaci čestice vode mogu se odvijati tamo-amo, oko početnog mjesta, i po pravčastim trajektorijama različite orijentacije u prostoru. U tom slučaju nikad nema napredovanja vodnih čestica u odnosu na početni položaj.



Sl.2.3::3 Irotaciono gibanje čestica vode, Skjelbreia 1959. (10)

Vodne čestice kod *translatornog* vala permanentno, u znatnom iznosu, napreduju s valnim grebenom i ne vraćaju se na svoje početno (originalno) mjesto.

U prirodi su najčešći valovi koji su progresivni, periodički, i oscilatorni, pa će se u nastavku najprije definirati baš takvi valovi. Vidno im se rasprostire valni profil (forma vala), a vodne čestice osciliraju manje više na istom mjestu.

Val koji se približava obali je u interakciji s dnom. S obzirom na to kako dubina vode d na tom putu utječe na parametre vala može se more podijeliti u tri zone: duboka voda, plitka voda, prelazna zona. Za neki val je $v o d a$ $d u b o k a$ ako dno ne utječe na njegove parametre ("ne osjeća dno") što se praktično ostvaruje za $d > L/2$. U tom slučaju npr. brzina vala ne ovisi o dubini mora $c = f(T)$. Takovi dubokovodni valovi se indeksiraju s "o" kao npr. H_o i L_o . Neki se val rasprostire u $p r e l a z n o m$ $p o d r u č j u$ ako je $L/2 > d > L/25$. U tom slučaju dubina utječe na promjenu parametara. Brzina vala je funkcija perioda i dubine: $c = f(T, d)$. $P l i t k o$ $p o d r u č j e$ je definirano dubinom $d < L/25$, a brzina vala je funkcija samo dubine: $c = f(d)$.

	d/L	$2\pi d/L$	$\tanh(2\pi d/L)$
duboka voda	$> 1/2$	$> \pi$	1
prelazno područje	$1/25$ do $1/2$	$1/4$ do π	$\tanh(2\pi d/L)$
plitka voda	$< 1/25$	$< 1/4$	$2\pi d/L$

Tab. 2.3::I Klasifikacija dubina mora s obzirom na valovanje

Prilikom aplikacije zakona valne mehanike na realne valove treba strogo voditi računa o restrikcijama kojima je realni val sveden na idealni val (2.1).

2.4 MEHANIKA VALOVA KRATKIH PERIODA

Nepravilno realno valovanje je kompleksan fenomen i težak za (strogi) matematički opis - radi nelinearnosti, trodimenzionalnosti i slučajne prirode valova - koji tek danas dobiva specifičnu matematičku formulaciju baziranu na valnim energetske spektrima slučajnog mora.

Nasuprot tome, ranije ustanovljena valna mehanika determinističkom metodom uspijeva opisati profil vala i gibanje čestica samo idealnog vala koji je jednostavan, monokromatski i dvodimenzionalan (poglavlje 2.1.), a valovanje se odvija pod nekim uvjetima (a...i, poglavlje 2.1). Takav opis prikazuje se u ovom poglavlju.

Valovi kratkih perioda su oni čiji su periodi manji od 30 sekundi. U inženjerskom tretiranju obalnih problema najinteresantniji su tokovi valovi perioda 5 - 15 sekundi koji imaju najveću relativnu energiju od svih valova.

2.4.1 VRSTE I OSNOVA TEORIJA VALOVA KRATKIH PERIODA

Deterministički matematički modeli kratkih valova mogu se temeljiti na dva različita kinematička principa:

Eulerovom (Sl. Sl.2.4-1::3a) koji se odnosi na opis gibanja svih čestica tekućine nekog prostora preko strujnog ili brzinskog polje čije trenutno stanje oslikavaju strujnice. To polje se daje matematički opisati preko brzinskog potencijala Φ koji ima poznata svojstva da su njegove derivacije po x i z smjerovima jednake komponentama vektora brzine vodne čestice $u = v_x = \partial \Phi / \partial x$ i $w = v_z = \partial \Phi / \partial z$ po tim istim smjerovima (Sl.2.4.1::1). Polje se daje opisati preko strujne funkcije Ψ sa sličnim svojstvima derivacije po smjerovima: $u = v_x = \partial \Psi / \partial z$ i $w = v_z = -\partial \Psi / \partial x$.

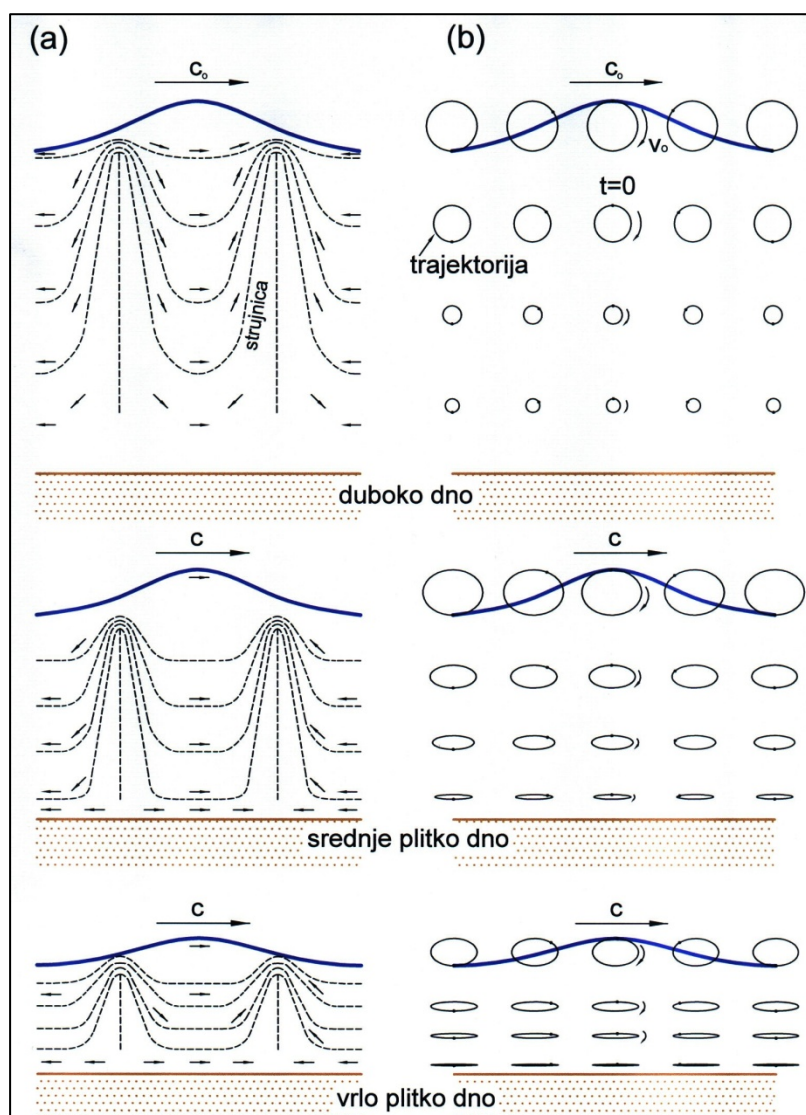
Lagrangeovom (Sl. Sl.2.4-1::3b) koji se odnosi na opis gibanja pojedine čestice tekućine u prostoru i vremenu orbitalnom trajektorijom. Ako je početni položaj čestice (x_0, z_0) , tada su x i z koordinate njenog položaja u trenutku t (Lagrangeove koordinate) izražene s:

$$x = x(x_0, z_0, t) \quad \text{i} \quad z = z(x_0, z_0, t)$$

što predstavlja trajektoriju (zakon gibanja točke) u parametarskoj formi. Komponente brzine i ubrzanja vodnih čestica u smjerovima x i z određene su s:

$$u = \frac{dx}{dt} \quad a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{i} \quad w = \frac{dz}{dt} \quad a_z = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

To proizlazi iz činjenice da funkcije x i z , odnosno Lagrangeove koordinate predstavljaju zakon gibanja vodne čestice u parametarskoj formi.



Sl.2.4.1::1 Metode opisivanja gibanja tekućine na primjeru progresivnog vala:

a) opisivanje preko strujnog polja prostora, Eulerova metoda

b) opisivanje trajektorijama čestica tekućine, Langrangeova metoda.

c_0 - brzina vala u dubokom, c - brzina vala u prelaznom i plitkom području.)

Glavni interesi inženjera u vezi valova su gibanja vodnih čestica (amplituda, brzine rasprostiranja, brzine rotacije), profil vala, fluktuacije tlakova i energije valova. Jednadžbe koje to opisuju dane su u vidu eksponencijalnog reda kod kojeg je potencija sljedećeg člana veća od prethodnog, a broj članova opada s opadanjem strmosti vala. Teorija koja uključuje samo prvi linearni član reda je *l i n e a r n a t e o r i j a*, vrlo je jednostavna za upotrebu i primjenjiva za najveći broj problema valova male strmosti. Teorije koje uključuju drugi, treći do peti član reda su teorije višeg reda. Primjenjuju se u slučajevima kada se valovi male strmosti prostiru prema plitkoj zoni dok strmost vala raste. Nažalost, ove teorije dobro opisuju samo idealne valove. Drugi uobičajeni nazivi su:

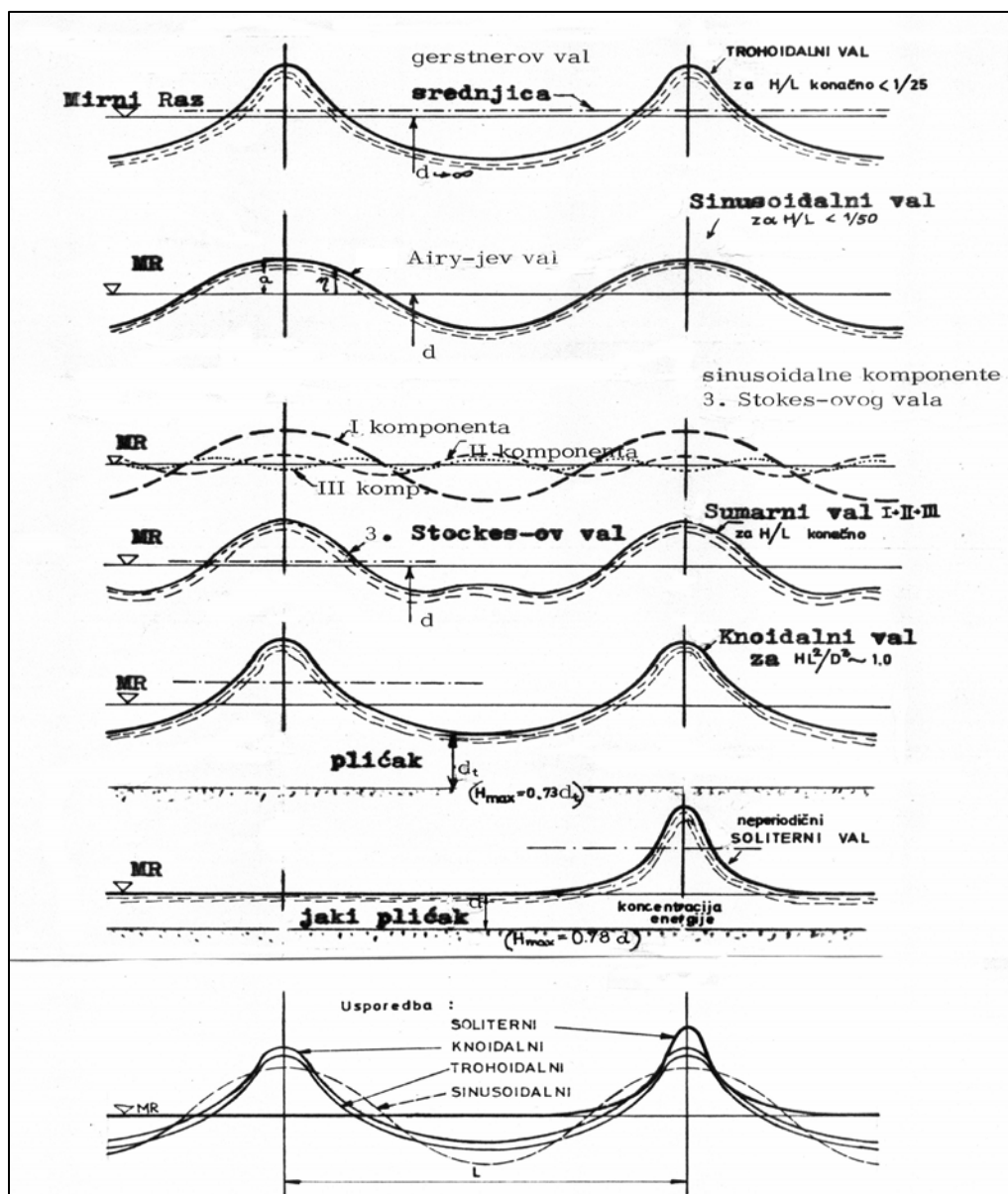
- linearna teorija ili teorija valova malih amplituda
- teorije valova višeg reda ili teorije valova konačnih amplituda.

Teorija valova malih amplituda naziva se još i linearna teorija (I reda) ili AIRY-jeva prema njenom utemeljitelju godine 1845. Najbolje opisuje ponašanje valova u dubokoj vodi. No uz svjesne, manje ili veće, pogreške praktično se inženjerski primjenjuje za sve strmine i sva područja dubina.

Teorije valova konačnih amplituda nazivaju se još i teorije višeg reda. Razni autori su dali takova rješenja opisa valova. STOKES je 1880-tih godina iznio teorije 2...5 reda najbolje primjenjive za duboku i tranzitirajuću vodu koje su po njemu dobile i ime. KNOIDALNA teorija predstavlja prihvatljivu aproksimaciju idealnog vala u plitkoj vodi, a teorija SOLITERNIH VALOVA zadovoljavajuće predstavlja osobine valova u vrlo plitkoj vodi, blizu zone loma. U novije vrijeme pojavila se teorija STRUJNE FUNKCIJE - autor Dean. To je numerička metoda razvijena za primjenu kompjutera. Može se primijeniti za dosta široko područje uvjeta. Valorizacija pojedinih teorija najbolje bi se provela mjerenjem brzina čestica valova i tu postoji nekoliko pouzdanih rezultata, ali i prilične teškoće.

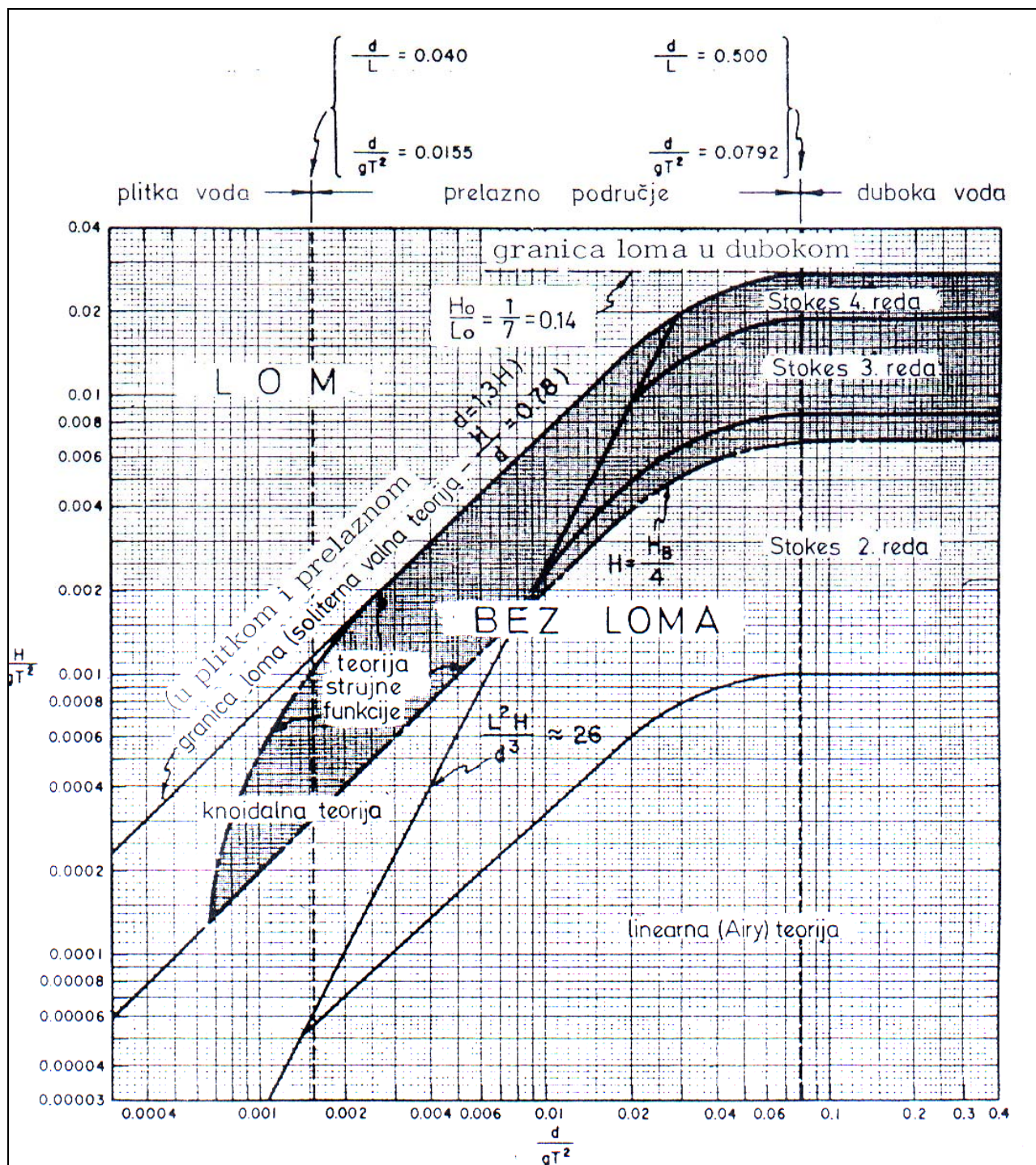
veličina amplitude	naziv i autor teorije	red teorije
1. valovi malih amplituda	Airy 1845	prvog reda ili linearna
2. valovi konačnih amplituda	trohoidalna, Gerstner 1802, Stokes 2. reda 1880 Stokes 3. reda Stokes 4. reda Stokes 5. reda knoidalna, Kortweg i De Vries 1995	prelazna višeg reda ili nelinearne 1. i 2. reda
	hiperbolična, Iwagaki 1968 soliterna, Businessque 1872 t. strujne funkcije, Dean 1973	1. i 2. reda 1. i višeg reda višeg reda

Tab.2.4.1.:l Determinističke teorije idealnih morskih valova k r a t k i h p e r i o d a koji su površinski, progresivni, oscilatorni, odnosno približno oscilatorni, monokromatski i jednostavni.



SI.2.4.1::2
OBLICI VALA
(karikirani) pre-
ma teorijama
konačnih povr-
šinskih morskih
valova Tadejević

Zbog toga su dosljedne studije o relativnoj valorizaciji raznih valnih teorija za dane uvjete koncentrirane na greške koje se odnose na rubne uvjete za različite teorije su iznijeli dokumentirano Dean, Le Mehaute i Silvester. Ovdje će se prikazati valorizacija Le Mehaute-a (SI. 2.4.1::3). Osnova valnih teorija, tj. matematički opis predočit će se u nastavku pretpostavljajući temeljna znanja o procesima na kontinuumu, karakteristikama potencijala i hidromehanici.



Sl.2.4-1::3. Područja na kojima vrijede pojedine valne teorije prema Le Mehaute-u 1969. (9)

Najveći broj teorija morskih valova uvodi Eulerov princip za opis gibanja vodnih čestica; t.j. brzinski potencijal (Φ) ili njegovu ortogonalnu strujnu funkciju (ψ). Osnovna pretpostavka potencijalnog strujanja je da je ono bezvrtložno. Funkcije $\Phi(x,z,t)$ ili $\psi(x,z,t)$ opisuju tok unutar fluida i njegove granice tako da je horizont. i vert. komp. brzine vodnih čestica u točki (x,z) dana s parcijalnim derivacijama

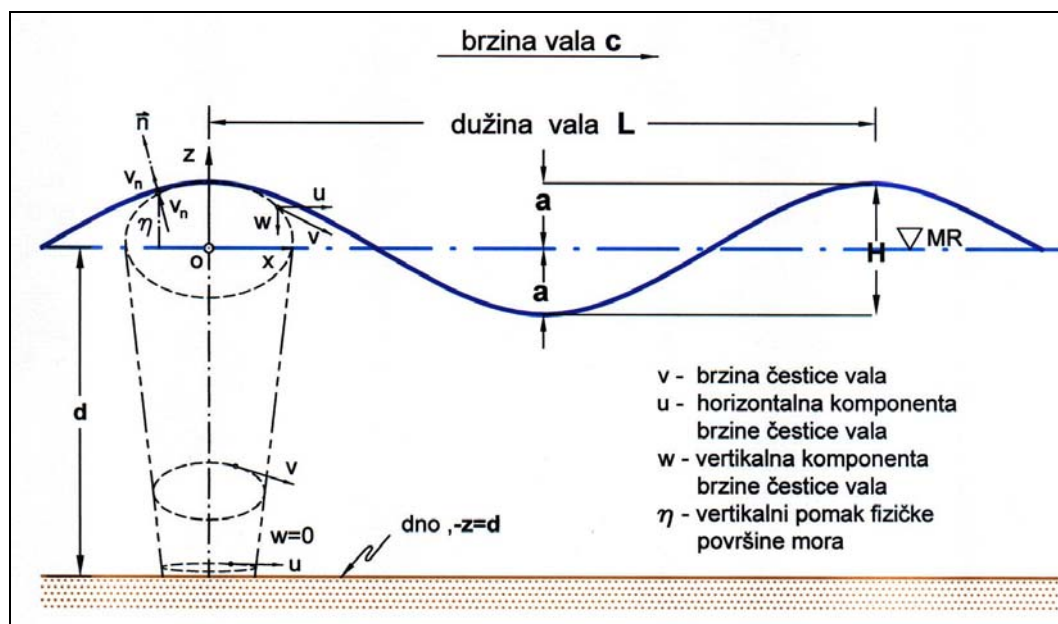
$$u = v_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial z} \dots \dots \dots (2.4-1::1)$$

$$w = v_z \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \dots (2.4-1 :: 2)$$

Kako je poznato iz hidrodinamike, strujanje je bezvrtložno ako je na cijelom području ispunjenom tekućinom zadovoljen uvjet $\text{rot } \vec{V} = 0$; odnosno $\text{rot}(\text{grad } \Phi) = \nabla \times \vec{V} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k} = 0$. U slučaju strujanja u ravnini x,z uvjet glasi:

$$\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{ili} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = 0$$

Radi definiranja matematičkog modela idealnog vala dane su na Sl.2.4.1::4 potrebne oznake. Cilj modela je naći funkciju $\Phi(x,z,t)$ ili $\psi(x,z,t)$, (iz njih dobivaju brzine i ubrzanja) i ostale valne parametre: L, T,



Sl.2.4.1::4 Definicija oznaka vala

Funkcije Φ ili ψ dobiju se na bazi matematičkog opisa veoma restriktivnog modela (vidi pretpostavke a - i, poglavlje 2.1) idealnih valova.. Takav opis za Φ sadrži:

1 Jednadžbu procesa za tok tekućine u površinskom valu pri irotacionom gibanju čestica vala (Laplaceova jednadžba kontinuiteta)

$$\Delta \Phi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots (2.4-1 :: 3)$$

2 Kinematički rubni uvjet na morskom dnu da je vertikalna brzina nula; t.j. da vodna čestica ne probija dno (nepropusno dno).

$$w_{z=d} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=d} = 0 \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 4)$$

3 Kinematički rubni uvjet na površini da komponenta brzine vodne čestice v_n normalna na profil vala mora biti jednaka normalnoj brzini pomaka površine vala V_n . To znači da čestica vode ne probija fizičku površinu mora (vidi Sl. 2.4.1::4).

$$V_n = v_n.$$

$$V_n = \left(\frac{d\eta}{dt} \right)_{\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} dt + \frac{\partial \eta}{\partial x} dx + \frac{\partial \eta}{\partial z} dz \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 5)$$

$$\eta = f(x, t)$$

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial t} dt + \frac{\partial \eta}{\partial x} dx \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 6)$$

$$v_n = \frac{\partial \phi}{\partial n} \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 7)$$

Ako se pretpostavi da je η malo prema dužini vala L , normala na površinu vala će imati smjer približno jednak smjeru osi z , a fizička površina vala će se približno podudarati s osi x . U tom slučaju

$$v_n = w = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=\eta}, \text{ a}$$

$$V_n \approx V_z = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{dx}{dt} \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 8)$$

Pošto je promatrana točka valnog profila ujedno i djelić tekućine onda horizontalna brzina valnog profila dx/dt mora biti jednaka horizontalnoj komponenti brzine vodne čestice u . Prema definiciji brzinskog potencijala $u = \partial \phi / \partial x$ pa se dobije:

$$V_n = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} u$$

$$V_n \approx V_z = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{z=\eta} \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 9)$$

Kako se na površini vala brzina pomaka vala i brzina čestice mogu poistovjetiti imamo

$$V_n = v_n$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{z=\eta} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=\eta} \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 11)$$

4 Dinamički rubni uvjet na površini da je površinski tlak p_o na svakom mjestu i u svako vrijeme nula (u prirodi nije). Ako Bernoulli-jeva dinamička jednadžba opisuje irotaciono gibanje fluida

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 12)$$

uvrštenjem $p = 0$ se dobije dinamički rubni uvjet

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right]_{z=\eta} + g \cdot \eta = 0 \dots\dots\dots(2.4 - 1 :: 13)$$

ρ - gustoća tekućine

g - ubrzanje gravitacije

Ovakav opis valova predstavlja nelinearan model jer zadnja dva rubna uvjeta nisu linearna. S obzirom na to lineariziraju li se ili ne, dobiju se dvije vrste valnih teorija: linearna teorija i nelinearne teorije, odnosno teorije višeg reda.

Spomenuta pretpostavka da su valovi mali pomaci fizičke površine fluida je najrespektivnija od svih pretpostavki (2.1) prilikom formiranja modela i od nje potiču teškoće za primjenu kad visina vala poprima znatnu veličinu u odnosu na dužinu.

2.4.2 TEORIJA VALOVA MALIH AMPLITUDA

Najelementarnija od svih teorija je teorija valova malih amplituda ili još nazvana linearna teorija odnosno prema autoru Airyjeva teorija (1845). Temeljena je na Eulerovoj metodi opisa gibanja tekućine. Ona je fundamentalnog značenja mada nije jednostavna za primjenu. Matematički se Airyjeva teorija može označiti kao prva aproksimacija kompletnog opisa ponašanja oscilatornih valova. Ta teorija daje uvid u sva periodička valna ponašanja i opis peoriodičkog valovanja adekvatnog za najviše praktičnih problema. No ne uključuje transport mase, koji inače postoji, ili činjenicu postojanja izdizanja srednjice vala.

U prethodnom matematičkom opisu modela idealnog valovanja 2.4-1 ustanovljeno je da su rubni uvjeti na fizičkoj površini mora nelinearni. Ukoliko je amplituda veoma mala u odnosu na dužinu vala, rubni uvjeti na površini se mogu linearizirati i tada se opis valova sastoji od jednadžbe procesa

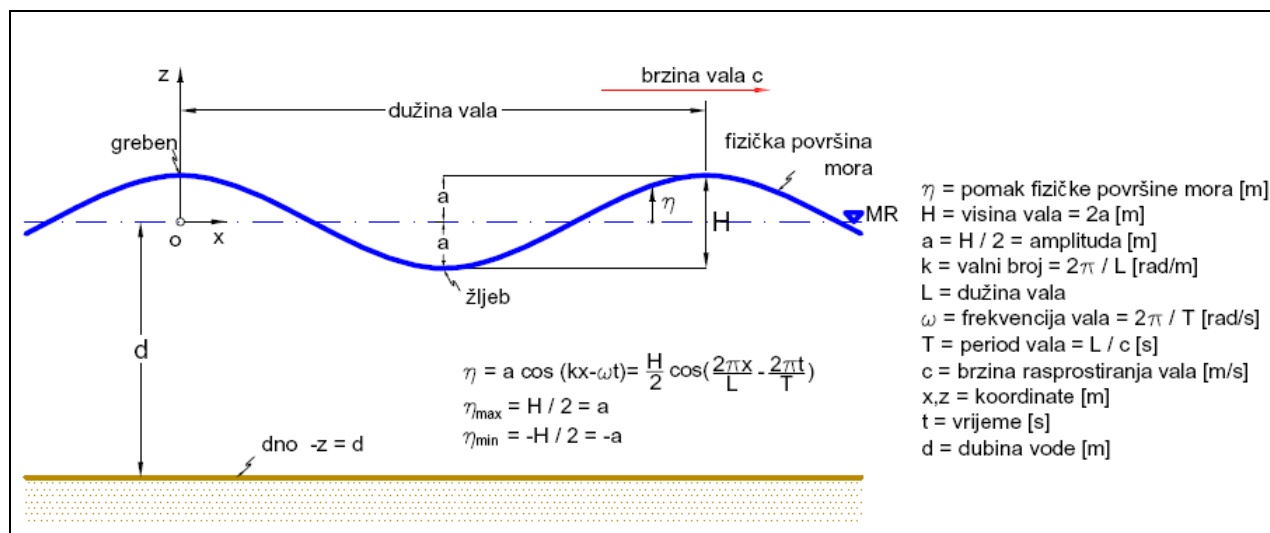
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, d \leq z \leq \eta, -\infty \leq x \leq +\infty \dots\dots\dots(2.4 - 2 :: 1)$$

i rubnih uvjeta

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=d} = 0 \dots\dots\dots(2.4 - 2 :: 2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} \dots\dots\dots(2.4 - 2 :: 3)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{z=0} + g \eta = 0 \dots\dots\dots(2.4 - 2 :: 4)$$



Sl. 2.4-2::1 Prikaz oznaka i naziva valnog profila kod linearne valne teorije

Jedino moguće rješenje gornjeg sustava diferencijalnih jednadžbi je trigonometrijska funkcija. Uz pretpostavku sinusoidalnog profila vala: $\eta = a \cos(kx - \omega t)$, rješenjem gornjeg sustava jednadžbi dobije se brzinski potencijal:

$$\phi = \frac{a \cdot g}{\omega} \cdot \frac{\operatorname{ch}[k(d+z)]}{\operatorname{ch}(kd)} \sin(kx - \omega t) \dots \dots \dots (2.4 - 2 :: 5)$$

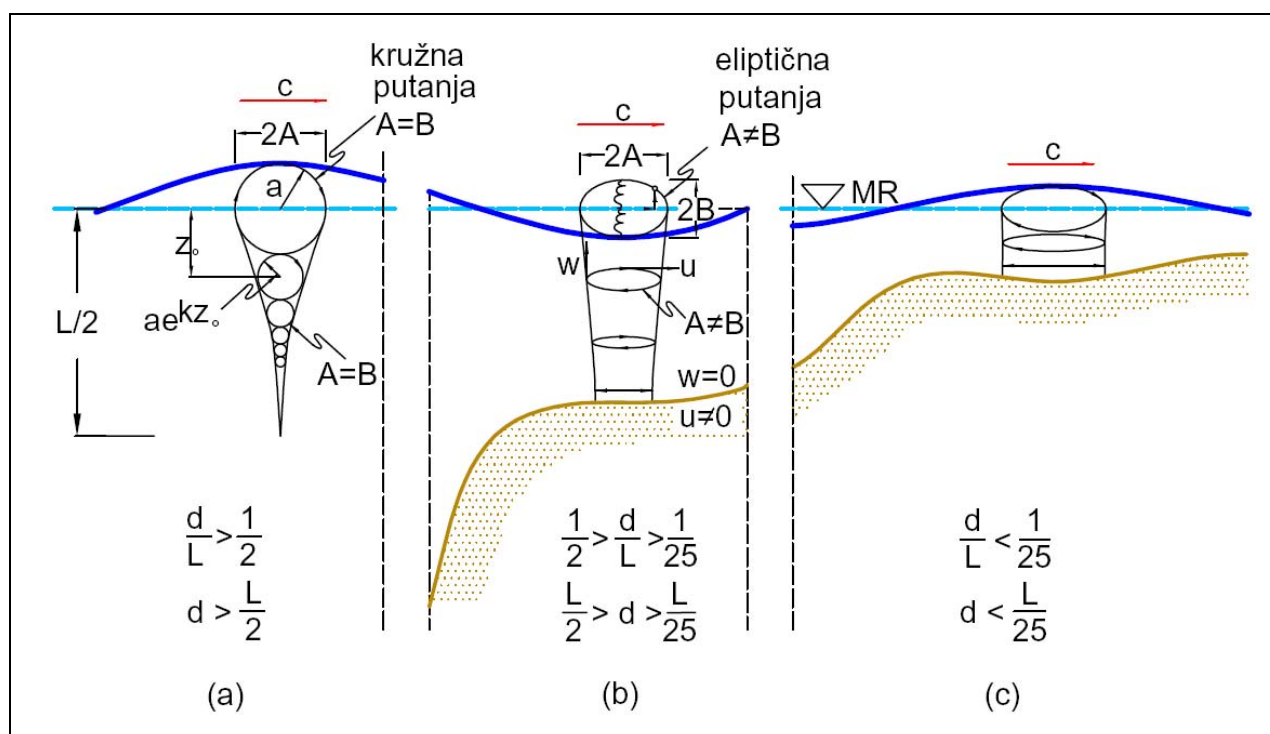
Pošto je uvjet bezvrtložnosti $\frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = 0$ ispunjen, funkcija Φ opisuje potencijalno strujanje.

Sinusoidalni profil pokretnog vala (Sl. 2.4-2::1), temeljem koje je dobiveno gornje rješenje za brzinski potencijal, je jednadžba koja opisuje kolebanje fizičke površine mora u funkciji vremena (t) i horizontalne udaljenosti (x) i može se napisati kao:

$$\eta = a \cdot \cos(kx - \omega \cdot t), \quad a \text{ uz } k = \frac{2\pi}{L}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad a = \frac{H}{2} \dots \dots \dots (2.4 - 2 :: 5)$$

$$\eta = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right) \dots \dots \dots (2.4 - 2 :: 7)$$

Pomaci vodnih čestica vala (u linearnoj valnoj mehanici) općenito se odvijaju u e l i p t i č n i m p u t a n j a m a u plitkoj i prijelaznoj zoni mora, a u k r u ž n i m p u t a n j a m a u dubokom moru..



Sl. 2.4-2::2 Utjecaj dubine na putanje čestica vala u (a) dubokoj vodi, (b) prelaznom području i (c) plitkoj vodi.

Prema tome, pretpostavljeno je u linearnoj teoriji da se čestice vode gibaju u zatvorenim orbitama tj. svaka čestica se vraća na svoj početni položaj nakon svakog valnog ciklusa tzv. rotaciono gibanje. Morison i Crooke (1953) su komparirali laboratorijska mjerenja gibanja vodnih čestica s valnom teorijom i našli da orbite vodnih čestica nisu zatvorene tj. rotaciono gibanje. Ta razlika između linearne teorije i opažanja prouzrokuje fenomen transport mase uslijed valova.

Površinske i volumenske inercijalne sile od valova koje naprežu konstrukcije se zasnivaju na hor. i vert. brzinama čestica u i w na hor. i vert. ubrzanjima. Iz definicije brzinskog potencijala proizlazi

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, w = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$u = \frac{agk}{\omega} \left[\frac{\text{ch}[k \cdot (z + d)]}{\text{ch}(kd)} \right] \cos(kx - \omega t) \dots \dots \dots (2.4 - 2 :: 7)$$

$$w = \frac{agk}{\omega} \left[\frac{\text{sh}[k \cdot (z + d)]}{\text{ch}(kd)} \right] \sin(kx - \omega t) \dots \dots \dots (2.42 :: 8)$$

a lokalna ubrzanja vodenih čestica proizlaze daljnjim diferenciranjem po vremenu.

$$c^2 = \frac{g}{k} \text{th}(kd) \dots \dots \dots (2.4 - 2 :: 9)$$

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L}} \dots\dots\dots (2.4 - 2 :: 10)$$

Brzina rasprostiranja vala dana je s

$$c = \frac{g}{\omega} \tanh(kd) \dots\dots\dots (2.4 - 2 :: 11)$$

Ili

$$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L} \dots\dots\dots (2.4 - 2 :: 11a)$$

Dužina vala je s periodom vezana zakonom: $c=L/T \dots\dots\dots L=c \cdot T$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L} = L_o \cdot \tanh \frac{2\pi d}{L} \dots\dots\dots (2.4 - 2 :: 12)$$

Maximalna brzina čestice na dnu $z = -d$ dobije se uvrštavanjem (2.4-2::12) u (2.4-2::7) uz $\Theta = 0$:

$$u_{\max}^{(d)} = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh}(2\pi d/L)} \dots\dots\dots (2.4 - 2 :: 13)$$

$$w = 0 \dots\dots\dots (2.4-2::14)$$

U plićaku izraz se transformira i dobiva izgled

$$u_{\max}^{(d)} = \frac{H}{2} \cdot \frac{1}{d} \sqrt{gd} \dots\dots\dots (2.4 - 2 :: 15)$$

i uspješno se može primjenjivati sve do loma vala, ali ne i za lom.

Relativna dubina	Duboka voda $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$	Prelazno područje $\frac{1}{25} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$	Plitka voda $\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$
1. Profil vala	isto	$\eta = \frac{H}{2} \cos \left[\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right] = \frac{H}{2} \cos \theta$	isto
2. Brzina vala	$C = C_0 = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$	$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right) = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L}}$	$C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$
3. Dužina vala	$L = L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = C_0 T, T = \sqrt{\frac{2\pi L}{g}}$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)$	$L = T \sqrt{gd} = CT$
4. Brz. grupe valova	$C_g = \frac{1}{2} C = \frac{gT}{4\pi}$	$C_g = nC = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right] \cdot C$	$C_g = C = \sqrt{gd}$
5. Brzine čestica a) horizontalna	$u = \frac{\pi H}{T} e^{2\pi z/L} \cos \theta$	$u = \frac{H g T}{2 L} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\cosh(2\pi d/L)} \right]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \cos \theta$
b) vertikalna	$w = \frac{\pi H}{T} e^{2\pi z/L} \sin \theta$	$w = \frac{H g T}{2 L} \frac{\sinh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\cosh(2\pi d/L)} \right]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$w = \frac{H \pi}{T} \left(1 + \frac{z}{d} \right) \sin \theta$
6. Ubrzanja čestica a) horizontalna	$a_x = 2H \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 e^{2\pi z/L} \sin \theta$	$a_x = \frac{g \pi H}{L} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\cosh(2\pi d/L)} \right]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$a_x = \frac{H \pi}{T} \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$
b) vertikalna	$a_z = -2H \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 e^{2\pi z/L} \cos \theta$	$a_z = -\frac{g \pi H}{L} \frac{\sinh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\cosh(2\pi d/L)} \right]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$a_z = -2H \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 \left(1 + \frac{z}{d} \right) \cos \theta$
7. Pomaci čestica a) horizontalni	$\xi = -\frac{H}{2} e^{2\pi z/L} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\sinh(2\pi d/L)} \right]}{\sinh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$\xi = -\frac{HT}{4\pi} \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$
b) vertikalni	$\zeta = \frac{H}{2} e^{2\pi z/L} \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\sinh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\sinh(2\pi d/L)} \right]}{\sinh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{d} \right) \cos \theta$
8. Putanje čestica a) horizontalna os	kružnica $A = \frac{H}{2} e^{2\pi z/L}$	elipsa $A = \frac{H}{2} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(d+z)/L}{\sinh(2\pi d/L)} \right]}{\sinh(2\pi d/L)}$	elipsa $A = \frac{H}{2} \frac{1}{2\pi d/L}$
b) vertikalna os	$B = \frac{H}{2} e^{2\pi z/L}, A = B$	$B = \frac{H}{2} \frac{\sinh \left[\frac{2\pi(d+z)/L}{\sinh(2\pi d/L)} \right]}{\sinh(2\pi d/L)}$	$B = \frac{H}{2} \frac{2\pi(d+z)/L}{2\pi d/L}$
9. Pritisak ispod vala	$p = \rho g \eta e^{2\pi z/L} - \rho g z$	$p = \rho g \eta \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)/L}{\cosh(2\pi d/L)} \right]}{\cosh(2\pi d/L)} - \rho g z$	$p = \rho g (\eta - z)$

Tab. 2.4-2::l Prikaz parametara vala prema linearnoj (Airy) teoriji valova ($u = \frac{2\pi}{L} \Theta - \frac{2\pi}{T} \Theta$, fazni kut)

O teoriji malih amplituda može se zaključiti da opisuje oscilatorni progresivni val koji je simetričan s obzirom na raz i ima oblik sinusne funkcije. Nastala je linearizacijom rubnih uvjeta. Polazi od pretpostavke da su pomaci fizičke površine mora veoma mali u odnosu na valnu dužinu. Općenito se može pretpostaviti da jednadžbe ove teorije vrijede za valove čija je strmina $H/L < 1/50$, odnosno da vrijede za dubokovodno more. Čestice vala se gibaju u zatvorenim orbitama, rotaciono gibanje, i ne napuštaju svoj položaj. Napreduje samo forma vala.

Jednadžbe koje opisuju profil fizičke površine mora, brzine čestica, ubrzanja čestica i pomake čestica za linearnu (Airy-jevu) teoriju su sumirane u tabeli 2.4-2::l.

T l a k ispod površinskog v a l a m a l e amplitude dobije se linearizacijom Bernoullijeve dinamičke jednadžbe (2.4-1::12) što daje

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \dots\dots\dots(2.4-2::16)$$

Prvi član gornje jednačbe može se izraziti iz brzinskog potencijala (jedn. 2.42::5) kao

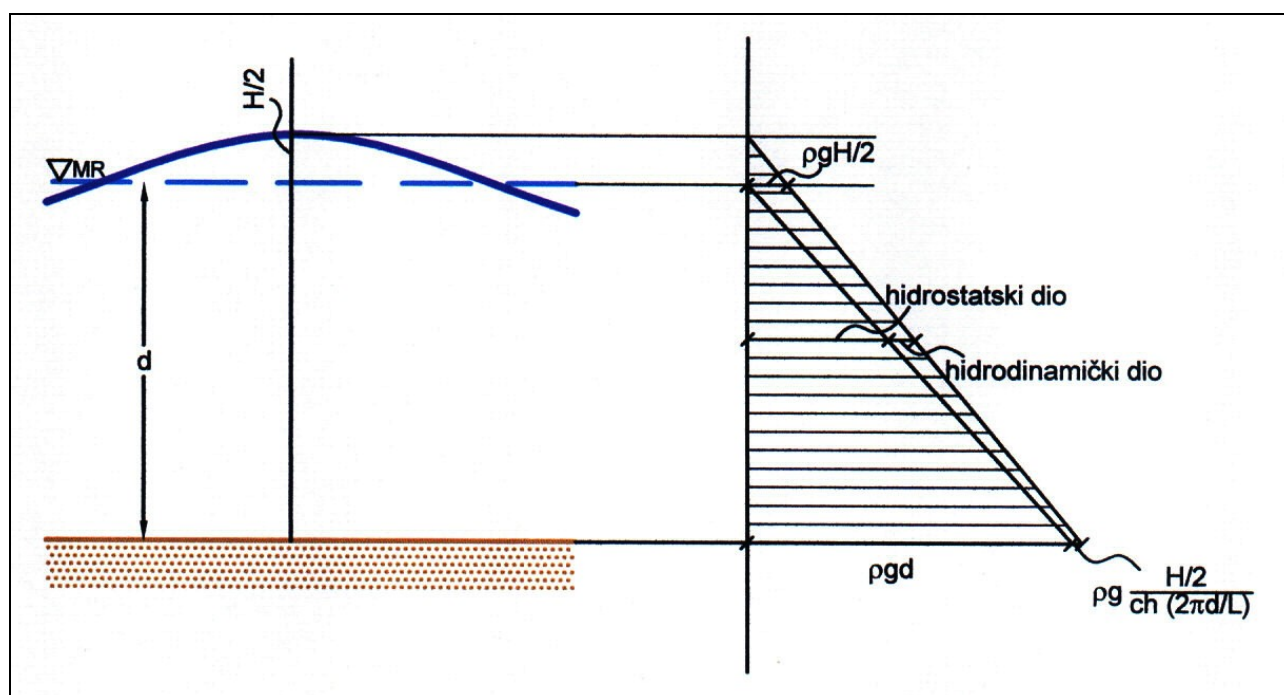
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -ag \frac{\text{ch}[2\pi(d+z)/L]}{\text{ch}(2\pi d/L)} \cos(ax - \omega t)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -g\eta \frac{\text{ch}[2\pi(d+z)/L]}{\text{ch}(2\pi d/L)} \dots\dots\dots(2.4-2::17)$$

Uvrštavanjem (2.4-2::17) u (2.4-2::16) dobije se raspodjela tlaka po dubini kao

$$p = \rho g \left\{ \eta \frac{\text{ch}[2\pi(d+z)/L]}{\text{ch}(2\pi d/L)} - z \right\} \dots\dots\dots(2.4-2::18)$$

što na fizičkoj površini mora iznositi $p=0$, na nivou mirnog raza tj. za $z_1 = 0$ iznosi $p = \rho g \eta$, a na dnu gdje je $z = -d$ tlak iznosi $p = \rho g \left[\eta \frac{1}{\text{ch}(2\pi d/L)} + d \right]$ Ovdje je ρ gustoća mase fluida.



Sl. 2.4-2::3 Tlak vala

PR.2.4.2.1 PROMJENA PARAMETARA PUČINSKOG VALA MALE AMPLITUDE PO DUBINI

Zadatak:

Prema pučinskom dubokovodnom valu male amplitude $H_0/L_0/T=0,6/100/8$, treba po linearnoj teoriji proračunati valne parametre na površini i na 3 (m) ispod površine ako je dubina $d_0=72,5$ (m).

Rješenje:

1 Izbor mjerodavne teorije

Za $\frac{d}{gT^2} = 0,115$ i $\frac{H}{gT^2} = 0,0009$ proizlazi iz sl.2.4.1::2 da se radi o linearnoj teoriji u dubokoj vodi.

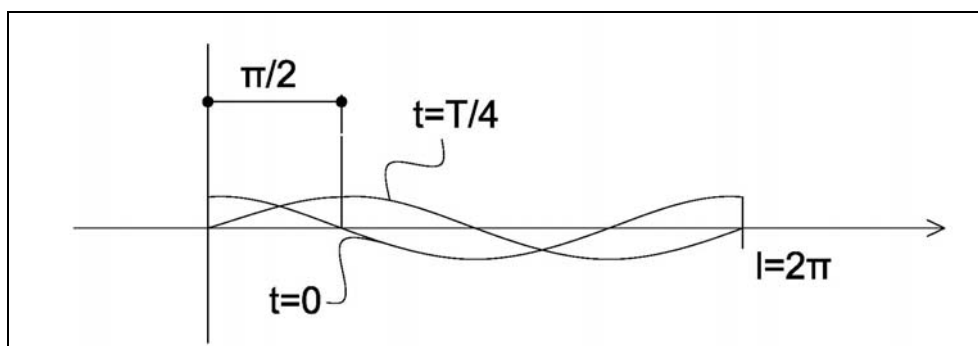
2 Valni parametri u dubokom području

a) Profil vala

$$\eta = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right); \quad \text{profil vala (Tab. 2.4.2::I)}$$

$$t=0, \quad \eta = 0,3 \cos\left(\frac{2\pi}{100}x\right);$$

$$t=\frac{T}{4}, \quad \eta = 0,3 \cos\left(\frac{2\pi}{100}x - \frac{\pi}{2}\right); \quad \text{pomaknuti profil}$$



b) Strmost vala

$$H_0 / L_0 = 0,6 / 100 = 1/167$$

strmina vala

$u_0=0$ brzina napredovanja čestica u smjeru vala =brzina transporta mase=nema transporta mase

c) Brzina napredovanja vala u dubokom području:

$$c_0 = \sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 100}{2\pi}} = 12,5 \quad (\text{m/s}) \quad \text{brzina napredovanja grebena vala}$$

d) Putanja vodne čestice na površini, ($z=0$):

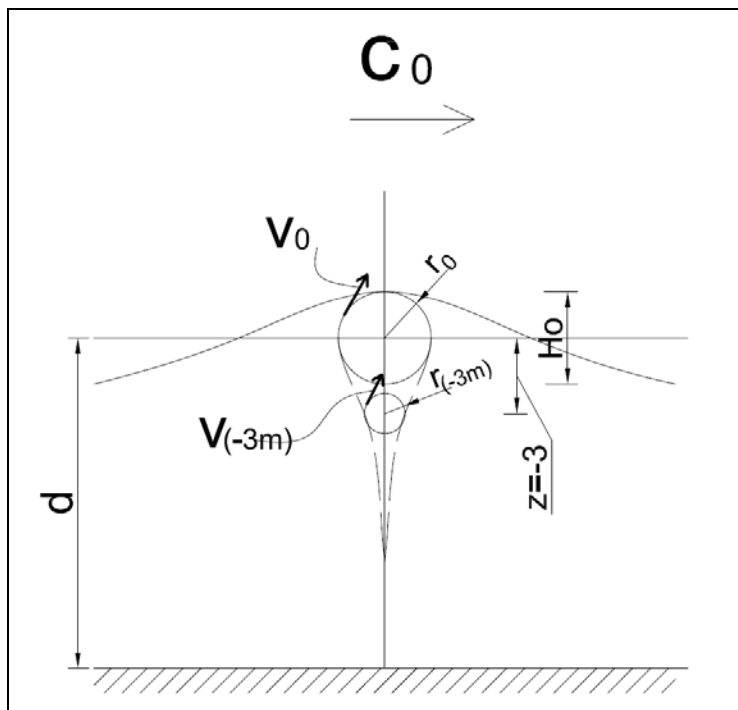
$$A_0 = B_0 = r_0 = \frac{H_0}{2} = 0,3 \quad (\text{m}) \quad \text{putanje čestice vode na površini-kružnica}$$

e) Brzina vodne čestice na površini, ($z=0$):

$$v_0^{\max} = \mu_0^{\max} = \omega_0^{\max} = \frac{2r_0\pi}{T} = \frac{2 \cdot 0,3 \cdot \pi}{8} = 0,24 \quad (\text{m/s}) \quad \text{brzina kruženja čestica na površini}$$

f) Putanja vodne čestice ispod površine ($z=-3$ m):

$$r_{(-3\text{m})} = r_0 e^{\frac{2\pi z}{L_0}} = 0,3 \cdot e^{-\frac{2\pi 3}{100}} = 0,3 \cdot 0,65 = 0,2 \quad (\text{m}) \quad \text{radijus kruženja čestica na dubini 3 (m)}$$



g) Brzina vodne čestice ispod površine, ($z=-3$ m):

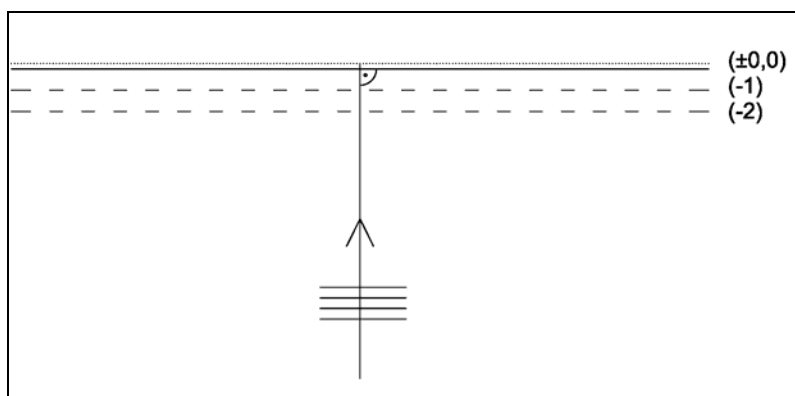
$$v_{(-3m)} = \frac{2r_{(-3m)}\pi}{T} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot \pi}{8} = 0,16 \text{ (m/s)} \quad \text{brzina kruženja čestica na dubini 3 (m)}$$

$$u_{(-3m)} = 0 \quad \text{brzina napredovanja čestica u smjeru vala = brzina transporta mase = nema transporta mase}$$

PR.2.4.2.2: DEFORMACIJA PARAMETARA VALA MALE AMPLITUDE U PRIJELAZNOM PODRUČJU

Zadatak:

Pučinski val se rasprostire okomito na obalnu crtu (grebeni valova paralelni s obalnom crtom). Ravno pjeskovito dno ima pad u dubinu od 1:50. Treba odrediti koliko pučinski val 0,6/100/8 kad dođe na dubinu $d=25$ (m) promijeni svoje parametre.



Rješenje:

1 Izbor mjerodavne teorije

Potrebno proračunati deformiranu valnu visinu u članu H/gT^2 , (SI.2.4.1::2).

Visina vala na dubini 25 m

Za valove koji su generirani u dubokoj vodi i šire se bez akcije vjetra (mrtvo more), a dolaze u plitko vrijedi prema linearnoj teoriji:

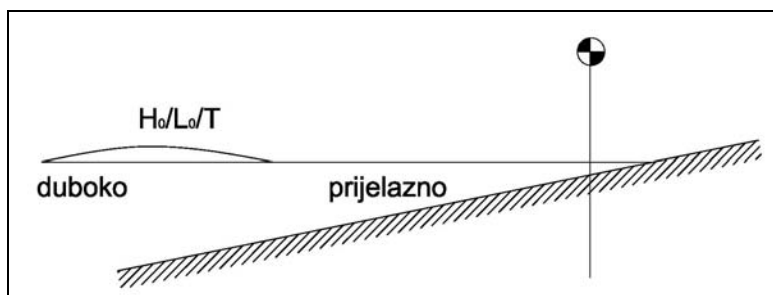
$$H = H_0 K_S \quad \text{visina vala pri dubini } d=25\text{m}$$

$$K_S = 0,93 \quad \text{koeficijent promjene visine od plićine očitano iz dijagrama 2.4.4.2::3,}$$

$$\text{za } \frac{d}{L} = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$H = 0,6 \cdot 0,93 = 0,56 \quad (\text{m})$$

Prema Slici 2.4.1::2, za $T=8$ (s) i $d=25$ (m) očitano za $d/gT^2=0,04$ i $H/gT^2=0,00089$ da se radi o valovima u prelaznom području i linearnoj teoriji.



2) Valni parametri u prijelaznom području mora

a) Visina vala

$$H=0,56 \text{ m}$$

b) Dužina vala

$$L = L_0 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} = 100 * \operatorname{th} \frac{2\pi * 25}{L} \dots\dots\dots \text{Implicitna jednačba. Rješava se iteracijom.}$$

Pretpostavimo: $L=93 \text{ (m)}$

$$93 = 100 * \operatorname{th} \frac{2 * \pi * 25}{93} = 100 * 0,934 = 93,4 \cong 93$$

Isto se dobije korištenjem dijagrama sa sl. 2.4.4.2::3

Za $d/L_0=0,25$ proizlazi $d/L=0,27$ što daje $L=93 \text{ m}$.

c) Strmost vala

$$\frac{H}{L} = \frac{0,56}{93} = \frac{1}{166} \dots\dots\dots \text{strmost vala u plitkom raste}$$

$(H_0/L_0=1/167)$

d) Brzina napredovanja vala u prelaznom području

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}} = \sqrt{\frac{9,81 * 93}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi * 25}{93}} = 11,6 \text{ (m/s)}$$

Brzina vala u prijelaznom opada. ($c_0=12,5 \text{ m/s}$)

e) Putanja vodne čestice na površini, $z=0$

$$A = \frac{H}{2} \frac{\operatorname{ch}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{sh}(2\pi d/L)} = \frac{H}{2} \operatorname{cth} \frac{2\pi d}{L} = \frac{0,56}{2} * 1,063 = 0,297 \text{ m}$$

$$B = \frac{H}{2} \frac{\operatorname{sh}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{sh}(2\pi d/L)} = \frac{H}{2} = \frac{0,56}{2} = 0,28 \text{ m}$$

Dakle, radi se o elipsi.

f) Brzina čestice vode na površini, $z=0$

Horizontalna komponenta brzine, u

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\operatorname{ch}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{ch}(2\pi d/L)} \cos \Theta \quad \text{najveća brzina za } \cos \Theta = 1$$

$\Theta = 0, \pi, 2\pi, \dots$
tj. ispod grebena ili žljeba vala

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} = 0,27 \text{ m/s} \quad (u_0 = 0,24 \text{ m/s})$$

Vertikalna komponenta brzine, w

$$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\operatorname{sh}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{ch}(2\pi d/L)} \sin \Theta \quad \text{najveća brzina za } \sin \Theta = 1$$

$\Theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$
tj. između dola i brijega vala

$$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} = 0,25 \text{ m/s} \quad (w_0 = 0,24)$$

Brzina čestica vode u plitkom raste.

g) Putanja vodne čestice na dubini, $z=-3 \text{ m}$

$$A = \frac{H}{2} \frac{\operatorname{ch}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{sh}(2\pi d/L)} = 0,28 \frac{\operatorname{ch}(2\pi(25-3)/93)}{\operatorname{sh}(2\pi \cdot 25/93)} =$$

$$= 0,28 \cdot \frac{2,323}{2,614} = 0,28 \cdot 0,888 = 0,25 \text{ m}$$

$$B = \frac{H}{2} \frac{\operatorname{sh}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{sh}(2\pi d/L)} = 0,28 \frac{\operatorname{sh}(2\pi(25-3)/93)}{\operatorname{sh}(2\pi \cdot 25/93)} =$$

$$= 0,28 \cdot \frac{2,097}{2,614} = 0,28 \cdot 0,8 = 0,22 \text{ m}$$

Putanja čestice je manja elipsa.

h) Brzina čestice vode na dubini, $z=-3 \text{ m}$

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\operatorname{ch}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{ch}(2\pi d/L)} \cos \Theta = 0,236 \cdot \frac{2,323}{2,8} \cdot 1 = 0,20 \text{ m/s}$$

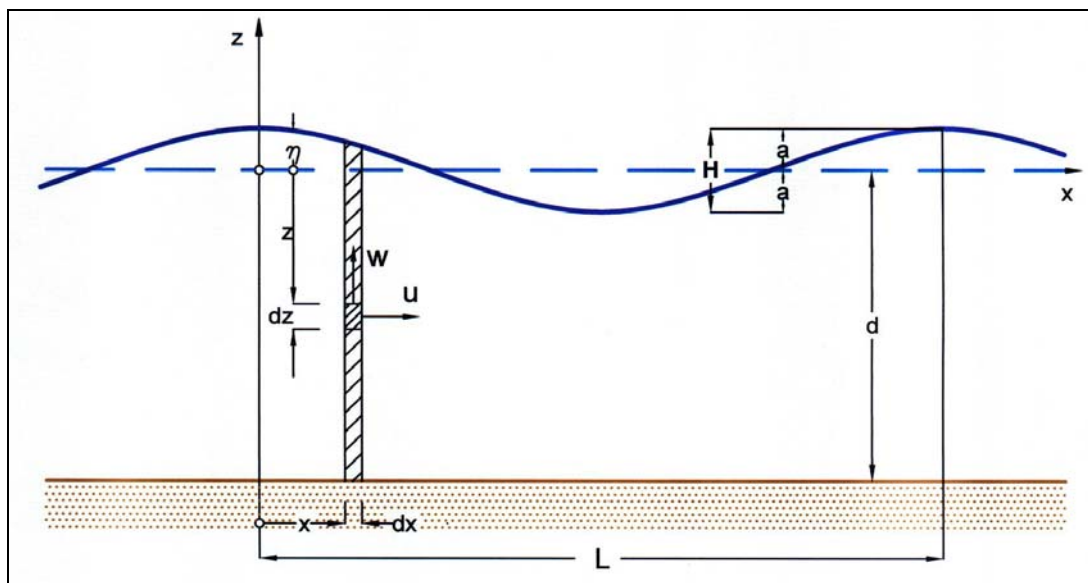
$$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\operatorname{sh}(2\pi(d+z)/L)}{\operatorname{ch}(2\pi d/L)} \sin \Theta = 0,236 \cdot \frac{2,097}{2,8} \cdot 1 = 0,18 \text{ m/s}$$

Brzine čestica vode opadaju s dubinom.

j) Maximalna brzina čestica vode na dnu $z=-25 \text{ m}$

$$u_{\max}^d = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{1}{\operatorname{ch}(2\pi d/L)} = \frac{0,6}{2} \cdot \frac{9,81 \cdot 8}{93} \cdot \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 25}{93}\right)} = 0,09 \text{ m/s}$$

2.4.2.1 ENERGIJA VALOVA MALIH AMPLITUDA



Sl. 2.4-2.1::1 Energija valova malih amplituda

Potencijalna i kinetička energija vala za elementarni stupac $(d+\eta) \cdot dx \cdot 1$, odnosno za elementarni volumen $dx \cdot dz \cdot 1$ dade se izraziti kao

$$dE_p = \rho g \frac{(d + \eta)^2}{2} dx \cdot 1 \dots\dots\dots(2.4 - 2.1 :: 1)$$

$$dE_k = \left(\frac{u^2 + w^2}{2} \right) dM = \rho \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) dx \cdot dz \cdot 1 \dots\dots\dots(2.4 - 2.1 :: 2)$$

Uvrštavanjem poznatih veličina η , u , w , u gornje jednadžbe može se izraziti totalna energija s

$$dE = dE_p + dE_k$$

$$E = \int dE_p + \int dE_k$$

Totalna energije vala E za jednu valnu dužinu i jediničnu širinu je dakle suma kinetičke E_k i potencijalne E_p energije :

$$E = E_k + E_p = \frac{\rho g H^2 L}{16} + \frac{\rho g H^2 L}{16} = \frac{\rho g H^2 L}{8} \dots\dots\dots(2.4 - 2.1 :: 3)$$

Lako je uočiti da su potencijalna i kinetička energija vala jednake.

S p e c i f i č n a e n e r g i j a vala ili raspodjela e n e r g i j e je totalna energija vala na jediničnu površinu :

$$\bar{E} = \frac{E}{L \cdot 1} = \frac{\rho g H^2}{8} [J/m^2] \dots\dots\dots(2.4 - 2.1 :: 4)$$

gdje je ρ gustoća fluida.

PR.2.4.2.1.1: ENERGIJA VALA

Zadatak: Treba izračunati ukupnu energiju valnog područja 100×100 (m) ako su parametri vala $H/L/T=3,8/145/9,6$.

Rješenje:

$$\bar{E} = \frac{\rho g H^2}{8} \dots\dots\dots \text{specifična energija vala (J/m}^2\text{)}$$

$$\bar{E} = \frac{\rho g H^2}{8} * 100 * 100 = \frac{1024 * 9,81 * 3,8^2}{8} * 100 * 100 = 181 * 10^3 \text{ kJ}$$

$\rho=1024$ (kg/m³) gustoća morske vode

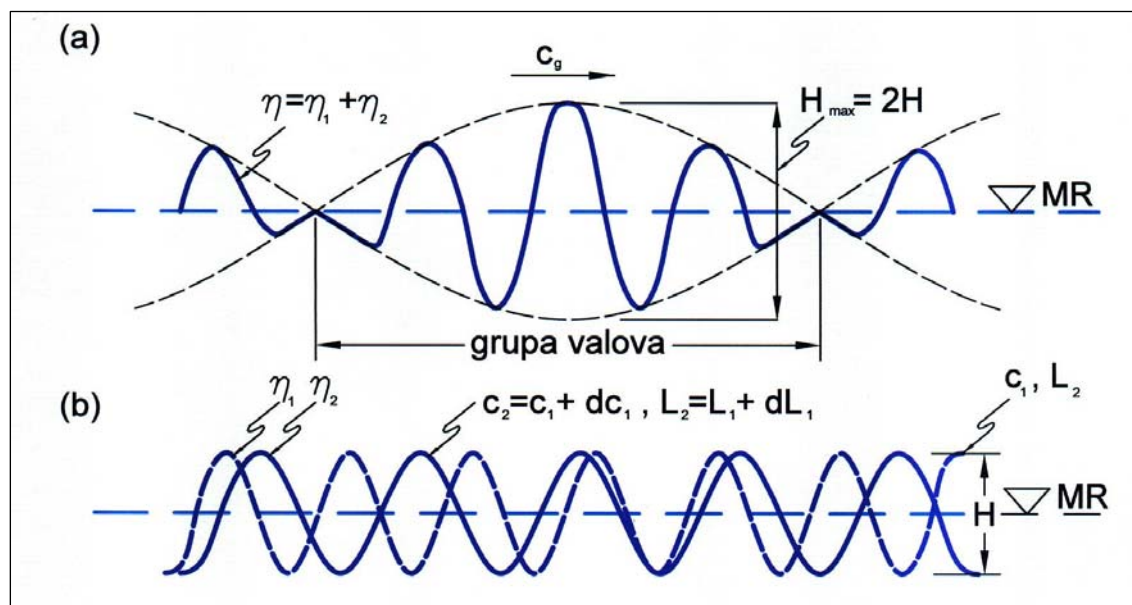
2.4.2.2 BRZINA GRUPE VALOVA

Grupa valova je sukcesivni niz od 3 do 15 (ili više) valova na nekom mjestu kojima valna visina manje - više simetrično raste, a zatim opada.

Koncept brzine grupe valova se opisuje razmatrajući interakciju dva sinusoidalna vala η_1 i η_2 jednake visine, ali malo različite dužine i brzine rasprostiranja. Ta dva sinusoidalna vala se nazivaju komponente valne grupe, a predstavljaju rastav valnog profila neke valne grupe na Fourierov red od dva člana.

Brzina kojom se grupa valova rasprostire općenito nije jednaka brzini kojom se rasprostire pojedinačna komponenta grupe. Brzina grupe označava se sa c_g , brzina neke komponente grupe se naziva fazna brzina. Valovi koji se šire u dubokoj ili prelaznoj vodi, s gravitacijom kao primarnom povratnom silom, imaju brzinu grupe manju nego li je brzina faza.

Važnost koncepta valne grupe je u tome da se protok valne energije (energetski fluks) odvija brzinom valne grupe c_g . (Dean, s.98) , a kontinuitet energetskog fluksa se koristi u matematičkim modelima za objašnjenje i proračun valnih deformacija.

Sl. 2.4-2.2::1 Grupa valova (a), spektralni rastav jednostavne grupe na faze η_1 i η_2 (b)

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L_1}x - \frac{2\pi}{T_1}t\right) + \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L_2}x - \frac{2\pi}{T_2}t\right) \dots (2.4-2.2::1)$$

Supersonizacijom dvaju linearnih valova nastao je novi linearni val

$$\eta = H \cos\pi\left(\frac{L_2 - L_1}{L_1 L_2}x - \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}t\right) \cos\pi\left(\frac{L_2 + L_1}{L_1 L_2}x - \frac{T_2 + T_1}{T_1 T_2}t\right)$$

ili drugačije napisano uz $k = 2\pi/L$, $c = L/T$, $2\pi/T = kc = \omega$

$$\eta = H \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \dots (2.4-2.2::2)$$

Fizikalno gledajući, brzinu grupe valova predstavlja brzina zamišljene anvelope na grupi valova. Kako prvi član jednadžbe (2.4-2.2::2) predstavlja tu anvelopu

$$\eta_{anv.} = H \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) = a_{anv.} \cdot \cos(k_{anv}x - \omega_{anv}t)$$

i ima formu linearnog vala može se brzina anvelope izraziti s

$$k_{anv} = \frac{k_1 - k_2}{2} \quad L_{anv} = \frac{4\pi}{k_1 - k_2} = 2 \frac{L_1 L_2}{L_2 - L_1}$$

$$\omega_{anv} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad T_{anv} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2} = 2 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}$$

$$c_{anv} = \frac{L_{anv}}{T_{anv}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = c_g \dots (2.4-2.2::3)$$

a jednadžbu 2.4-2.2::3 daje se izraziti kao

$$c_g = \frac{\Delta(\omega)}{\Delta k} = \frac{\Delta(kc)}{\Delta k}$$

Ukoliko su razlike među brzinama i dužinama faza diferencijalno male

$$c_g = \frac{d(kc)}{dk} = c + k \frac{dc}{dk} = c - L \frac{dc}{dL}$$

Uvrštavanjem jednadžbe (2.4-2::10) u gornju jednadžbu dobije se brzina valne fronte za prijelazne dubine vode

$$c_g = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\operatorname{sh} \frac{4\pi d}{L}} \right] c = nc \dots\dots\dots(2.4 - 2.2 :: 4)$$

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\operatorname{sh} \frac{4\pi d}{L}} \right] \dots\dots\dots(2.4 - 2.2 :: 5)$$

U dubokoj vodi $(4\pi d/L)/\operatorname{sh} (4\pi d/L)$ je približno nula a $c_g = 1/2 c_0$.

U plitkoj vodi $\operatorname{sh} (4\pi d/L) = 4\pi d/L$; $c_g = 1 \cdot c = gd$. Dakle faktor n se mijenja od 1/2 do 1.

2.4.3 TEORIJE VALOVA KONAČNIH AMPLITUDA

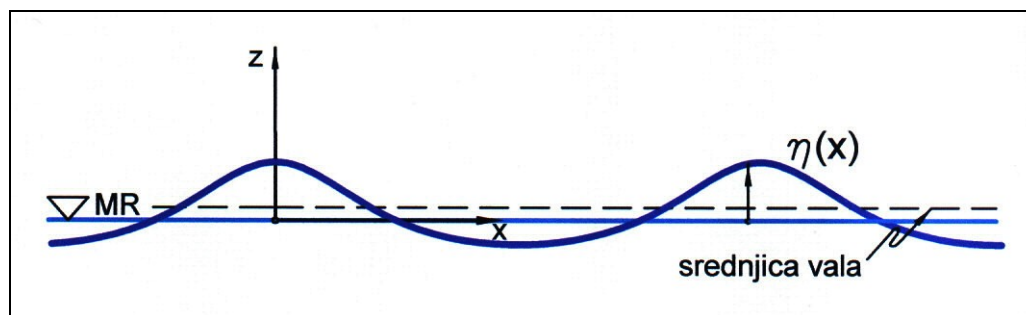
Sinus (ili kosinus) može opisati profil vala čija je visina ekstremno mala u odnosu na dužinu.

$$\eta = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right) = a \cos \theta \dots\dots\dots(2.4 - 3 :: 1)$$

Ovakav opis jednostavnog vala osnova je teorije malih amplituda ili linearne teorije, a osim gornje pretpostavke uključuje u sebi i zanemarivanje članova višeg reda rubnih uvjeta.

Kad strmost vala postaje relativno veća, nelinearne članove rubnih uvjeta na fizičkoj površini mora kod matematičkog opisa idealnog valovanja (2.4-1) nije moguće ignorirati. Napredovanje čestica progresivnog vala u smjeru rasprostiranja vala, tj. transport mase i izdizanje srednjice vala također su eksperimentalno dokazane istine koje model linearnog vala ne odražava. Spomenute činjenice, naročito uključivanje nelinearnih članova, uključuju generalnije teorije uobičajeno nazvane teorija valova konačnih amplituda.

Kompletniji opis valovanja (profil, pomaci, brzine, pomaci...) može se dobiti baš takvim teorijama i to kao suma neodređenog broja sukcesivnih aproksimacija, pri čemu je svaki pribrojnik u nizu korekcija prethodnog.



Sl.2.4.-3::1 Profil vala konačne amplitude

Profil vala npr. dan je s

$$\eta = a \cos \theta + a^2 B_2(L, d) \cos 2\theta + a^3 B_3(L, d) \cos 3\theta + \dots$$

$$\dots + a^n B_n(L, d) \cos n\theta; \quad \theta = (kx - \omega t) \dots (2.4 - 3 :: 2)$$

gdje je $a = H/2$ kod teorije prvog i drugog reda, te $a < H/2$ kod teorije trećeg i viših redova. $B_2, B_3, \dots, B_n$ su oznake za funkcije od valne dužine L i dubine vode d . Linearna teorija podrazumijeva samo prvi član s desne strane gornje jednačbe. Dodavanje sljedećih članova predstavlja viši stupanj aproksimacije profila vala. Tako je npr. ordinata profila vala trećeg reda definirana s prva tri člana iste jednačbe.

Ostali članovi, iza prvog, reprezentiraju korekciju sinusnog profila vala i izdizanje srednjice vala ΔH iznad mirnog raza mora te je profil vala konačne amplitude nesimetričan, a obzirom na MR s višim brijegovima i plićim dolovima nego li kod sinusoidalnog vala.

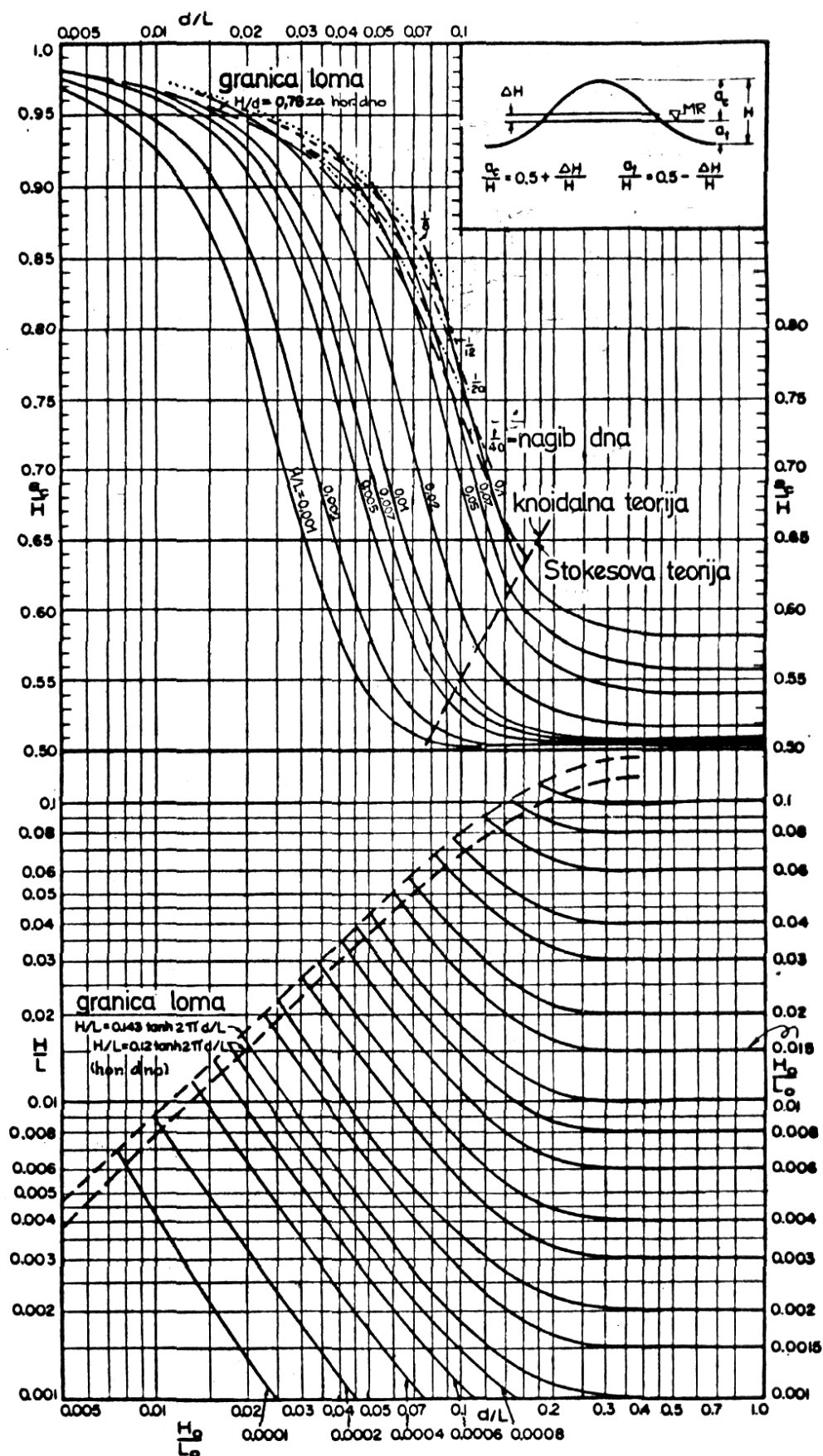
Strmina vala konačne amplitude, kad on dolazi u pliću vodu, je prikazana na Sl. 2.4-3::2 gdje strmina za dani H_0/L_0 u dubokoj vodi naraste na strminu H/L kako relativna dubina pada. Porast strmine se događa sve dok ne bude postignuta nestabilnost forme vala, tj. kada se valovi lome kod teoretske vrijednosti strmine

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} = \left(\frac{H}{L}\right)_b = 0,142 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \dots (2.4 - 3 :: 3)$$

ili više realistički (na bazi eksperimenata)

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} = \left(\frac{H}{L}\right)_b = 0,142 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \dots (2.4 - 3 :: 3)$$

o čemu će biti više govora u glavi 2.4-4.1. Srednjica vala je zamišljena horizontalna ravnina u sredini između grebena i žljeba vala tako da je amplituda mjerena od nje jednaka na obje strane, $a = H/2$. Udaljenost grebena vala od MR se označava s a_c , udaljenost žljeba vala od MR s a_t , tako da je $a_c + a_t = H$. Omjer a_c/H prikazan je na gornjoj polovici Sl. 2.4-3::2 prema relativnoj dubini d/L , a na bazi Stokesove i knoidalne teorije.



Sl. 2.4-3::2
Izdizanje
srednjice i
strmina
progresivnih
valova,
Silvester
(6).

Granica loma je označena točkastim linijama za razne nagibe dna sve do potpuno horizontalnog dna, kada je $d_b = 1,28 H_b$ odnosno $H_b/d_b = 0,78$.

U dubokoj vodi tj. za $d \gg L/2$ krivulje strmine su horizontalne, a granična strmina vala prije loma ovisi samo o strmosti vala H/L koja je u tom slučaju reprezentirana s H_0/L_0 (vidi još 2.4-4.1). Važan je zaključak da se val može lomiti čak i onda ako ne osjeti dno, ali ima veliku strminu!

$$\Delta H_0 = \frac{\pi H_0^2}{4 L_0}, \quad a \dots\dots\dots (2.4 - 3 :: 5)$$

Za dubokovodne uvjete izdizanje srednjice (Stokes 2) iznosi

$$a_c = \frac{H_0}{2} + \frac{\pi H^2}{4 L_0} = \frac{H_0}{2} \left(1 + 1,57 \frac{h_0}{L_0}\right)$$

$$a_t = \frac{H_0}{2} + \frac{\pi H^2}{4 L_0} = \frac{H_0}{2} \left(1 - 1,57 \frac{h_0}{L_0}\right) \dots\dots\dots (2.4 - 3 :: 6)$$

U pogledu gibanja čestica vala većina teorije višeg reda opisuju približno oscilatorne valove - irotaciono kretanje, jer se fluid giba za mali iznos u smjeru valnog napredovanja kod svakog uzastopnog vala.

Profil vala i pomaci vodnih čestica kakvi su gore opisani odgovaraju nelinearnom modelu idealnog vala iz kojeg rezultiraju teorije valova višeg reda što slijede.

2.4.3.1 TROHOIDALNA TEORIJA

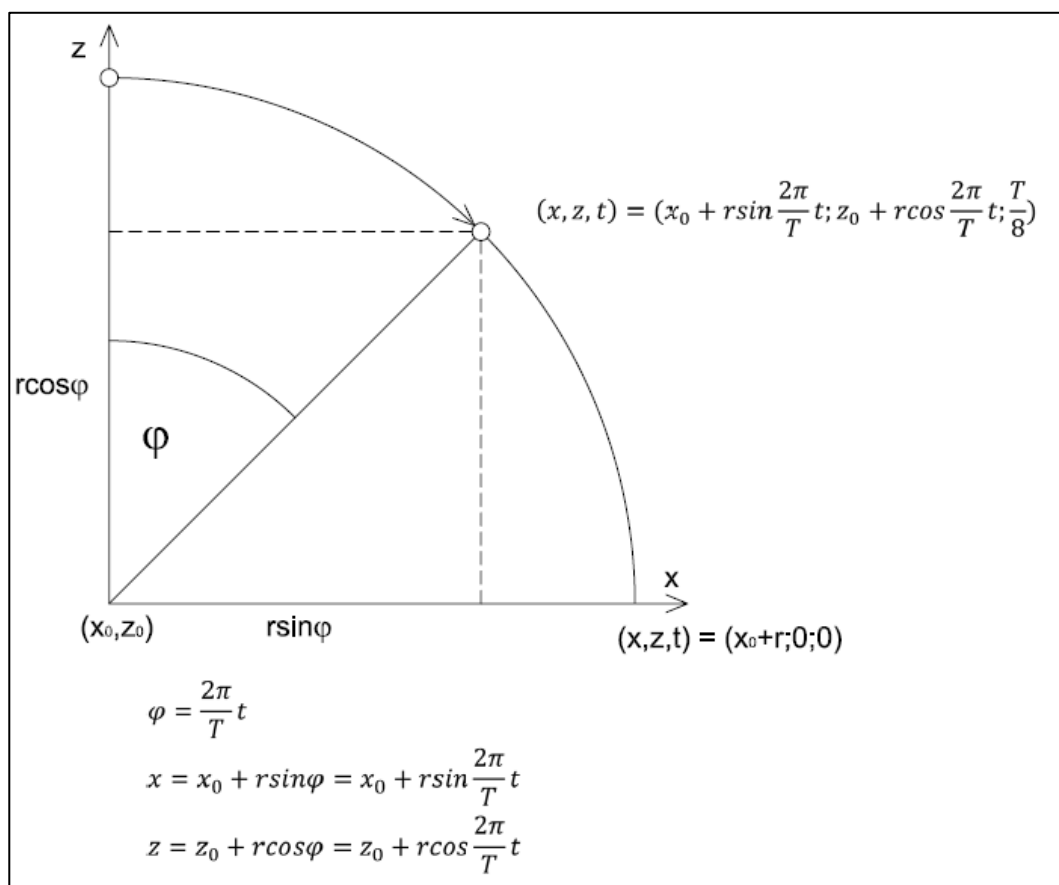
Prva uopće razvijena valna teorija nazvana je trohoidalna teorija, a razvio ju je češki fizičar Gersatner (1802) na Lagrangeovom principu. Odnosi se na valove konačnih amplituda. Može se primijeniti na strmiye valove u dubokoj vodi. Nazvana je tako jer je profil vala opisan krivuljom trohoidom. Ne može se uvijek preporučiti za upotrebu, jer gibanje čestica nije kao u prirodi, profil vala opisuje sasvim precizno.

Rješenje bazirano na trohoidalnoj valnoj teoriji predstavlja egzaktno (duboka voda) ili približno (plitka voda) rješenje rotacionog kretanja, dok ostale teorije višeg reda daju asimptomatska rješenja (uslijed višekratnih rastava nekih derivacija i funkcija u redove i zanemarivanja njihovih članova višeg reda), ali više prirodnog rotacionog kretanja.

Trohoidalna teorija je bazirana na Lagrangeovoj metodi opisa gibanja tekućine (Sl.2.4.1::1b) koja opisuje gibanje pojedine čestice tekućine u prostoru i vremenu orbitalnom trajektorijom čestice. Ako je početni položaj čestice (x_0, z_0) , tada su x i z koordinate njenog položaja u trenutku t (Lagrangeove koordinate) izražene s:

$$x = x(x_0, z_0, t) \quad i \quad z = z(x_0, z_0, t) \dots\dots\dots (2.4-3.1::1)$$

što predstavlja trajektoriju (zakon gibanja točke) u parametarskoj formi (Sl. 2.4.-3.1::1b).



Sl. 2.4-3.1::2 Trajektorija gibanja vodne čestice u parametarskoj formi

Komponente brzine i ubrzanja čestica određene su s

$$u = \frac{dx}{dt} \quad a_x = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

.....(2.4-3.1::2)

$$w = \frac{dz}{dt} \quad a_z = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

što proizlazi iz činjenice da funkcije x i z odnosno Lagrangeove koordinate predstavljaju zakon gibanja vodne čestice u parametarskoj formi.

Polazne dinamičke jednadžbe gibanja jedne vodne čestice sastoje se od Lagrangeovih dinamičkih jednadžbi (dvodimenzionalan model)

$$\left(\frac{d^2 x}{dt^2} - R_x \right) \frac{\partial x}{\partial x_0} + \left(\frac{d^2 z}{dt^2} - R_z \right) \frac{\partial z}{\partial x_0} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_0} = 0$$

$$\left(\frac{d^2 x}{dt^2} - R_x \right) \frac{\partial x}{\partial z_0} + \left(\frac{d^2 z}{dt^2} - R_z \right) \frac{\partial z}{\partial z_0} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z_0} = 0 \quad \text{.....(2.4-3.1::3)}$$

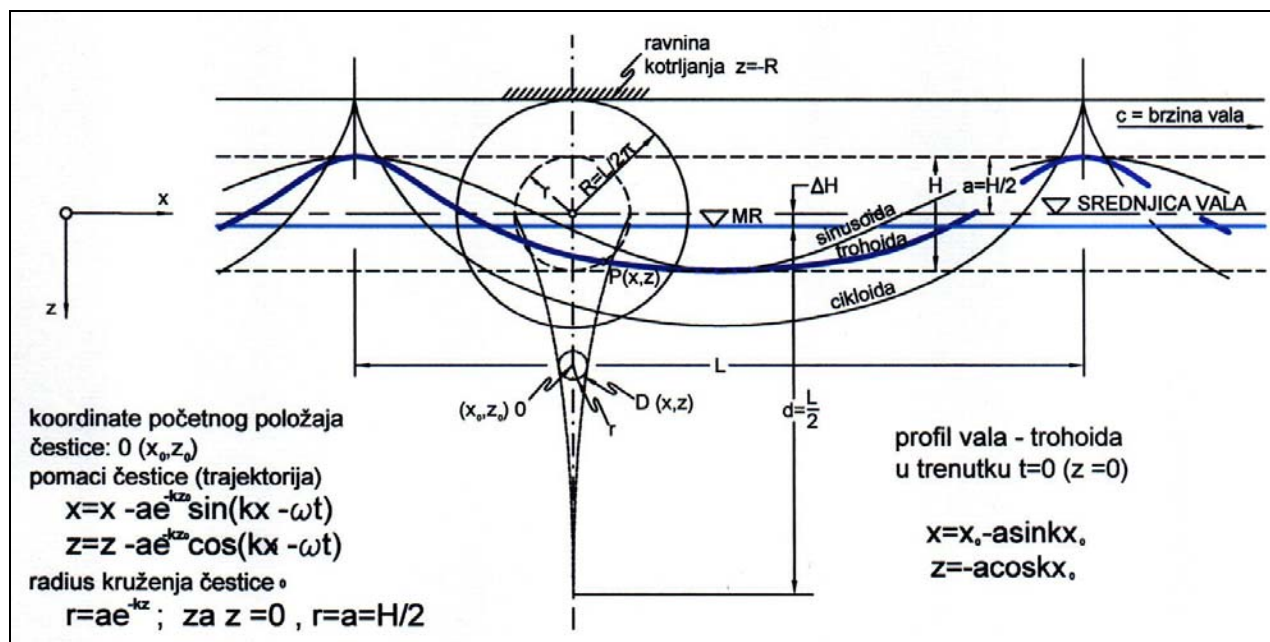
gdje su R_x i R_z komponente ubrzanja vanjskih volumnih sila ($R_x = 0, R_z = g$), i jednadžbe kontinuiteta

$$dx dz = \frac{\partial(x, z)}{\partial(x_0, z_0)} dx_0 dz_0 = f(x_0, z_0)$$

$$\frac{\partial(x,z)}{\partial(x_0,z_0)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial x}{\partial z_0} \\ \frac{\partial z}{\partial x_0} & \frac{\partial z}{\partial z_0} \end{vmatrix} = D \dots\dots\dots(2.4-3.1::4)$$

koja ima značenje da determinanta D mora biti konstantna tj. neovisna o vremenu t.

Za rješenje ovih jednažbi potrebno je poznavati zakon gibanja čestice iz čega slijede izrazi za ostale valne parametre i veličine kao što su brzina rasprostiranja vala, pritisak ispod vala, pritisak na vertikalnu stijenku i dr. Gerstnerov doprinos na tom polju sastojao se u definiranju zakona gibanja valne čestice za duboku vodu.



Sl. 2.4-3.1::2 Profil, gibanje čestica i parametri dubokovodnog progresivnog vala konačne amplitude prema teoriji Gerstnera.

Prema njegovom zapažanju kroz pokuse u laboratoriju čestica vrši rotaciono gibanje tj. orbitira u zatvorenoj kružnoj putanji. Ako se promatra niz čestica po dubini njihov se radijus rotacije smanjuje s dubinom po eksponencijalnom zakonu.

$$r = a e^{kz_0} = a e^{\frac{2\pi}{L} z_0}$$

Dakle čestica u takvom valnom gibanju ne napreduje u horizontalnom smislu. Napreduje samo forma vala. Kasnija laboratorijska ispitivanja pokazala su stanovito, doduše malo, horizontalno napredovanje čestice vala tako da ona stvarno izvodi i rotaciono gibanje. Ova razlika čini osnovnu zamjerku trohoidalnoj teoriji.

Gerstnerov zakon gibanja promatrane valne čestice u dubokoj vodi koji je u funkciji srednje pozicije točke (x_0, z_0) i vremena dan je s:

$$\begin{aligned} x &= x_0 - a e^{-kz_0} \cdot \sin(kx_0 - \omega \cdot t) \\ z &= z_0 - a e^{-kz_0} \cdot \cos(kx_0 - \omega \cdot t) \end{aligned} \quad (2.4-3.1::5)$$

Izraz za profil vala u parametarskoj formi može se dobiti iz jednažbi (2.4-3.1::5) držeći $z_0 = 0$ i $t=0$, a varirajući x_0 što daje krivulju t r o h o i d u.

Geometrijski se trohoida daje konstruirati kotrljanjem kruga radijusa $R = L/2\pi = 1/k$ ispod horizontalne ravnine $-z = R$. Ukoliko unutar kruga odredimo točku na distanci $r = a = H/2$ od središta ta će točka opisati trohoidu definiranu jednadžbama na Sl. 2.4-3.1::2.

Izdizanje srednjice dubokovodnog vala ΔH_o iznad mirnog raza proračunava se izjednačavanjem volumena valovitog i mirnog mora na jednu valnu dužinu:

$$\int_0^{L_o} [(d + \Delta H_o) - z] dx \cdot 1 = \int_0^{L_o} d \cdot dx \cdot 1$$

$$\int_0^{L_o} (z - \Delta H_o) dx = 0$$

što daje

$$\Delta H_o = \frac{1}{2} k a^2 = \frac{\pi H_o^2}{4L_{\text{subo}}} \dots\dots\dots(2.4-3.1::6)$$

Indeks "o" označava da se radi o dubokovodnom valu. Integracijom dinamičkih jednadžbi (2.4-3.1::3) uz supstituciju zakona gibanja (2.4-3.1::5) dobije se tlak ispod profila vala:

$$\frac{\partial}{\partial x_o} \left(\frac{p}{\rho} - gz \right) = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \frac{\partial x}{\partial x_o} - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \frac{\partial z}{\partial x_o}$$

$$\frac{\partial}{\partial z_o} \left(\frac{p}{\rho} - gz \right) = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \frac{\partial x}{\partial z_o} - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \frac{\partial z}{\partial z_o}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_o} \left(\frac{p}{\rho} - gz \right) = a \omega^2 e^{kz_o} \cdot \sin(kx_o - \omega t)$$

$$\frac{\partial}{\partial z_o} \left(\frac{p}{\rho} - gz \right) = a \omega^2 e^{kz_o} \cdot \cos(kx_o - \omega t) - a^2 \omega^2 k e^{2kz_o}$$

$$\frac{p}{\rho} - gz = \frac{a \omega^2}{k} e^{kz_o} \cdot \cos(kx_o - \omega t)$$

$$\frac{p}{\rho} - gz = \frac{a \omega^2}{k} e^{kz_o} \cdot \cos(kx_o - \omega t) + \frac{a^2 \omega^2}{2} e^{-2kz_o}$$

Kako je $z = z_o - a e^{-kz_o} \cos(kx_o - \omega t)$ gornje jednadžbe poprimaju oblik

$$\frac{p}{\rho} = g z_o + \left(\frac{\omega^2}{gk} - 1 \right) a g e^{kz_o} \cdot \cos(kx_o - \omega t) \dots\dots\dots(2.4-3.1::7)$$

$$\frac{p}{\rho} = g \left(\frac{a^2 \omega^2}{2g} e^{-2kz_o} + z_o \right) + \left(\frac{\omega^2}{gk} - 1 \right) a g e^{kz_o} \cdot \cos(kx_o - \omega t)$$

Uzmimo na trenutak da profil vala miruje. Tada je i tlak na nekoj valovitoj ravnini na dubini z_o ispod vala konstantan tj. neovisan o vremenu radi čega drugi član zadnje jednadžbe mora biti nula. To će se desiti ako:

$$\frac{\omega^2}{gk} - 1 = 0 \text{ tj. } \frac{2\pi}{gT^2} L = 1, \quad L = \frac{gT^2}{2\pi} \rightarrow c = \frac{gL}{2\pi}, \quad c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} \dots\dots\dots(2.4-3.1::8)$$

$$p = \rho g \frac{H^2 \pi}{4L} e^{-2kz_o} + \rho g z_o \dots\dots\dots(2.4-3.1::9)$$

Izraz prezentira brzinu rasprostiranja dubokovodnog Gerstnerovog vala. Lako se može uočiti identičnost gornjeg izraza s izrazom za brzinu dubokovodnog vala prema linearnoj teoriji. Iz druge jednadžbe

(2.4-3.1::7) proizlazi tlak ispod vala. Isto vrijedi i za ostale parametre koji opisuju gibanje čestice ispod vala. Tlak ispod vala proizlazi iz druge jednačbe (2.4-3.1::7)

Na koncu, može se pokazati da jednačbe (2.4-3.1::5) predstavljaju egzaktno rješenje Lagrangeovog sistema, jer uvrštene u jednačbu kontinuiteta (2.4-3.1::4) daju:

$$D = 1 - a^2 k^2 e^{-2kz_0}$$

tj. D je funkcija samo od koordinata početnog položaja.

Također se može pokazati da se gibanje valne čestice opisano Gerstnerovim načinom ne da prikazati potencijalom, jer postoji vrtložnost za svaku točku valovanja osim u dubini $z_0 = \infty$. Kako se razmatra gibanje u ravni x,z vektor rotacije vodne čestice je

$$\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

Primjenom $u = \partial \phi / \partial t$ i $w = \partial \psi / \partial t$ dobije se vrtložnost različita od nule.

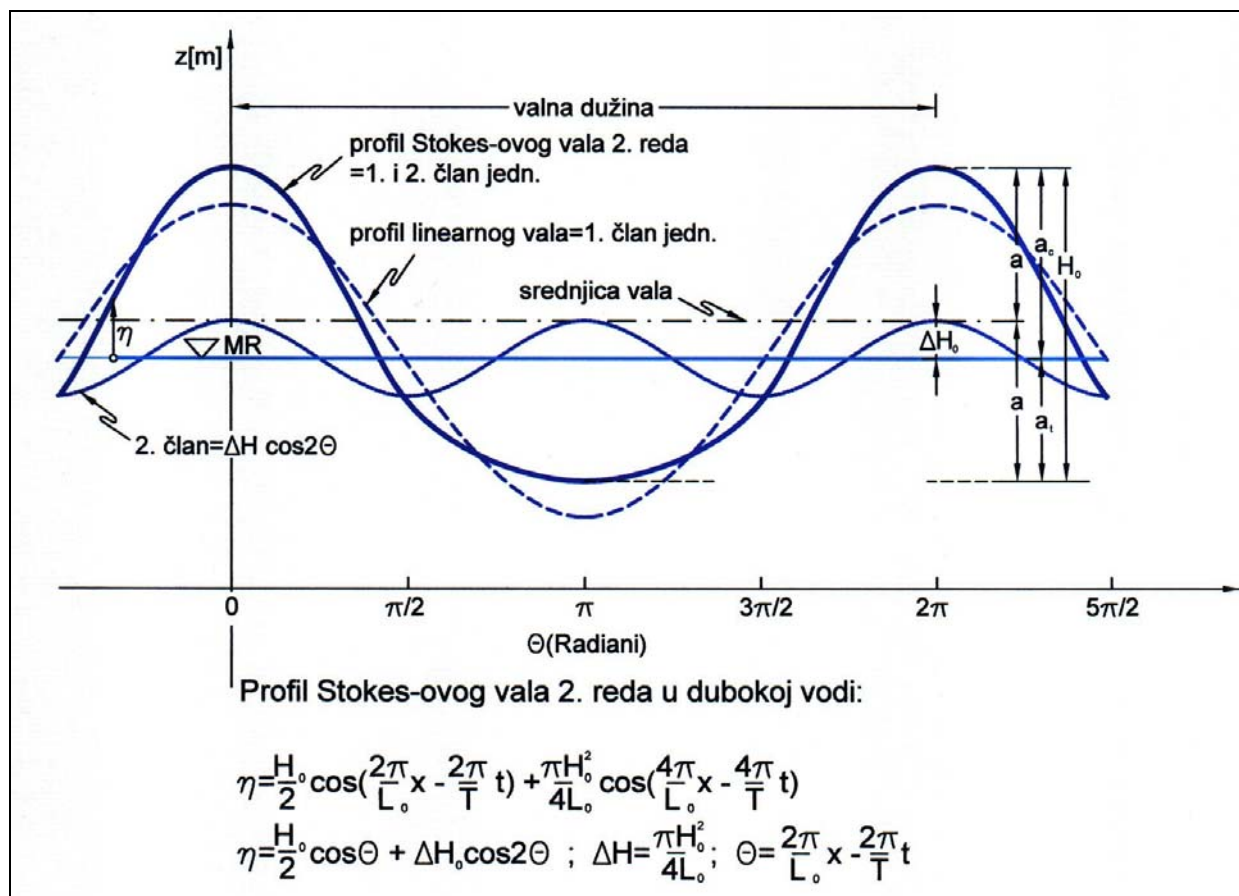
$$\omega_y = \frac{2\omega a^2 k^2 e^{-2kz_0}}{1 - a^2 k^2 e^{-2kz_0}} \dots \dots \dots (2.43.1::10)$$

2.4.3.2 STOKESOVE TEORIJE

Stokes je 1880. razvio teoriju konačnih amplituda koja zadovoljava bolje od trohoidalne. Bazirana je na Eulerovom nelinearnom modelu valova (poglavlje 2.4-1). Stokesove teorije višeg reda rezultiraju formulacijama za opis vala u vidu reda trigonometrijskih funkcija, u kojima su koeficijenti reda funkcije od visine i dužine vala te dubine vode. Stokes je predstavio asimptotsko (vrlo blisko modelu) rješenje za dubokovodni i rotacioni val sa stalnim profilom vala. Rješenje sustava diferencijalnih jednačbi nelinearnog matematičkog modela idealnog vala dobio je razvojem nelinearnih članova u Taylorov beskonačni red i zatim riješio sustav diferencijalnih jednačbi. Prema tome koliko je članova Taylorovog reda uzeo u obzir razvio je teorije 2. do 5. reda. Mogu se razviti teorije još višeg reda, no one ne daju značajniji doprinos opisu valova.

Stokesova teorija dobro interpretira idealni progresivni dubokovodni val relativno veće strmine čije se čestice irotaciono gibaju, a profil vala je konstantan. Transport mase i izdizanje srednjice koji egzistiraju u prirodi obilježja su ove teorije.

Izrazi za brzinu rasprostiranja vala i valnu dužinu prema teoriji drugog reda su identični onima koje daje teorija prvog reda.



Sl. 2.4.-3.2.: 1 Profil dubokovodnog Stokesovog vala 2 reda u usporedbi s profilom linearnog vala (prva komponenta Stokesovog vala)

$$c = \frac{gT}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}$$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}$$

$$\eta = a \cos(kx - \omega t) + \left(\frac{\pi H^2}{8L} \right) \frac{\operatorname{ch}(kd)}{\operatorname{sh}^3(kd)} [2 + \operatorname{ch}(2kd)] \cos 2(kx - \omega t) \dots (2.4 - 3.2 :: 1)$$

Profil vala po teoriji drugog reda je za razliku od teorije prvog reda sastavljen od dvije komponente. Za duboku vodu ($d > L$) gornja jednačba poprima oblik

$$\eta = \frac{H_0}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L_0} x - \frac{2\pi}{T} t\right) + \left(\frac{\pi H_0^2}{4L_0}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{L_0} x - \frac{4\pi}{T} t\right) \dots (2.4 - 3.2 :: 2)$$

Očito da prva komponenta predstavlja profil vala prvog reda, a druga korekciju tog profila i izdizanje srednjice. Korekciju dobivaju također izrazi za brzinu i pomake čestica vode.

$$u = \frac{agk}{\omega} \left[\frac{\text{ch}[k(z+d)]}{\text{ch}(kd)} \right] \cos(kx - \omega \cdot t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 c \frac{\text{ch}[2k(z+d)]}{\text{sh}^4(kd)} \cos(2kx - 2\omega \cdot t) \dots (2.4 - 3.2 :: 3)$$

$$w = \frac{agk}{\omega} \left[\frac{\text{sh}[k(z+d)]}{\text{ch}(kd)} \right] \sin(kx\omega t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 c \frac{\text{sh}[2k(z+d)]}{\text{sh}^4(kd)} \cos(2kx2\omega t) \dots (2.4 - 3.2 :: 4)$$

Lako je pokazati da je zadovoljen uvjet bezvrtložnosti $\partial u / \partial z - \partial w / \partial x = 0$. Teorija dakle opisuje potencijalno strujanje kako je i pretpostavljeno u poglavlju 2.4-1, str. 13.

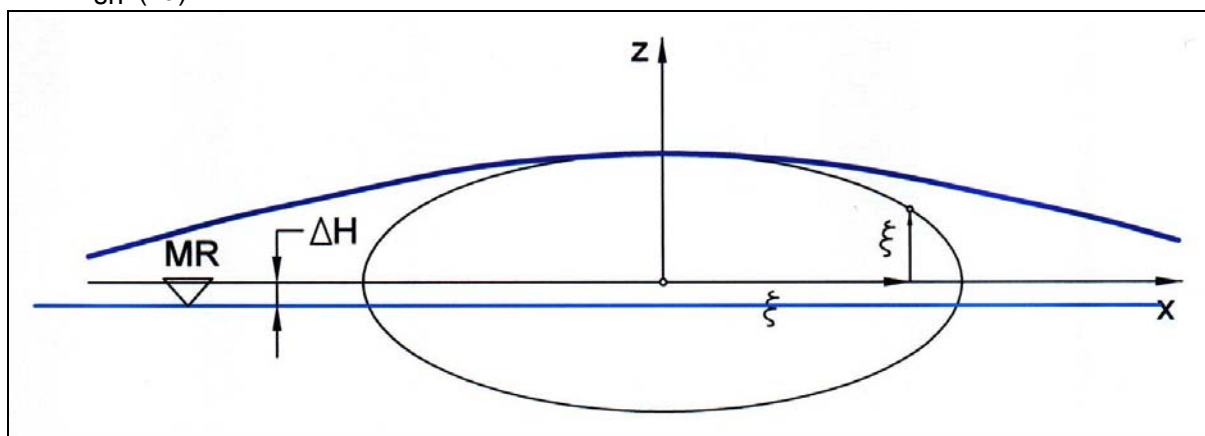
Pomaci čestica vode od srednjeg položaja u x i z smjeru dani su s

$$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\text{ch}[k(z+d)]}{\text{sh}(kd)} \sin(kx - \omega \cdot t) + \frac{\pi H^2}{8L} \frac{1}{\text{sh}^2(kd)}$$

$$\left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{\text{ch}[2k(z+d)]}{\text{sh}^2(kd)} \right\} \sin(2kx - 2\omega \cdot t) + \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \frac{ct}{2} \frac{\text{ch}[2k(z+d)]}{\text{sh}^2(kd)} \dots (2.4 - 3.2 :: 5)$$

$$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\text{sh}[k(z+d)]}{\text{sh}(kd)} \cos(kx\omega t) + \frac{3}{16} \frac{\pi H^2}{L} \cdot$$

$$\bullet \frac{\text{sh}[2k(z+d)]}{\text{sh}^4(kd)} \cos(2kx2\omega t) \dots (2.4 - 3.2 :: 6)$$

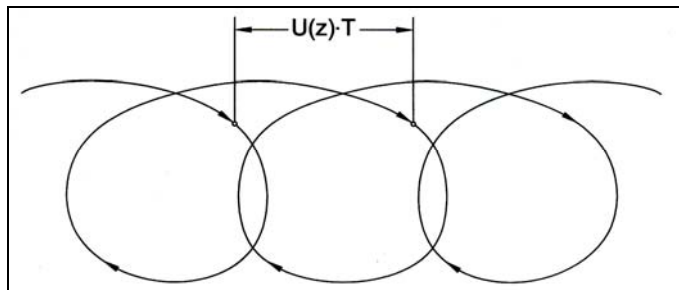


Sl. 2.4-3.2::2 Koordinate pomaka čestice vala, Brzina transporta mase(ξ su koord. pomaka vodne čestice od njenog srednjeg položaja kod valova konačnih amplituda)

U izrazu (2.4-3.2::5) za pomak vodne čestice u x smjeru ξ , zadnji član nije periodičan i izražen je kao produkt vremena i konstante u ovisnosti o dubini i periodu vala. Izraz prikazuje kontinuirani prirast hor. pomaka čestice u smjeru napredovanja vala. Pomak za koji se čestica premjesti kroz jedan period (Sl. 2.4-3.2::3) kad se podijeli s periodom vala daje srednju brzinu drift-struje od valova $U(z)$ koja se još naziva brzina transporta mase.

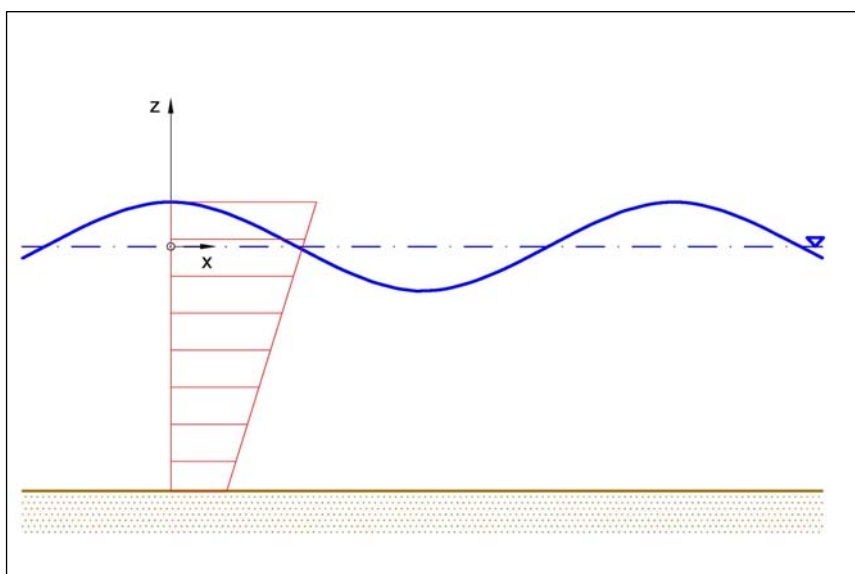
$$U(z) = \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 c \frac{\text{ch}[2k(z+d)]}{\text{sh}^2 kd} \dots (2.4 - 3.2 :: 7)$$

Jednadžba (2.4-3.2::7) ukazuje da se transport fluida valovima odvija u smjeru rasprostiranja valova kao na Sl. 2.4-3.2::3a. Ako transport mase u vodi akumulira mase u nekom području, fizičke površina vode mora se izdizati formirajući na taj način gradijent tlaka što uzrokuje povratnu struju. No to jednadžba (2.4-3.2::7) ne odražava!



Sl. 2.4-3.2::3 Staza čestice vala konačne amplitude - irotaciono gibanje

Protustruja koja se javlja kao odgovor će ponovo uspostaviti raspored masa. Longuet-Higgins 1953, 1960; Mitchim 1940; Miche 1944; Ursell 1953; Russel i Osario 1958. su definirali strujanje ispod vala tako da je neto transport mase u vertikalnom smislu nula.



Sl. 2.4-3.2::3a Vertikalni profil Stokes-ove drift struje ispod vala

Jednadžba 2.4-3.2::7, poznata kao Stokesov izraz za transport mase, izvedena je za beskonačno dugi kanal konstantne dubine bez razmatranja utjecaja viskoznosti. To znači da navedena jednadžba ne odgovara stvarnom stanju u prirodi jer ne zadovoljava sljedeća dva uvjeta: [Ippen]

- 1) Prema jednadžbi kontinuiteta, neto transport mase kroz bilo koji vertikalni presjek mora biti jednak nuli:

$$\int_{-h}^0 U(z) dz = 0 \dots\dots\dots (2.4-3.2::8)$$

- 2) Zbog utjecaja viskoznosti mora vrijediti:

$$U(z) = 0, \quad \text{za } z = -d$$

Kako bi zadovoljio navedene uvjete, Longuet-Higgins (1953) je postavio problem za dvodimenzionalni valni model u realnoj tekućini konstantne dubine i konačne duljine. Model na početku ima područje valne generacije (tj. valni generator u laboratoriju), a na kraju plažu. Dobio je jednadžbu koja sadrži kondukcijske i

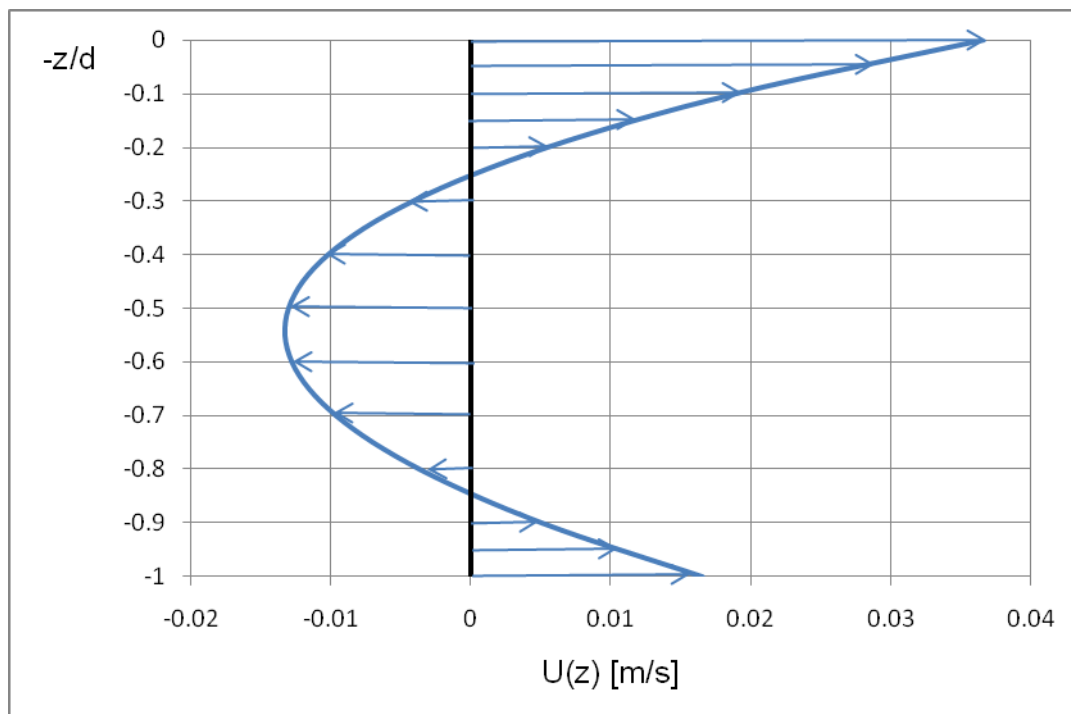
konvekcijske članove. Prvi uzimaju u obzir efekte viskoznosti, a drugi efekte konvektivne akceleracije. Budući da dobivenu jednačbu nije moguće riješiti uz zadržavanje oba efekta, Longuet-Higgins je predložio dva rješenja:

- 1) Kondukcijско rješenje – dobiveno izostavljanjem efekta konvektivne akceleracije i zadržavanje efekta viskoznosti. Kondukcijски članovi opisuju difuziju vrtložnosti s dna i površinskih graničnih slojeva u tijelo tekućine zbog viskoznih sila. Za unutrašnjost tekućine gdje je viskoznost mala, kondukcijско rješenje definirano je jednačbom:

$$2 \frac{U(z)}{U_0} = 2 \operatorname{ch}[2k(z+d)] + 3 + kd \left[3 \left(\frac{z}{d} \right)^2 + 4 \left(\frac{z}{d} \right) + 1 \right] \operatorname{sh}(2kd) + 3 \left[\frac{\operatorname{sh}(2kd)}{2kd} + \frac{3}{2} \right] \left[\left(\frac{z}{d} \right)^2 - 1 \right] \dots (2.4-3.2::9)$$

gdje je U_0 definiran jednačbom 2.4-3.2::7. Raspodjela brzine transporta mase po dubini prikazana je na Sl. 2.4-3.2::3b.

Kondukcijско rješenje vrijedi za odnos $\frac{\pi H}{\delta} \ll 1$, gdje je δ debljina graničnog sloja, ali Russell i Osorio (1958) eksperimentima su pokazali dobro poklapanje opaženih rezultata s Longuet-Higginsovim rješenjem čak i za $\pi H \gg \delta$.



Sl. 2.4-3.2::3 b Raspodjela brzine transporta mase po dubini prema Longuet-Higginsovom kondukcijском rješenju (jednačba 2.4-3.2::9)

Za $z = -d$, jednačba 2.4-3.2::9, tj. brzina kondukcijске struje na dnu, poprima oblik

$$(U(z))_{z=-d} = \frac{5}{2} U_0 = \frac{5}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 \frac{c}{\operatorname{sh}^2 kd} \dots (2.4-3.2::10)$$

Gornji izraz daje se napisati u ovisnosti o Reynoldsovom broju $R_\delta = \frac{u_{\max} \delta}{\nu}$.

Budući da je maksimalna brzina vodne čestice na dnu prema Stokesovoj teoriji 2. reda

$$u_{\max} = \frac{\pi H}{T \cdot \operatorname{sh}(kd)}, \quad \text{za } z = -d, \text{ i } \delta = \sqrt{4\pi\nu T},$$

može se Reynoldsov broj pisati

$$R_{\delta} = \frac{u_{\max} \delta}{v} = \sqrt{\frac{4\pi^3}{v}} \frac{H}{T^{1/2} \text{sh}(kd)}$$

Izraz 2.4-3.2::10 tada prelazi u

$$(U(z))_{z=-d} = \frac{5\pi^2}{4L} \left[\frac{H}{T^{1/2} \text{sh}(kd)} \right]^2 = \frac{5v}{16\pi} R_{\delta}^2$$

- 2) Konvekcijsko rješenje – izostavljanjem viskoznih članova i zadržavanjem članova od konvektivne akceleracije, koji opisuju kretanje vrtloga uzrokovano strujom transporta mase u tijelo tekućine od krajnjih granica modela (valni generator i plaža), dobiva se jednačba oblika

$$\frac{d}{dt} \nabla^2 \Psi = 0$$

čije rješenje bitno ovisi o rubnim uvjetima na oba kraja 2D modela i neodređeno je za progresivne valove [Wiegel 61].

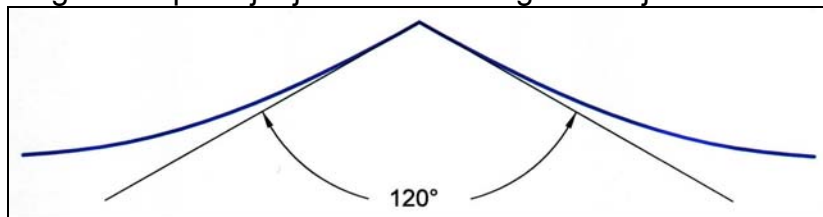
Uz pretpostavku da je konvekcijska brzina mala u usporedbi s kondukcijskom, kompletna distribucija brzine transporta mase dana je izrazom 2.4-3.2::7, što zadovoljava inženjerske potrebe.

Maksimalna strmost progresivnog vala, stabilnost progresivnog gravitacijskog vala ili njegova suprotnost lom vala razgraničeni su preko maksimalne strmosti vala. Maksimalna strmost vala u dubokom je konstanta, a u prijelaznoj i plitkoj vodi je funkcija valne dužine i dubine vode.

Stokes je (1880) stabilnost vala definirao preko brzine i odredio teoretski da val može ostati stabilan samo ako čestice vode na brijegu vala imaju manju brzinu nego li je brzina vala tj. $v < c$. Ako strmost vala postane tako velika da brzina čestice na grebenu premaši brzinu vala, val će postati nestabilan i slomiti se.

Stokes je pronašao i jedan geometrijski kriterij loma tj. da će se valovi koji imaju kut grebena manji od 120° slomiti (kut između dvaju pravaca tangencijalnih na profil grebena vala).

Mogućnost postojanja vala s kutom grebena jednakim 120° pokazao je Wilton (1914).



Sl. 2.4-3.2::4 Profil vala neposredno prije loma (Stokes, Wilton 1914)

Michell (1893) je stabilitet vala definirao preko maksimalne strmine vala i pronašao da je u dubokoj vodi teoretska granica strmine vala:

$$\left(\frac{H_0}{L_0} \right)_{\max} = 0,142 \approx \frac{1}{7} \dots \dots \dots (2.4 - 3.2 :: 8)$$

Havelock (1918) je potvrdio Michellovu formulu, a Miche (1944) je dao graničnu strminu za prelaznu i plitku zonu ($d < L_0/2$) uz ravno dno bez promjene oblika tj. bez loma:

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} = \left(\frac{H_0}{L_0}\right)_{\max} \operatorname{th}\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = 0,142 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \dots\dots\dots(2.4 - 3.2 :: 9)$$

Ove zakonitosti su potvrđene laboratorijskim ispitivanjima.

2.4.3.3 KNOIDALNA TEORIJA

Knoidalna teorija nosi naziv prema Jacobijevoj eliptičnoj funkciji cn kojom se opisuje valni profil.

Prilikom razvoja Stokesove teorije pretpostavljena je mala strmina vala H/L . U plitkoj vodi relativna dubina d/L ima prvorazredan utjecaj na pomake fizičke površine mora i čestica vala. Prema tome, prilikom razmatranja valova konačnih amplituda treba uzeti u obzir i parametar H/d . Na taj način može se definirati Ersellov parametar.

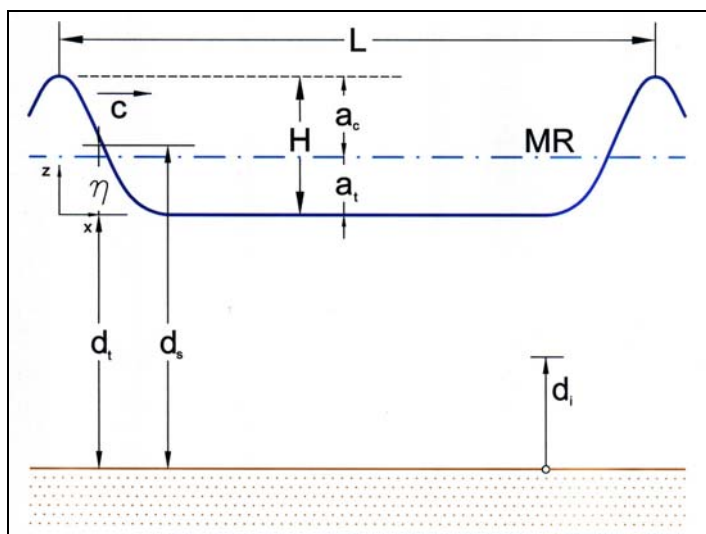
$$U = \frac{\left(\frac{H}{d}\right)^3}{\left(\frac{H}{L}\right)^2} = \frac{HL^2}{d^3} \dots\dots\dots(2.4 - 3.3 :: 1)$$

U području gdje je $U \ll 1$ vrijede Stokesove teorije. U području $U \gg 1$ val se definira s napredovanjem tj. Ne može imati trajnu formu. U prelaznim području mogu egzistirati valovi trajnog oblika: knoidalni valovi. To su dugi oscilatorni valovi, konačne amplitude, znatne strmine i trajne forme, koji se rasprostiru u relativno plitkoj vodi. Egzistenciju knoidalnih valova ustanovio je Boussinesq (1877), a teoriju su razvili Korteweg i De Vries (1895.). Termin *cnoidal* je upotrebljen, jer je profil vala opisan Jacobijevom eliptičnom kosinus funkcijom, koja se uobičajeno označava s *cn*.

Ova teorija zahtijeva oprez s respektom za stvarnu primjenu u inženjerskim problemima. Također je teška za proračun. Ranije upotrebe ove teorije su razvile grafičke i tabelarne funkcije (Wiegel. 1960, Maseh i Wiegel 1961.), no primjena je i dalje zapetljana. U upotrebi su knoidalna teorija 1 reda i knoidalna teorija 2. reda. Kao što je rečeno, te teorije najbolje opisuju valno gibanje u relativno plitkoj vodi ili točnije rečeno, područje primjene (prema Laitoneu 1963.) je u dubinama manjim od $1/8$ do $1/10$ valne dužine ($d/L < 1/8$) $1/10$) ili za $U > 26$ (vidi i Sl.2.4-1::2).

Karakteristike vala dane su u funkciji eliptičkih integrala $K(k)$ i $E(k)$ od modula eliptičkog integrala k koji nema fizikalno značenje, a određuje se iz dijagrama u ovisnosti o Ursellovom parametru, k se kreće u granicama $0 < k < 1$.

Kada je $k = 0$ knoidalna teorija prelazi u linearnu, a kada je $k = 1$ prelazi u soliternu.



Sl. 2.4.-3.3::1 Definijska skica za knoidalne valove

Ako se pretpostavi profil vala u obliku $\eta = cn^2(\cdot)$, gdje je $cn^2(\cdot)$ kvadrat eliptičkog kosinusa tj. $cn^2\left[2K(k)\left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T}\right), k\right]$, mogu se na bazi matematskog opisa valovanja u 2.4-1 dobiti približna rješenja 1. i 2. reda prikaza kroz sljedeće izraze:

rješenje 1. reda

$$\eta = H \cdot cn^2(\cdot)$$

$$c = \sqrt{g d_t} \left[1 + \frac{H}{d_t \cdot k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right) \right]$$

$$L = \sqrt{\frac{16 d^3}{3H}} \cdot k \cdot K(k)$$

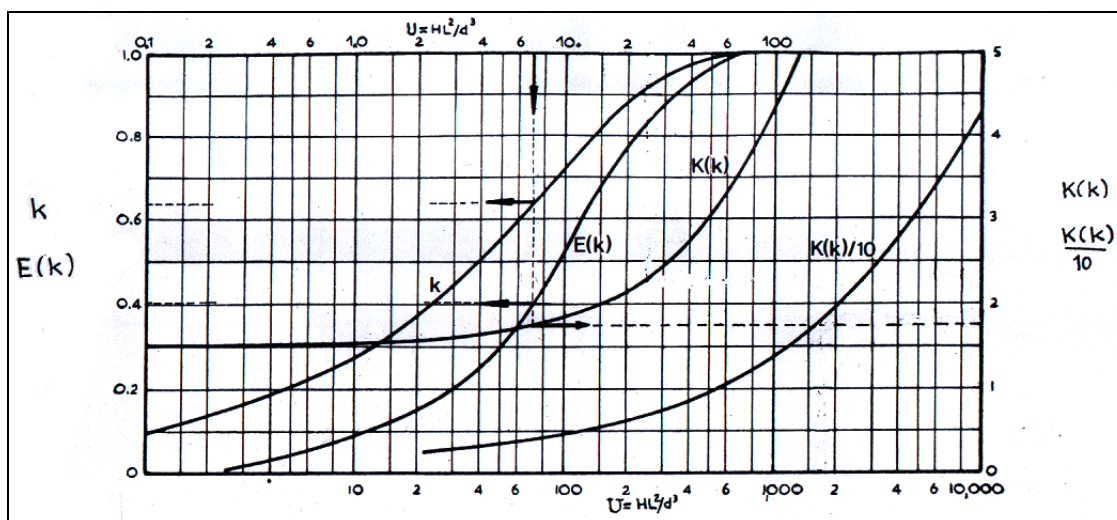
rješenje 2. reda

$$c = \sqrt{g d_t} \left\{ 1 + \frac{H}{d_t \cdot k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right) + \left(\frac{H}{d_t \cdot k^2} \right)^2 \left[\frac{E(k)}{K(k)} \cdot \right] \right\}$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{E(k)}{K(k)} + \frac{3k^2}{4} - 1 \right) - \frac{k^4 + 14k^2 - 9}{40} \right] \right\} \dots\dots\dots (2.4 - 3.3 :: 3)$$

$$\eta = H cn^2(\cdot) - \frac{3}{4} \frac{H^2}{d_t} cn^2(\cdot) \cdot [1 - cn^2(\cdot)] \dots\dots\dots (2.4 - 3.3 :: 2)$$

$$L = \sqrt{\frac{16 d_t}{3H}} \cdot k \cdot K(k) \left[1 + \frac{H}{d_t} \frac{7k^2 - 2}{8k^2} \right] \dots\dots\dots (2.4 - 3.3 :: 4)$$



Sl.2.4-3.3::2 Modul eliptičkih funkcija i eliptičke funkcije u relaciji s Ursell parametrom.(6)

teor. 1 reda:

teor.2. reda:

$$T = \sqrt{\frac{16 d^3}{3H}} \frac{k \cdot K(k)}{\sqrt{g d_t}} \left[\frac{1}{1 + \frac{H}{d_t k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right)} \right] \dots\dots\dots(2.4 - 3.3 :: 5)$$

$$a_c = \frac{H}{k^2 \cdot K(k)} [K(k) - E(k)], \quad a_c = \frac{H}{k^2 K(k)} [K(k) - E(k)] - \frac{H^2}{k^4 12 d_t} \cdot \left[(1 - k^2)(8 - 3k^2) - (8 - 7k^2) \frac{E(k)}{K(k)} \right] \dots\dots\dots(2.4 - 3.3 :: 6)$$

$$p = \rho_w g (d_s - d_i)$$

$p = \gamma (d_s - d_i)$ aproksimativni tlak ispod knoidalnog vala na svakom nivou d_i iznad dna

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - k \sin^2 x}}$$

.....prvi eliptički integral

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k \sin^2 x} dx$$

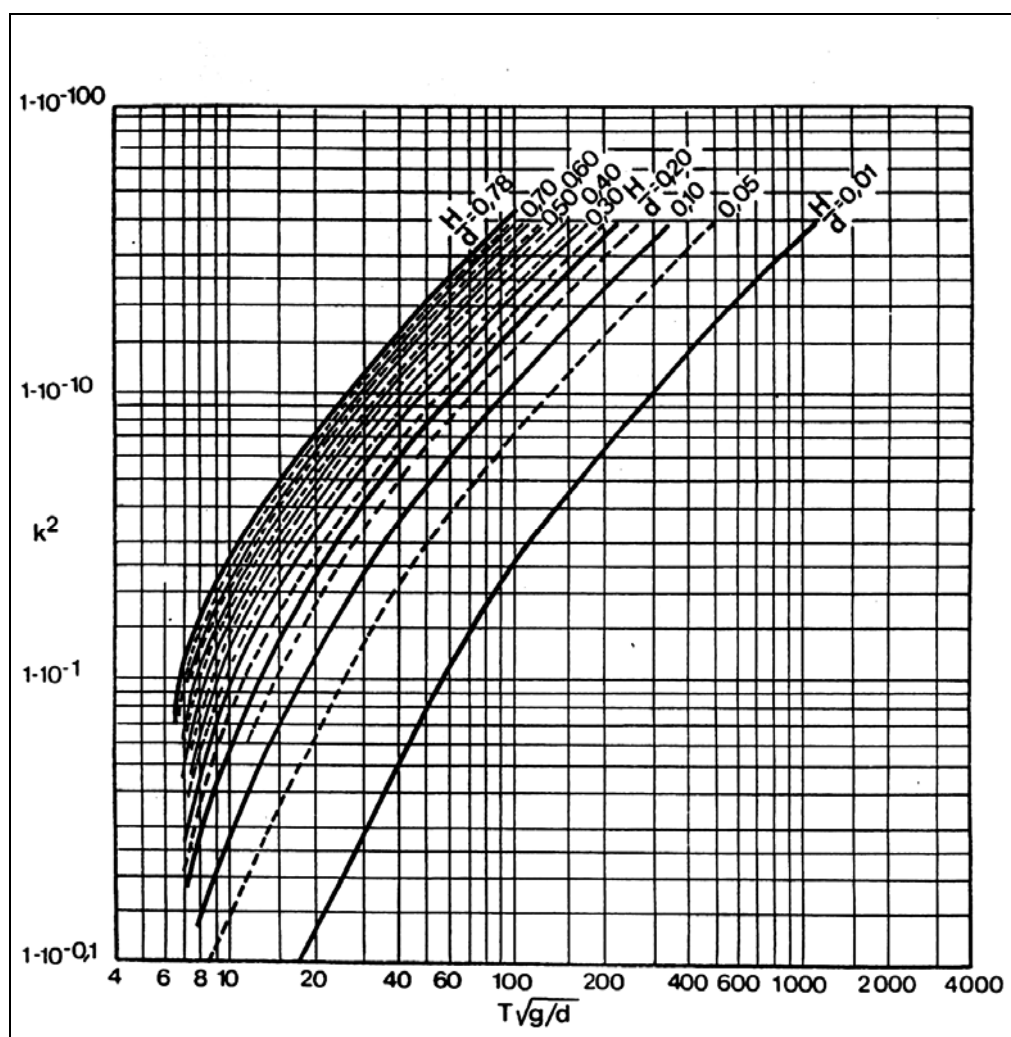
....drugi eliptički integral

Knoidalni val je periodičan val stalne forme i prema tome vrijedi $c=L/T$.

$$\frac{H_{\max}}{d_t} = 0,73 \dots\dots\dots(2.4 - 3.3 :: 7)$$

Kada dužina knoidalnog vala postaje jako duga (6 4), knoidalna teorija se transformira u soliternu teoriju. S druge strane, kada H/d postaje infinitezimalno malo, knoidalna teorija se transformira u linearnu teoriju (sinusoidalni profil vala). Granični uvjet knoidalnih valova je:

$$\frac{d_t}{H_{\max}} = 1,37 \dots\dots\dots(2.4 - 3.3 :: 8)$$



Sl.2.4.-3.3::3 Relacija između k^2 i $T\sqrt{g/d}$ preko relativne dubine vode H/d , Wiegel 1960.(3)

2.4.3.4 HIPERBOLIČNA TEORIJA VALOVA

Japanac Iwagaki je 1968. simplificirao knoidalne valne jednačbe uvođenjem $k = 1$ i $E(k) = 1$ za $K(k) \geq 3$. To još ne znači događaj soliternog vala kada $K \approx 4$. Ovdje je K određen i mogu se prema njemu odrediti visina vala H i period T . Ograničenje $K \geq 3$ daje Ursell parametar $(L^2 H)/d^3 \geq 48$ sa $d/L \leq 1/12$ za primjenu ove pseudoknoidalne teorije. Alternativna granica je $d^2 \leq (\pi H L_0)/24$. Simplifikacije dopuštaju da se karakteristike vala izraze kroz primarne funkcije. Odnos između $K(k)$ i ostalih valnih karakteristika za $H/d \leq 0,55$ su:

$$[K(k)]d/L = \left(\frac{3H}{16d}\right)^{1/2} \left[1 - 1,3\left(\frac{H}{d}\right)^2\right]^{1/2} \dots\dots\dots(2.4-3.4 :: 1)$$

što je prikazano na Sl.2.4-3.4::1. Za pretežni dio H/d uglata zagrada se može zanemariti pa imamo

$$[K(k)]^2 = \frac{3}{16} \frac{L^2 H}{d^3} = \frac{3}{16} \left(\frac{L}{d}\right)^2 \frac{H}{d} \dots\dots\dots(2.4-3.4 :: 2)$$

Visina grebena (amplituda) iznad MR je dana :

$$\frac{a_c}{H} = 1 - \frac{1}{K(k)} \left[1 - \frac{H}{12d} - \frac{1}{12K(k)} \left(\frac{H}{d}\right)^2\right] \dots\dots\dots(2.4-3.4 :: 3)$$

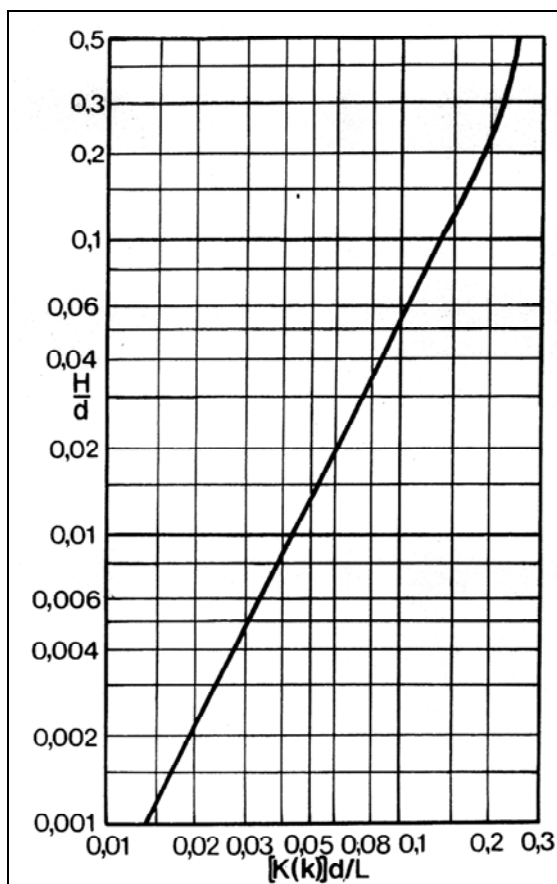
Brzina vala izražena je kao

$$c = \sqrt{gd} \left(1 - \frac{1}{K(k)} \frac{H}{2d} \right) \left\{ 1 + \left(1 + \frac{1}{K(k)} \frac{H}{d} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{K(k)} \right) \frac{H}{d} + \left(1 + \frac{1}{K(k)} \frac{2H}{d} \right) \left[\frac{1}{K(k)} \left(\frac{1}{K(k)} - \frac{1}{4} \right) - \frac{3}{20} \right] \left(\frac{H}{d} \right)^2 \right\} \quad (2.4-3.4 :: 4)$$

ili jednostavnije u odnosu na brzinu u dubokoj vodi kao za slučaj kada se uglata zagrada jednadžbe (2.4-3.4::1) izjednači s jedinicom:

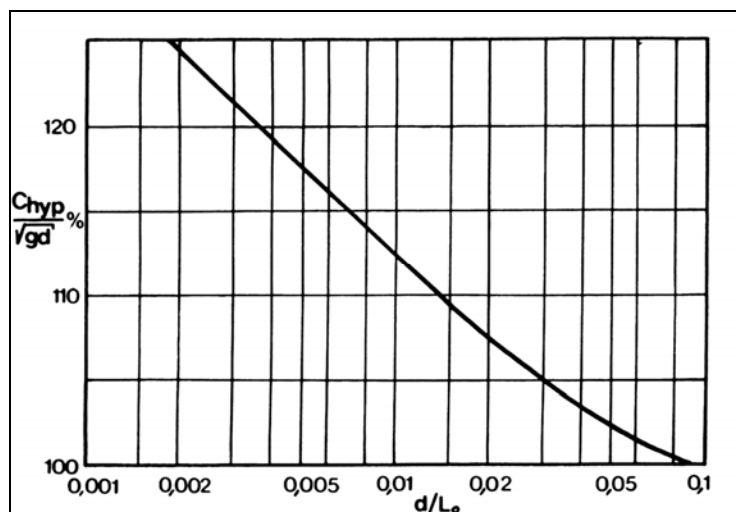
$$\frac{c}{c_0} = \sqrt{\frac{2\pi d}{L_0}} \left[1 - \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{K(k)} \frac{3H}{2d} \right) \cdot$$

$$\bullet \left[1 - \frac{5H}{8d} \left(1 + \frac{1}{K(k)} \frac{H}{d} \right) \right]^{-1} \dots\dots\dots (2.4-3.4 :: 5)$$



Sl. 2.4-3.4::1 Funkcija za hiperboličnu teoriju valova

To rezultira porastom brzine hiperboličnog vala prema Airyjevom valu u plitkoj vodi kod točke loma kao na Sl. 2.4-3.4 ::2.



Sl.2.4-3.4.:2 Odnos brzina hiperboličnog vala i Airy-jevog plitkovodnog vala c_{hip}/v_{gd} kod točke loma u funkciji relativne dubine d/L_0 , (Iwagaki),(6).

$$L = d \left(1 - \frac{1}{K(k)} \frac{3H}{2d} \right) \frac{4K(k)}{\sqrt{3}} \left(\frac{16d}{3H} \right)^{-1/2} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{K(k)} \frac{H}{d} \right) \frac{5H}{8d} \right]^{-1} \quad (2.4-3.4 :: 6)$$

Dužina vala je dana s:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{3}{16} \frac{L_0}{d} \left(\frac{H_0}{4L_0} \right)^{1/3} \left[1 + \left(\frac{\pi H_0}{L_0} \right)^2 \right] \cdot \left[1 - \frac{1}{K(k)} \frac{H}{d} + \frac{1}{12K(k)} \left(\frac{H}{d} \right)^2 \right]^{-1/3} = K_s \dots \dots \dots (2.4-3.4 :: 7)$$

Odnos L/L_0 dan je kroz izraz C/C_0 . Ako se val rasprostire upravo na obalu bez trenja i bez efekta refrakcije dobije tzv. k o e f i c i j e n t p l i č i n e $K_s = H/H_0$.

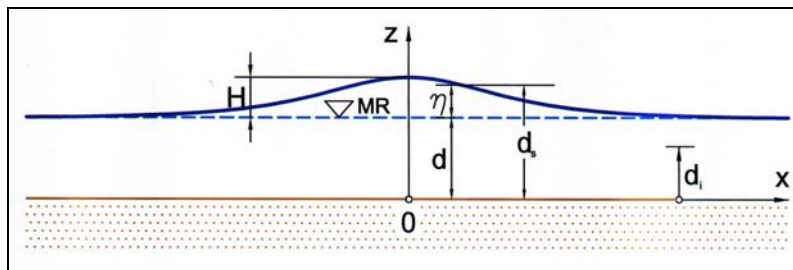
kako je prikazano na Sl. 2.4-4.2.:4. Načinjena je i vrlo uspješna eksperimentalna verifikacija ovog odnosa.

2.4.3.5 TEORIJA SOLITERNOG VALA (USAMLJENOG)

Na granici knoidalne teorije određeni aspekt valnog ponašanja u vrlo plitkoj vodi može se opisati zadovoljavajuće teorijom s o l i t e r n o g v a l a. Za razliku od knoidalne teorije ova je jednostavna za upotrebu. Soliterni val nije niti oscilatoran niti ima izražen trbuh. On je primjer translatornog vala, a sastoji se od jednog nabora (brijega) iznad mirnog raza kojemu ne predhodi niti ga slijedi neko drugo uzdignuće ili uleknuće fizičke površine mora. Visina mu nije neophodno mala u odnosu na dubinu. U prirodi se rijetko formira čisti soliterni val jer se na putujućem bridu vala uobičajeno nalaze mali disperzivni valovi, no dugi valovi kao cunami ponašaju se ponekad približno kao soliterni valovi. Kad se oscilatorni valovi šire u veoma plitku vodu mogu se također aproksimirati soliternim valovima. U tom slučaju amplituda vala progresivno raste, brijegovi se skraćuju i zašiljuju, a dolovi postaju duži i spljošteniji.

Kao što je u prethodnom poglavlju rečeno, fizička površina mora kod knoidalnog vala se pomiče periodično, no teži neperiodičnom valu kada modul k teži jedinici. Dakle, soliterni val je granični slučaj knoidalnog vala za $k \rightarrow 1$, $K(k) = K(1) = 4$. U tom se slučaju eliptični kosinus (cn) reducira na hiperboličnu sekans funkciju

(sech). Redukcijom izraza za brzine i pomake knoidalne teorije 1. reda s graničnim modulom $k = 1$ dobiju se odgovarajući izrazi za soliternu teoriju 1. reda prema Laitoneu. Moguće su i teorije viših redova.



Sl. 2.4-3.5::1 Definijska skica za soliterni val kao primjer translatornog progresivnog vala

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3}{4}} \frac{H}{d^3} (x - ct) \right]$$

...zakon pomaka fizičke površine mora(2.4-3.5::1)

$$V = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta \, dx = \left[\frac{16}{3} d^3 H \right]^{1/2} \cdot 1$$

...vol. vode iznad morskog raza na jedinicu širine(2.4- 3.5::2)

V je ujedno volumen vala (masa) koji se transportira naprijed.

90 % volumena je sadržano u području $x = "2,4d$, a 98 % u području $x = "3,8d$ prilikom valovanja

$$E = \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 \, d\theta + \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{\eta} (u^2 + v^2) \, dz \right] d\theta; \quad \theta = x - ct \dots\dots\dots(2.4-3.5::3)$$

kod dubine $d = 2H$.

$$E \approx \rho g d^3 \left(\frac{4H}{3d} \right)^{3/2} = \frac{8}{3\sqrt{3}} \rho g H^{3/2} d^{3/2}$$

$$= 1,54 \cdot \rho \cdot g \sqrt{(Hd)^3} = 15,485 \sqrt{(Hd)^3} \dots\dots\dots(2.4-3.5::4)$$

$$c = \sqrt{g(d + H)} \dots\dots\dots(2.4-3.5::5)$$

Ukupna energija soliternog vala na jedinicu širine sastoji se od cca jednakog doprinosa potencijalne i kinetičke energije. Ako se valovanje odvija na dubini $d = 2H$ tada je 90 % totalne energije sadržano u području $"1,6d$, a 98 % u području $x = "2,1d$. Ovo pokazuje, da su i pored toga što je valna dužina beskonačna, energija vala i volumen soliternog vala koncentrirani u veoma uskom području oko grebena vala. Brzina je dana jednostavnim izrazom koji je utvrđen laboratorijskim mjerenjima (Daily i Stephan 1953.), a postoje i razni teoretski izrazi.

Brzine čestica soliternog vala u točki (x,z) dana je izrazima

$$u_{(z,x)} = c N \frac{1 + \cos \alpha \, ch\beta}{(\cos \alpha + ch\beta)^2} \text{ horizontalna komponenta } \dots\dots\dots(2.4-3.5::6)$$

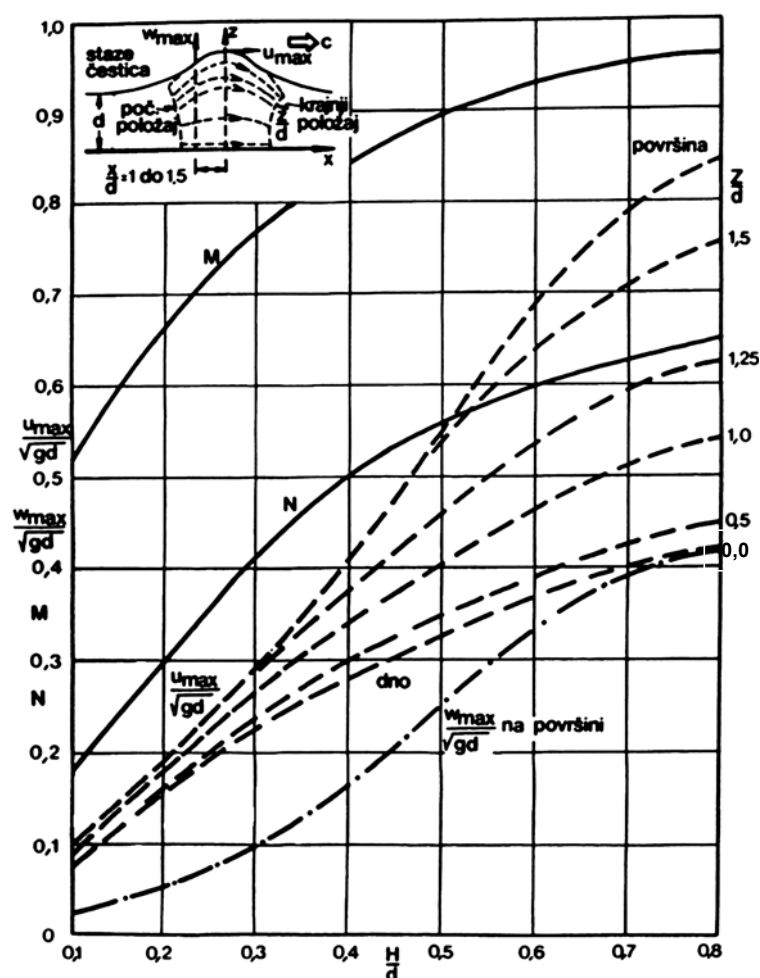
$$w_{(z,x)} = c N \frac{\sin \alpha \operatorname{sh} \beta}{(\cos \alpha + \operatorname{ch} \beta)^2} \text{ vertikalna komponenta}$$

$$\alpha = M \frac{z}{d} \text{ [rad]}$$

$$\beta = M \frac{x}{d} \text{ [rad]}$$

x,z... koordinate promatrane točke prema Sl. 2.4-3.5::1

M,N... funkcije od relativne visine vala H/d dane na Sl.2.4-3.5::2



Sl.2.4-3.5::2 Dijagrami nekih parametara solitarne teorije (Munk 1949.),(6)

Maksimalna veličina horizontalne komponente brzine dobije se za slučaj $x=0$, $t=0$

$$u_{(z)}^{\max} = \frac{c N}{1 + \cos \alpha} \dots\dots\dots (2.4 - 3.5 :: 7)$$

Izraz za horizontalnu brzinu (u) često se koristi za određivanje sila koje djeluju na pomorske objekte smještene u plitkoj vodi.

Za konstrukcije izložene lomljenim valovima se u istu svrhu primjenjuje izraz za brzinu vodne čestice na grebenu vala $u_{\max} = c = \sqrt{g(d+h)}$ jer su brzine vodenih čestica i brzina vala kod loma maksimalno izjednačene. Varijacija po dubini se zanemaruje (vidi 2.4-4.1). Tlak ispod soliternog vala ovisan je o brzinama čestica vala, no tlak na bilo kojem nivou za d_i udaljenom od dna može se aproksimirati s

$$p = \rho g (d_s - d_i) \dots \dots \dots (2.4.-3.5 :: 8)$$

McCowan je (1891) ustanovio da se soliterni val lomi kada brzina čestice vala na grebenu dostigne brzinu rasprostiranja što se zbiva u slučaju kada je:

$$H/d = 0,78$$

Ili

$$d_b \cdot 1,3 H_b \quad (2.4-3.5 :: 9)$$

gdje je d_b dubina vode kod loma H_b visina lomljenog vala (vidi 2.4-4.1 lom vala) na horizontalnom dnu.

Postojanje soliternih valova otkrio je (1845.) Russel. Teoretsko tumačenje dali su Boussinesq (1872.), Rayleigh (1876), McCowan (1891), Kuelegan i Petterson (1940.) i Iwasa (1955.).

2.4.3.6 TEORIJA STRUJNE FUNKCIJE

Deanova teorija strujne funkcije je numerička metoda i, kao što ime ukazuje, razvijena je od strujne funkcije koja je definirana u odnosu na brzine fluida kako je već rečeno. Bazirana je na matematskom modelu danom u točki 2.4-1.

Linije na kojima je $\psi = \text{const.}$ su strujnice, paralelne u svakoj točki s vektorom lokalne brzine. Kod upotrebe strujne funkcije za opisivanje vala (umjesto brzinskog potencijala) potrebno je prije zadovoljiti kinematski rubni uvjet potpuno, uzimanjem fizičke površine mora za liniju s konstantnim ψ .

Podesna strujna funkcija koja potpuno zadovoljava zahtjev kontinuiteta i nulte vertikalne brzine na morskom dnu je dana s :

$$\psi = A_1 \sin kx \cdot \cos kz + A_2 \sin 2kx \cdot \cos 2kz + \dots + A_n \sin nkx \cdot \cos nkz$$

Red može biti dopunjen do svakog stupnja bez predukih algebarskih manipulacija, pošto se koef. $A_1 \dots A_n$ računaju za svaki val.

U proračunu koeficijenta dužina vala i vrijednost ψ na fizičkoj površini mora trebaju biti tretirani kao nepoznati. Procedura za zadane H , T i d je u pronalaženju svih nepoznanica tako da je greška u dinamičkom rubnom uvjetu za veliki broj točaka na fizičkoj površini mora minimalna. Razne tehnike minimiziranja za takve nelinearne funkcije su sadržane u kompjuterskim bibliotekama. Pošto može lako biti protegnuta na svaki red, strujna funkcija je primjenjiva u širokom području uvjeta. Ipak je potreban oprez u osiguranju da numerički zadovoljeno rješenje ima fizikalno značenje (potvrdu).

Modifikacija teorije strujne funkcije opisana je preko uvođenja dodatnog rubnog uvjeta: da se zahtjeva da se fizička površina mora podudarati s opaženim profilom. S ovim dodatnim ograničenjem koeficijenti su uređeni kao i prije da minimiziraju sve greške rubnih uvjeta. Kad je to jednom izvršeno sve karakteristike vala mogu biti proračunate.

Direktna procedura konačnih elemenata ili konačnih diferencija je danas upotrebljiva za rješavanje mnogih problema mehanike fluida uključujući i valno gibanje (npr. marker-cell tehnika). Takva rješenja su ipak rijetki "gosti" u problemima periodičkih valova.

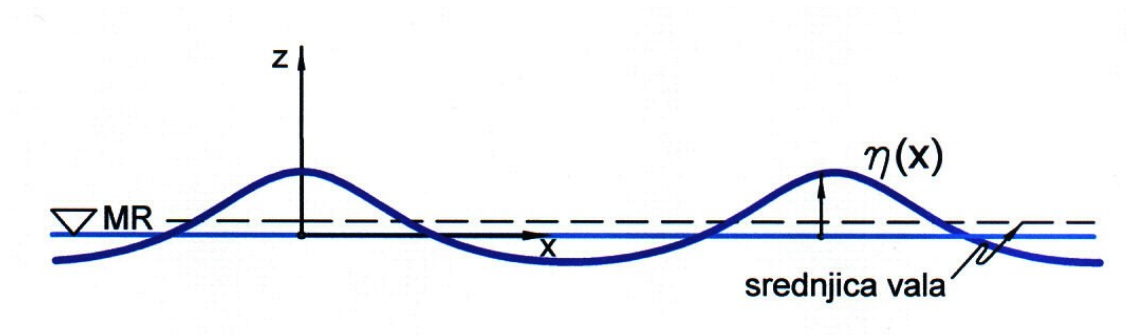
2.4.3.7 KOMPARACIJA TEORIJA PRVOG I VIŠEG REDA

Koristi se za dobivanje uvida u izbor teorije za pojedini problem.

Treba imati na umu da se l i n e a r n a t e o r i j a (ili teorija I reda) primjenjuje na val koji je simetričan s obzirom na mirni raz, a čestice vode se kreću rotaciono u zatvorenim orbitama.

Teorije višeg reda prikazuju formu vala koja nije simetrična s obzirom na mirni raz, ali je simetrična s obzirom na vertikalnu liniju između grebena, a čestice vode se kreću irrotaciono - u otvorenim orbitama.

Kod teorije višeg reda postoji izdizanje srednjice vala iznad mirnog raza, kod linearne teorije ne.



Sl.2.4-3.7::1 Profil vala konačne amplitude

Linearna teorija se može pouzdano primijeniti samo za valove veoma male strmine $H/L < 1/150$, kada je izdizanje srednjice vala zanemarivo malo i u takvim problemima gdje transport mase ne igra nikakvu ulogu. No u inženjerskoj praksi primjenjuje se kod gotovo svih strmina i svih dubina mora.

2.4.3.8 PRIMJENA TEORIJA KONAČNIH AMPLITUDA

Naprijed je prikazano da teorije konačnih valova - teorije višeg reda predstavljaju viši stupanj aproksimacije profila vala i gibanja čestica vala s opažanim valom kroz dopunu rubnih uvjeta u odnosu na linearnu teoriju. Generalno, teorije višeg reda teže točnijem proračunu nekih valnih karakteristika nego linearne teorije.

Teorije višeg reda mogu objasniti pojave kao što je t r a n s p o r t m a s e koji se ne može objasniti pomoću linearne teorije. Ako su amplituda i period precizno poznati, ove teorije mogu bolje proračunati takve izvedene veličine kao što su brzina vala i vodnih čestica i polje tlaka prouzrokovano valovima nego lin. teor. Glede promjene valne visine po dubini teorije konačnih amplituda daju bitno bolju interpretaciju za pličak blizu loma.

Kad se zanimanje odnosi prvenstveno na oscilatorni realni val, određivanje perioda i visine realnog vala je na bazi empiričkih podataka. U takvim problemima nepouzdanost točnosti valne visine i perioda vode nepouzdanosti drugih odgovora, što negira efekt nelinearnog valnog procesa. Prema tome, tada ne priliči posebni rad sadržan u nelinearnim teorijama.

Inženjer mora utrditi područje gdje razne valne teorije vijede. Pošto se istraživači razilaze u graničnim uslovima za razne teorije moraju se dozvoliti neka preklapanja u definiranju područja. Le Mehaute (1969) je prikazao sliku 2.4-1::2 radi ilustracije aproksimativnih granica važenja raznih valnih teorija.

Mnoge teorije nisu prikazane u Sl. 2.4-1::2, ali također mogu se upotrebljavati. Za dane vrijednosti (H), (d) i (T) Sl.2.4-1::2 može biti korištena kao vodič prilikom izbora i usvajanja teorije.

2.4.4 DEFORMACIJE VALOVA KRATKIH PERIODA

Profil i parametri vala prolaze razne faze postupnog deformiranja kada se val rasprostire iz dubokog mora prema plitkom. Valni period je jedini valni parametar koji se ne deformira! U dubokom i prijelaznom području se valne karakteristike mogu opisati linearnom i Stokesovim teorijama, a u plićaku knoidalnom ili soliternom. Na osnovi njih se izvode teoretska objašnjenja raznih deformacija parametara uslijed reakcije valova s dnom. Reakcija praktički započinje kada dubina mora iznosi:

$$d \leq \frac{L_0}{2}$$

što se jednostavno može pokazati ako se promotri ovisnost parametara vala u dubini (npr. za linearnu teoriju valova). Izrazi za brzinu i dužinu vala glase

$$c = \frac{gT}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}, \quad L = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}$$

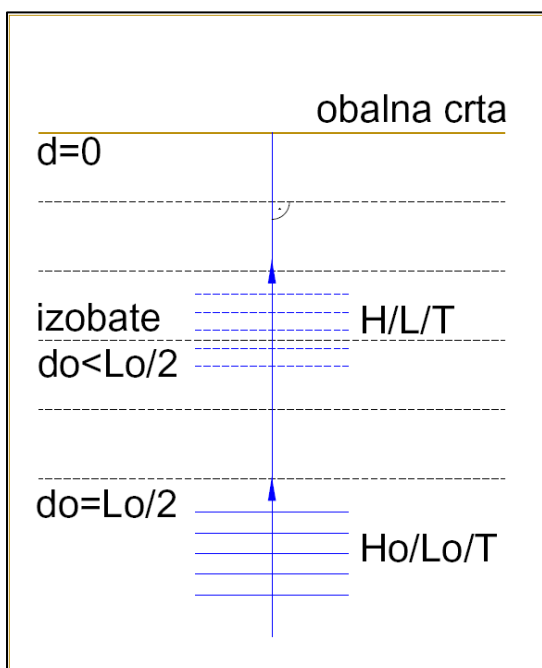
Ako je $d \geq L/2$ dobije se $\operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} = \operatorname{th}(n\pi)$, $n \geq 1$. Pošto je za vrijednost argumenata π ili veću tangens hiperbolni približno jednak 1, proizlazi da kod $d \geq L/2$ tj. u dubokom vrijedi

$$c = \frac{gT}{2\pi}; \quad L = \frac{gT^2}{2\pi}$$

odnosno ti parametri nisu ovisni o dubini što znači da niti nema reakcije vala s dnom. Suprotno od toga, u plitkom ($d < L/2$) promjena svih parametara prema navedenim izrazima je u ovisnosti o promjeni dubine (za $d < L/2 \rightarrow \operatorname{th} \left(\frac{2\pi d}{L} \right) = \operatorname{th}(n\pi) = 0 \div 1$ jer je $n < 1$) što znači da je reakcija vala s dnom prisutna. Isto vrijedi i za ostale parametre vala (razmotri prema tabeli 2.4-2::1).

Uz postupne promjene profila i gibanja vodnih čestica, val se iz dubokog (s pučine) približava obali, no hoće li se slomiti prije nje, na njoj, prijeći ju ili se reflektirati, ovisi o nagibu dna, strmini vala na tom mjestu, hrapavosti i propusnosti dna. U svakom slučaju, rezultat je izdizanje nivoa mora na plaži ili čak na vertikalnom zidu, a konačni doseg nivoa se naziva *visina uspinjanja*. Promatrajući rasprostiranje vala s pučine prema obali, okomito na konturu dna i obalnu crtu (, Sl. 2.4.4::1), prostorni i vremenski slijed deformacija na nagnutom dnu bit će:

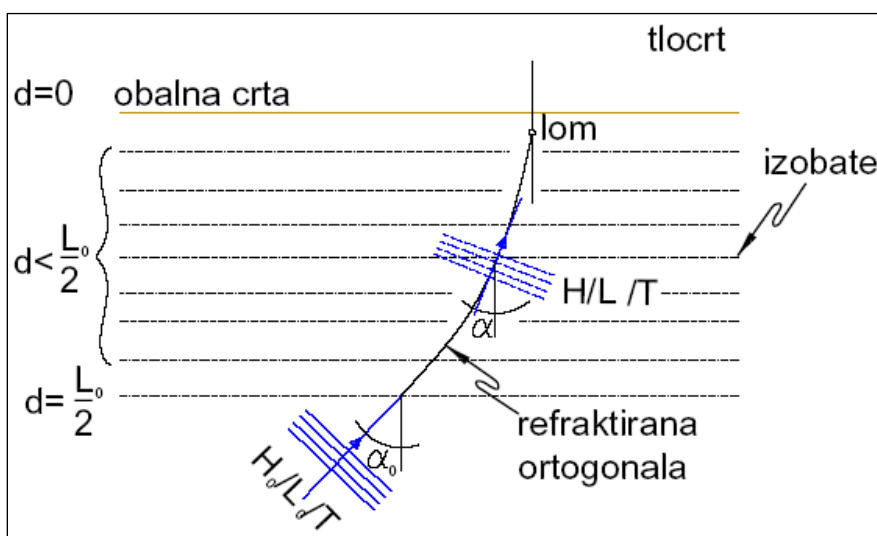
- *deformacija valova na nagnutom dnu* uslijed smanjenja dubine (tzv. učinak plićine ili "Shoaling efekt"),
- deformacija valova uslijed trenja s dnom
- *odbijanje ili refleksija valova na nagnutom dnu* (zanemaruje se kod strmih valova i blago nagnutog dna, što je najčešći slučaj) i
- lom valova,



Sl. 2.4.4::1 Rasprostiranje vala normalno na konturu dna i obalnu crtu

Prve dvije znače ono spomenuto postupno deformiranje, no trenje uzima učešća i kod ostalih deformacija.

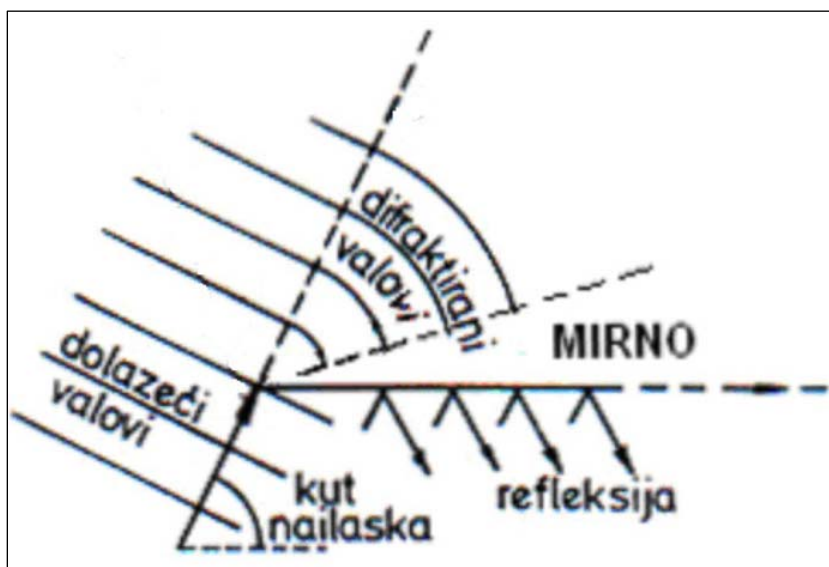
Ako se valovi na nagnutom dnu rasprostiru koso na konturu dna i obale, javlja se deformacija zvana zalomljavanje, ili refrakcija (Sl. 2.4.4::2). U procesu refrakcije odvijaju se i četiri prethodno spomenute deformacije!



Sl. 2.4.4::2 Rasprostiranje vala koso na konturu dna i obal. crtu

Oko vertikalne prepreke u moru valovi se ogibaju ili difraktiraju (Sl. 2.4.4::3), a na prepreci odbijaju ili reflektiraju.

Propusna prepreka (podmorski valolom, poluuronjeni lukobran, šupljikavi lukobran) propušta (transmitira) valove iza same prepreke.



Sl. 2.4.4::3 Zalomljavanje ili difrakcija vala oko završetka vertikalne prepreke (jednostranog lukobrana) i odbijanje ili refleksija vala od vertikalne prepreke

Prilikom razmatranja ostalih deformacija bit će pretpostavljeno da je dno glatko, nepropusno, saturirano i da su valovi idealni (monokromatski itd., vidi Sl. 2.1). Svako odstupanje od ovih pretpostavki bit će na mjestu naznačeno.

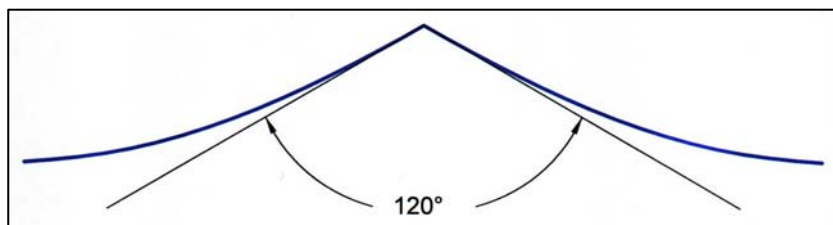
2.4.4.1 LOM VALOVA

Maksimalna strmina vala u d u b o k o j v o d i bazirana na teoretskim razmatranjima idealnih soliternih valova (Michell 1893.) određena je izrazom

$$\left(\frac{H_0}{L_0}\right)_{\max} = 0,143 \approx \frac{1}{7} \dots\dots\dots (2.4-4.1::1)$$

Kod ove i kod manjih strmina vala, forma progresivnog vala ostaje stabilna Stokes je (1880) odredio da se maksimalna strmina javlja kada je grebenski kut $\leq 120^\circ$ (Sl. 2.4-4.1::1). Tada je brzina čestice v na grebenu vala jednaka brzini rasprostiranja vala c .

$$u = v_x \leq c \dots\dots \text{uvjet stabilnosti vala} \quad (2.4-4.1::2)$$



Sl. 2.4-4.1::1 Profil vala neposredno prije loma (Stokes, Wilton 1914)

Povećanjem valne strmine, uslijed smanjenja dubine mora, brzina čestice na grebenu postaje veća od brzine rasprostiranja vala što rezultira time da one probijaju valni profil, javlja se nestabilnost orbitalnog gibanja i lom vala pri čemu se dio energije vala disipira, a dio preinačuje u mehaničku energiju sekundarnih valova nakon loma (Sl. 2.4-4.1::2).

$$u = v_x > c \dots\dots \text{uvjet loma vala} \quad (2.4-4.1::2 \text{ a})$$

Dakle: uvjet loma vala je da brzina vodne čestice v na grebenu vala bude veća od brzine rasprostiranja vala c ; pri čemu vodna čestica probija valni profil.

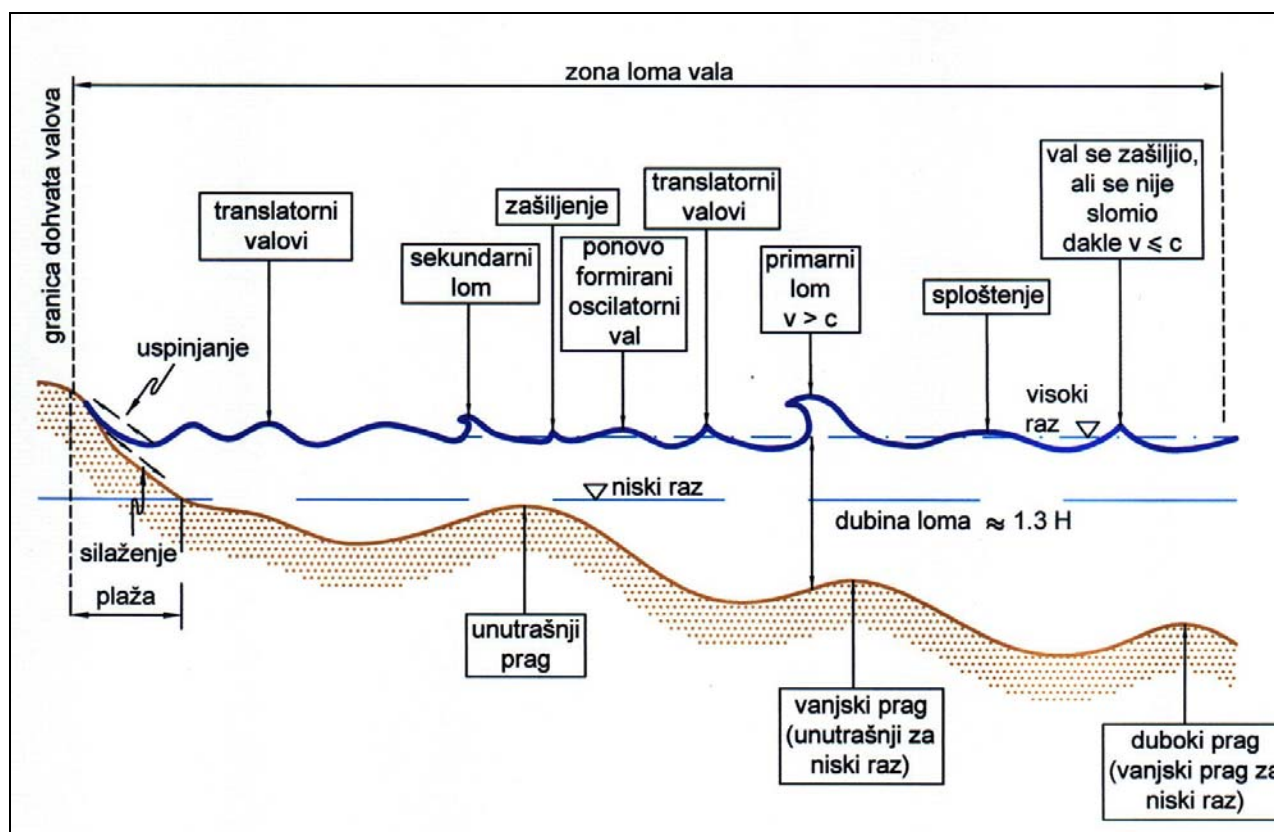
Maksimalna strmina vala u prijelaznoj i plitkoj vodi $d < L/2$; val može zadržati stabilnu formu, tj. neće se lomiti ako mu je strmina vala manja od neke maksimalne koju je u odnosu na dubinu (za horizontalno glatko dno) definirao Miche 1944.

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} = 0,143 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \approx \frac{1}{7} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} = \left(\frac{H_0}{L_0}\right)_{\max} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \dots\dots\dots (2.4 - 4.1 :: 3)$$

t.j. lomljeni valovi u plitkom mogu imati manju maksimalnu strminu nego li u dubokom jer je $0 < \operatorname{th}(2\pi d/L) < 1$ za $0 < d < L/2$. Danel je pokusima pokazao da je konstanta 0,12 bliže realnosti pa se dobije

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} = 0,12 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \approx \frac{1}{8,5} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \dots\dots\dots (2.4 - 4.1 :: 4)$$

Izrazi su primjenjivi i za sasvim blago nagnuto dno plaže. Prikazani su na grafu sa Sl. 2.4-3::2.



Sl. 2.4-4.1::2 Prikaz faza loma vala u zoni loma kada se val prostire prema plaži

Usporedbom izraza za plitku i duboku vodu može zaključiti da valovi u dubokoj vodi mogu održati stabilnu formu uz veću strmost nego li u plitkoj vodi. S druge strane, dubokovodni valovi ne reaguju s dnom, tako da im strmost može povećati samo vjetar i na taj način ih dovesti do loma kad se prekorači $(H_0/L_0)_{\max}$. Nasuprot

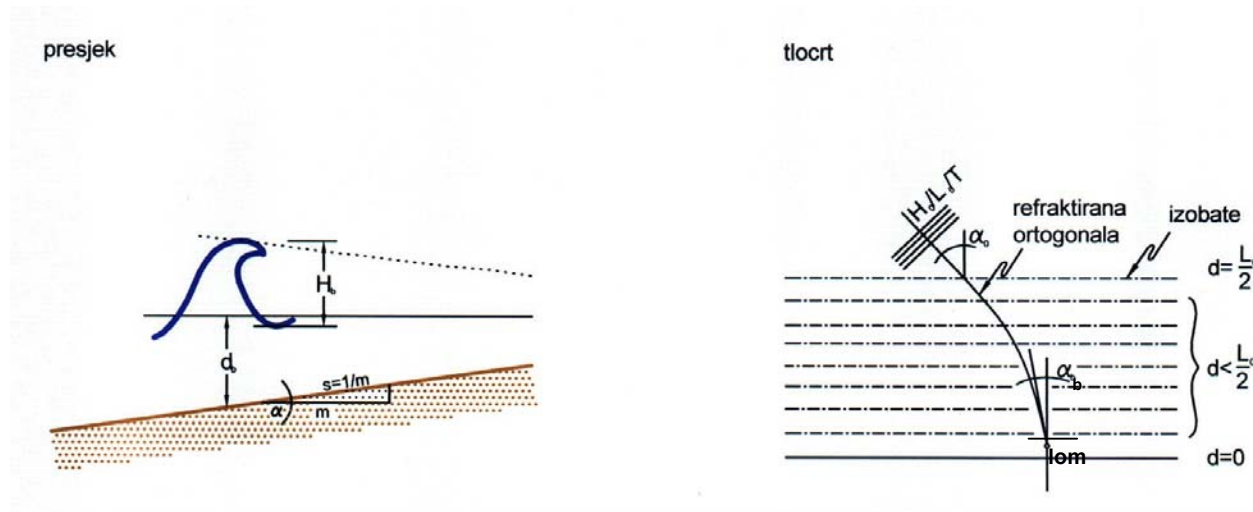
tome, valovi u plitkom reagiraju s dnom što rezultira povećanjem strmosti lomom u slučaju prekoračenja $(H/L)_{\max}$.

Razmotrimo sada pitanje na kojem mjestu plitkog nagnutog dna će se dogoditi lom i koju visinu će val imati na tom mjestu (Sl. 2.4-4.1::3). Dok se početak valne deformacije zna unaprijed ($d_0 = L_0/2$), njezin kraj; t.j. mjesto loma i visina lomljenog vala ne zna se unaprijed, jer bitno ovisi o nagibu dna $s=1/m$ i konfiguraciji dna izraženoj preko koeficijenta refrakcije K_R . Dubina gdje se to događa označava se kao dubina loma d_b . Visina lomljenog vala je H_b . Munk je (1949) na bazi modificirane teorije soliternog vala, za slučaj horizontalnog ili blago nagnutog dna (kont.šelf. $s=1:50$) upravnog rasprostiranja vala na konturu dna (izobate) tj. uključivši samo efekt plićine dobio:

$$\frac{H_b}{H_0} = \frac{1}{3,3 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{1/3}} \dots \dots \dots \text{indeks lomljenog vala} \quad (2.4 - 4.1 :: 5)$$

gdje je H_0 visina dubokovodnog nereflektiranog vala. Sljedeći izraz za odnos visine lomljenog vala i dubine loma izveo je McCowan 1891. na bazi soliterne teorije.

$$\frac{H_b}{d_b} = 0,78 \quad \frac{d_b}{H_b} = 1,28 \approx 1,3 \quad d_b \approx 1,3 H_b \dots \dots \dots (2.4 - 4.1 :: 6)$$



Sl. 2.4-4.1::3 Definicijska skica za lom vala.

Za nagnute plaže ($1:50 \leq s \leq 1:5$ i strmije) bolje je koristiti empiričke rezultate jer su gore navedeni izrazi proizašli razmatranjem teorija idealnih valova uz sva tome pripadajuća ograničenja. Te empiričke relacije proizašle su iz eksperimentalnih podataka za nagibe $s < 1:5$ uz veliki rasap rezultata, a dane su u vidu dijagrama na Sl. 2.4-4.1::4 i Sl. 2.4-4.1::5. Uzimaju u obzir jednolični nagib dna i refrakciju, čiji bitan utjecaj na parametre H_b i d_b je dokazan (Iversen 1952, Galvin 1969, Goda 1970).

Također za nagnute plaže vršena su i druga ispitivanja čiji su rezultati dani u vidu matematičkih izraza. Tako su Le Mehaute i Koh (1968) na bazi pregleda dotadašnjih ispitivanja dali jedan izraz za indeks lomljenog vala H_b/H_0 dobro prilagođen stvarnosti:

$$\frac{H_b}{H_0} = \frac{(s \cdot \cos \alpha_b)^{1/7}}{1,3 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{1/4}} \dots (2.4 - 4.1 :: 7)$$

a koji je primjenjiv za nagibe dna $1:50 \leq s \leq 1:5$ i strmosti dubokovodnog vala $1:500 \leq H_0/L_0 \leq 1:11$.

Prema tome je s tangens kuta nagiba dna prema horizontali, a α_b prilazni kut na pretpostavljenom mjestu loma koji se očita s plana refrakcije (SI.2.4-4.1::4).

Za strme nagibe (sve do 1:1) indeks lomljenog vala je tabuliran kod Silvestra (6), a također na bazi Le Mehauteovog rada. Dubina loma definirana je od Collinsa i Wiera (1969) u formi

$$\frac{H_b}{d_b} = 0,72 + 5,6s \dots (2.4 - 4.1 :: 7)$$

$$\frac{H_b}{d_b} = \frac{1}{\beta_b} \dots (2.4 - 4.1 :: 9)$$

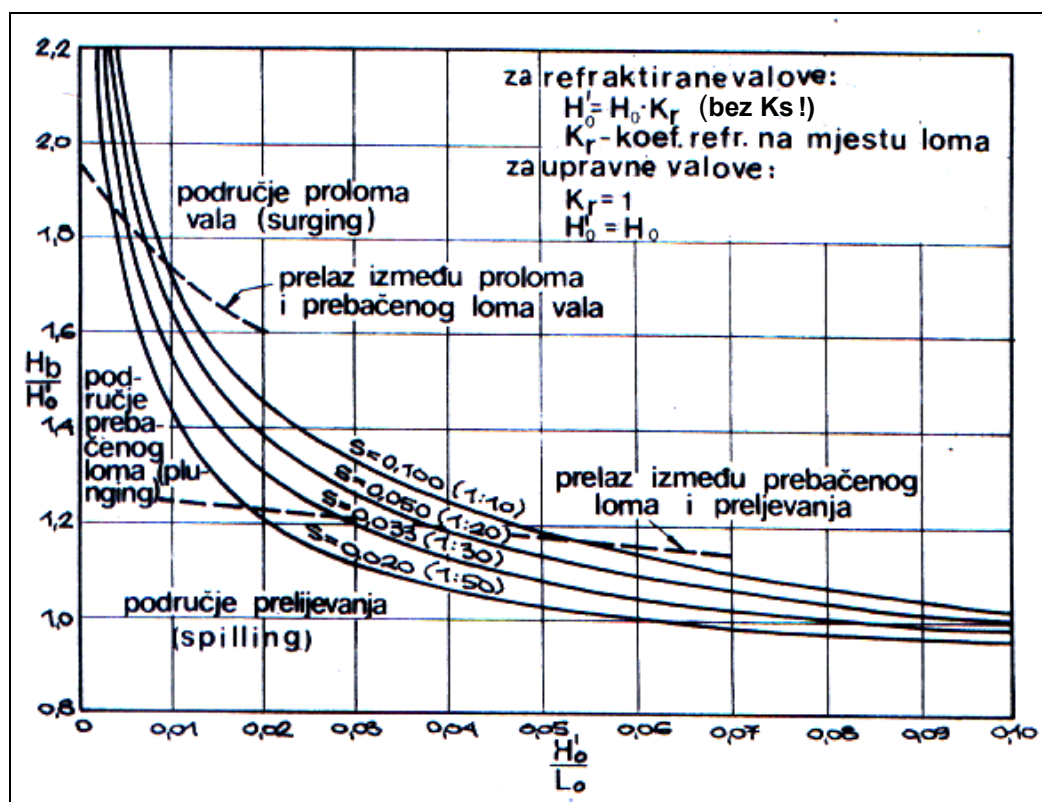
s područjem primjene za $s \leq 1:10$, pa i do $s = 1:8$. U slučaju strmih nagiba mogu poslužiti istraživanja Gulvina (1968) bazirana na radovima i eksperimentima Iversena, CERC-a, McCowana, gdje je dubina loma

$$\beta_b = 1,28 \quad \text{za} \quad s = 0$$

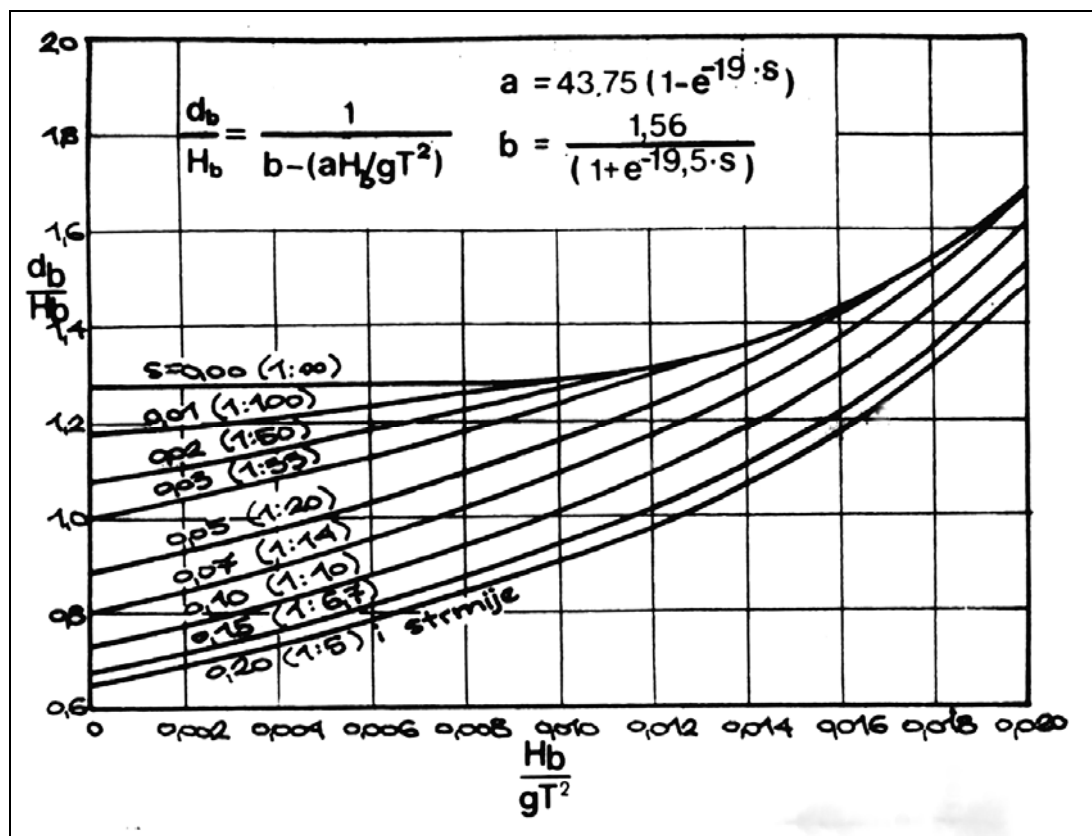
$$\beta_b = 1,4 - 6,85s \quad \text{za} \quad 0 \leq s \leq 1:14$$

$$\beta_b = 0,92 \quad \text{za} \quad 0 \leq s \leq 1:14$$

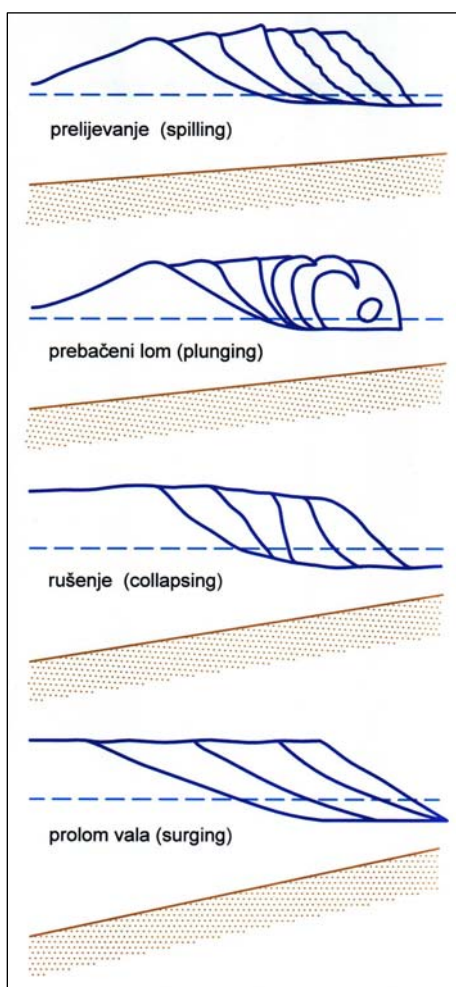
β_b = eksperimentalni koeficijent



SI.2.4-4.1::4 Indeks lomljenog vala H_b/H_0' u funkciji strmine dubokovodnog vala, CERC (9)



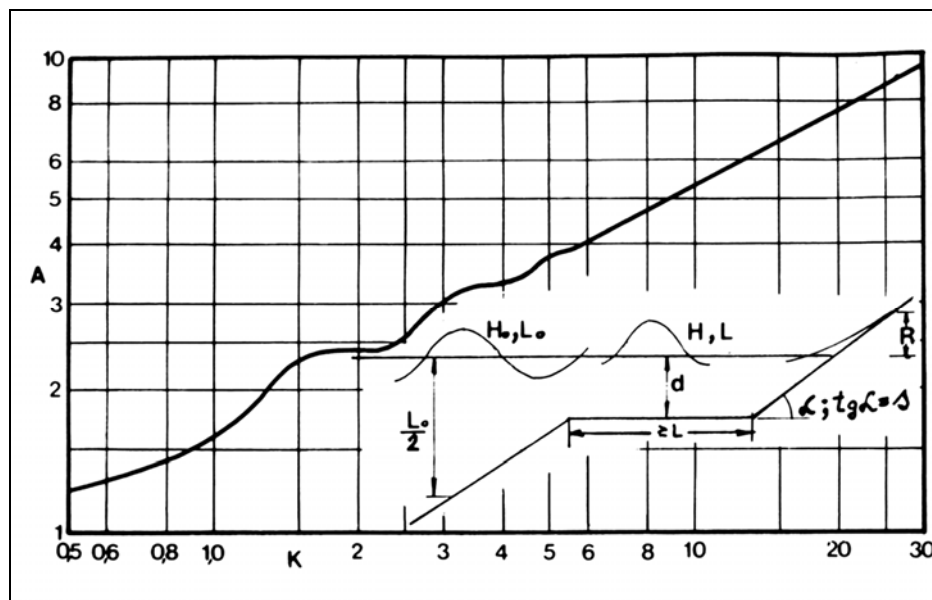
Sl. 2.4-4.1::5 Dubina loma u funkciji strmine lomljenog vala CERC (9)



Lomovi valova mogu se prema Galvinu klasificirati u 4 tipa: prelijevanje (spilling) kod vrlo blagog nagiba dna, prebačeni lom (plunging) s obuhvaćenim mjehurom zraka - strm nagib dna, propadajući lom (collapsing) - prelazna forma i prolom vala (surging) kod vrlo strmog nagiba dna. Kriteriji za pojedine vrste loma dani su na dijagramu Sl. 2.4-4.1::4. Ta informacija je od inženjerskog značaja ako se na nekom mjestu pokosa predviđa kompletna dispozicija vala tj. prebačeni lom.

Sl. 2.4-4.1::6 Tipovi loma vala

Uspinjane ili plažene vala na kosom pokosu plaže prostorno je i fizikalno vezano za lom vala, te će se stoga ovdje i prikazati. Metodu je razvio Van Dorn (1965), a odnosi se samo na glatke pokose. Danas su već razvijene empiričke pa i teoretske metode za hrapave pokose, kao što su na lukobranima obaloutvrdama. Jasno je da se uspinjanje bitno razlikuje za slučaj lomljenog i nelomljenog vala.



Sl. 2.4-4.1::7 Koeficijent A za lom vala na pokosu, (Hunt),(6)

Hoće li biti loma ili ne, lako se može odrediti koristeći Huntov eksperimentalni način za strmije nagibe (oznake na Sl.2.4-4.1::7)

$$A = \frac{L_o}{H} \frac{\alpha^2 \pi}{(2a_c/H)(180^\circ)^2} \dots\dots\dots (2.4 - 4.1::8)$$

$$K = \left(\frac{2\pi d}{L_o} \right)^{1/2} \frac{180^\circ}{\alpha \pi} \dots\dots\dots (2.4 - 4.1::9)$$

α° je jednolični nagib dna, a veličina A se dobije iz dijagrama na Sl.2.4-4.1::7 u ovisnosti o broju K.

Ukoliko je A manji od desne strane jednadžbe (2.4-4.1::8), val se neće lomiti na pokosu, a uspinjanje R empirički iznosi

$$R = 2 a_c A \dots\dots\dots (2.4-4.1::10)$$

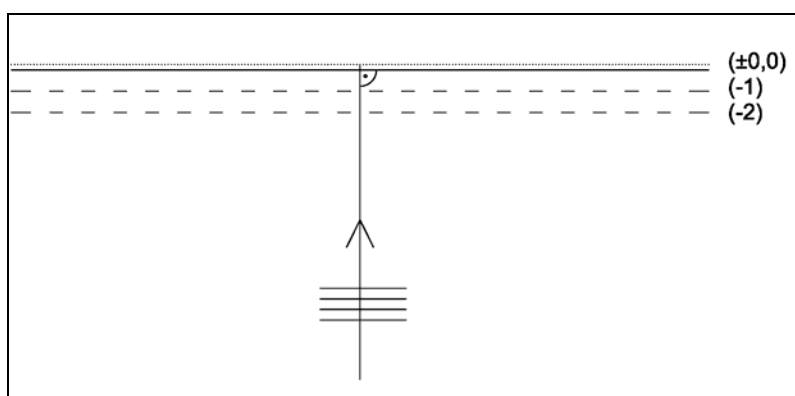
a_c je amplituda progresivnog vala iznad MR (prema dijagramu na str.27 Sl. 2.4-3::2). Ukoliko je A veće od desne strane jednadžbe (2.4-4.1::8), val će se slomiti na pokosu i tada uspinjanje R iznosi

$$R = H_0 \left[\left(\frac{L_0}{H_0} \right)^{1/2} \frac{\alpha_0 \pi}{180^\circ} \right] \dots \dots \dots (2.4 - 4.1 :: 11)$$

Izraz se odnosi na upravni smjer prilaženja vala $\alpha_0 = 0$. Ukoliko se javlja refrakcija na razmatranom pokosu, izdizanje će biti manje u ovisnosti o prilaznom kutu.

PR.2.4.4.1.1 LOM VALA

Zadatak: Pučinski val $H_0/L_0/T=3,8/145/9,6$ nailazi normalno na ravno dno koje ima nagib 1:20. Pri kojoj dubini dna se taj val lomi i koji su njegovi parametri H , L , c , $u_{\max}^d$ neposredno prije loma i u trenutku loma.



Rješenje:

- 1) Visina lomljenog vala, H_b

Kako su valovi okomiti na konturu dna, $H_0=H_0'$.

Iz eksperimentalnog dijagrama loma vala (Sl.2.4-4.1::4) za $H_0'/L_0=3,8/145=0,026$ i za nagib $s=1:20$ dobije se indeks lomljenog vala $H_b/H_0'=1,3$.

$$H_b = 1,3 H_0' = 1,3 \cdot 3,8 = 4,9 \text{ m}$$

- 2) Dubina na kojoj se val lomi, d_b

Prema eksperimentalnom dijagramu na Sl.2.4-4.1::5 za dubinu loma za $\frac{H_b}{gT^2} = 0,0054$ i nagib dna $s=1:20$ dobije se:

$$\frac{d_b}{H_b} = 1$$

$$d_b = 1 \cdot H_b = 4,9 \text{ m}$$

- 3) Izbor mjerodavne teorije za lom vala

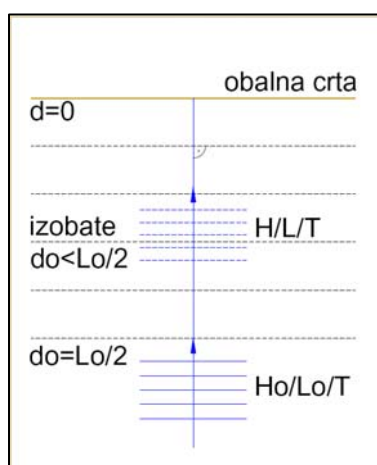
Za $\frac{d_b}{gT^2} = 0,0054$ i $\frac{H_b}{gT_2} = 0,0054$ (Sl.2.4-1::2) proizlazi da je mjerodavna soliterna teorija vala. No prema soliternoj teoriji $d_b = 1,28 \cdot H_b$ što znači da se ovaj parametar, po soliternoj teoriji, računa s 28%-tnom pogreškom.

4) Brzina vala c_b i brzina čestica vode $u_{\max}^d$

$$c_b = \sqrt{g \cdot (H_b + d_b)} = \sqrt{9,81 \cdot (4,9 + 4,9)} = 10 \text{ m/s (Tab. 2.4.2::I)}$$

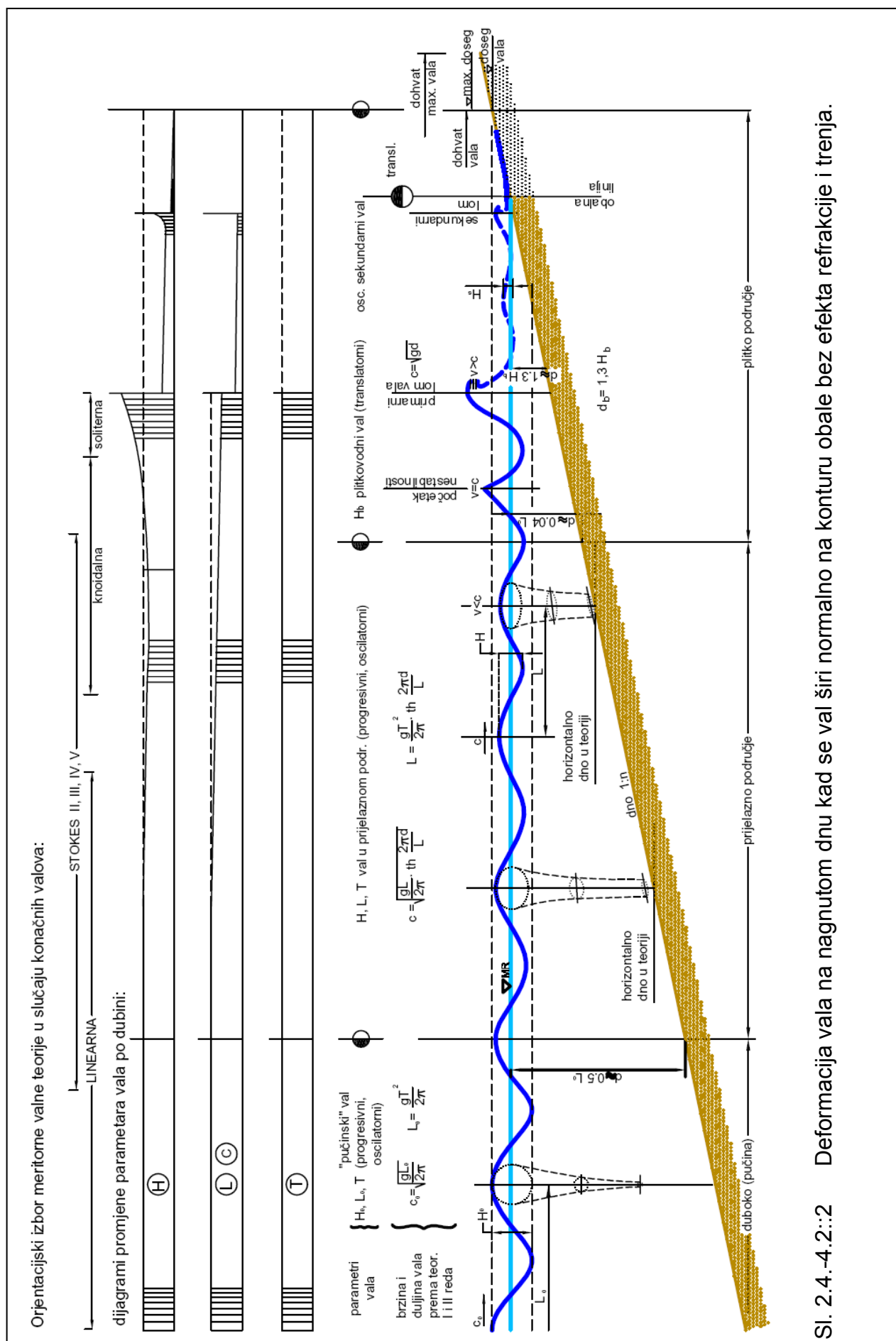
$u_{\max}^d = c_b = 10 \text{ m/s}$ jer kad se val lomi brzine čestica vode dostignu brzinu rasprostiranja vala (inače su manje).

2.4.4.2 DEFORMACIJE VALOVA NA NAGNUTOM DNU USLIJED ŠMANJENJA DUBINE; UČINAK PLIĆINE - SHOALING EFEKT



Odnosi se na postepenu deformaciju valova kratkih perioda čiji je pravac rasprostiranja normalan na izobate morskog dna (Sl. 2.4-4.2::1). Val koji napreduje prema plitkoj vodi se transformira. Promjenu doživljavaju parametri valnog profila: visina H , dužina L i brzina rasprostiranja vala c , kao i parametri gibanja vodnih čestica: trajektorija ξ i ζ , brzina u i w i ubrzanje a_x i a_z . Jedini parametar koji se ne mijenja s dubinom je period vala T (Sl. 2.4-4.2::2)!

Sl. 2.4-4.2::1 Valovi normalni na izobate



Sl. 2.4.-4.2.:2 Deformacija vala na nagnutom dnu kad se val širi normalno na konturu obale bez efekta refrakcije i trenja.

Pretpostavimo da nagib vala ima neznatan utjecaj na valne parametre. Tada se valovanje na bilo kojem mjestu može opisati teorijom valova malih amplituda.

Promjena valne dužine s dubinom odredit će se iz sljedećeg razmatranja:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \quad \text{dužina vala u prelaznom području (2.4-4.2::1)}$$

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$$

$$L = L_0 \cdot \operatorname{th} \left[2\pi \frac{d}{L} \right] = \frac{gT^2}{2\pi} \cdot \operatorname{th} \left[2\pi \frac{d}{L} \right] \quad \text{dužina vala u dubokom području.}$$

Sada se promjena valne dužine L s dubinom d daje izraziti

$$\frac{d}{L} = \frac{d}{L_0} \cdot \frac{1}{\operatorname{th} 2\pi \left(\frac{d}{L} \right)} = \frac{d}{L_0} \cdot \operatorname{cth} 2\pi \left(\frac{d}{L} \right) \dots\dots\dots (2.4 - 4.2 :: 2)$$

Za poznato (d/L_0) iteracijom se dobije (d/L) . Za niz pretpostavljenih vrijednosti (d/L_0) od dubokog do plićaka može se nacrtati dijagram (d/L) na Sl. 2.4-4.2::3.

Promjena brzine rasprostiranja vala s dubinom dobije se iz izraza za promjenu valne dužine:

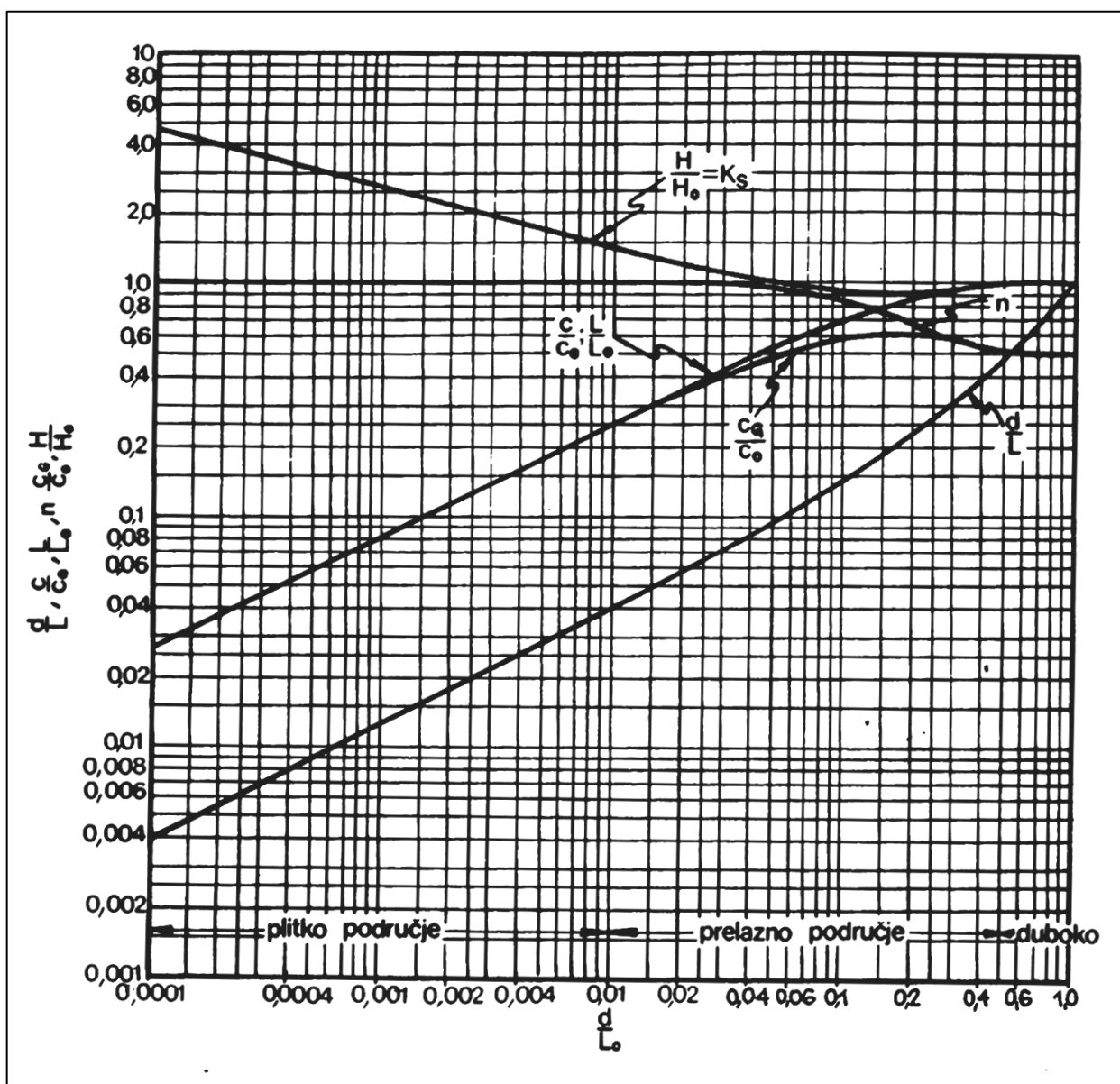
$$L = L_0 \cdot \operatorname{th} \left[2\pi \left(\frac{d}{L} \right) \right] \dots\dots\dots \frac{L}{L_0} = \operatorname{th} \left[2\pi \left(\frac{d}{L} \right) \right]$$

$$c = c_0 \cdot \operatorname{th} \left[2\pi \left(\frac{d}{L} \right) \right] \dots\dots\dots \frac{c}{c_0} = \operatorname{th} \left[2\pi \left(\frac{d}{L} \right) \right]$$

Prema izrazu za promjenu valne dužine i valne brzine vrijedi:

$$\frac{L}{L_0} = \operatorname{th} \left[2\pi \left(\frac{d}{L} \right) \right] = \frac{c}{c_0}$$

Ako se za niz vrijednosti d/L_0 prema izrazu $\frac{d}{L} = \frac{d}{L_0} \cdot \operatorname{cth} 2\pi \left(\frac{d}{L} \right)$ izračuna, ili sa Sl. 2.4-4.2::3 očita, (d/L) i uvrsti u zadnji izraz mogu se nacrtati L/L_0 i c/c_0 krivulje na toj slici za bezdimenzionalnu promjenu L i c u ovisnosti o bezdimenzionalnoj dubini d/L_0 .



Sl. 2.4 -4.2::3 Funkcije parametara valnog profila za bezdimenzionalnu dubinu d/L_0 prema linearnoj teoriji, Wiegel 1948. (3)

Promjena valne visine s dubinom (isključivši trenje i refrakciju), dobije se izjednačenjem toka energije grupe valova kroz jedinični vertikalni "kanal" tj. iz kontinuiteta toka valne energije ili energetskega fluksa ($F=E_g/t$) na jediničnu širinu grebena u dubokom i plitkom.

$$F_0=F.$$

Tok valne energije je

$$F = \frac{E_g}{t} \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right],$$

a zbog konstantnog perioda valne grupe T_g dovoljno ga je promatrati samo u tom ograničenom vremenu, pa se dobije

$$F = \frac{E_g}{T_g} = \frac{\overline{E_g} L_g}{T_g} \quad \text{a uz} \quad c_g = \frac{L_g}{t} \quad \text{dobije se} \quad F = \overline{E_g} c_g$$

Specifična energije valne grupe $\overline{E_g}$ daje se izraziti preko specifičnih energija dvije zamišljene komponente valne grupe predstavljene s dva linearna vala jednake valne visine (vidi 2.4-2.2):

$$\overline{E_g} = \sum_1^2 \overline{E_i} = 2\overline{E}$$

Sada kontinuitet toka valne energije $F_o = F$ glasi:

$$2\overline{E_o} \cdot c_{g_o} = 2\overline{E} \cdot c_g \dots\dots\dots (2.4 - 4.2 :: 4)$$

Pošto je

$$c_g = nc \quad n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\text{sh} \frac{4\pi d}{L}} \right] \dots\dots\dots (2.4 - 4.2 :: 5)$$

$$c_{g_o} = n_o c_o = \frac{1}{2} c_o, \quad n_o = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (2.4 - 4.2 :: 6)$$

iz gornje jednakosti proizlazi

$$\frac{1}{8} \rho g H_o^2 c_{g_o} = \frac{1}{8} \rho g H^2 c_g$$

$$\frac{H}{H_o} = \sqrt{\frac{c_{g_o}}{c_g}} = \sqrt{\frac{1}{2n} \cdot \frac{c_o}{c}} = K_s = \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{2kd}{\text{sh}kd}\right)} \frac{1}{\text{th}kd}}; \longrightarrow H = H_o \cdot K_s \dots\dots\dots (2.4 - 4.2 :: 7)$$

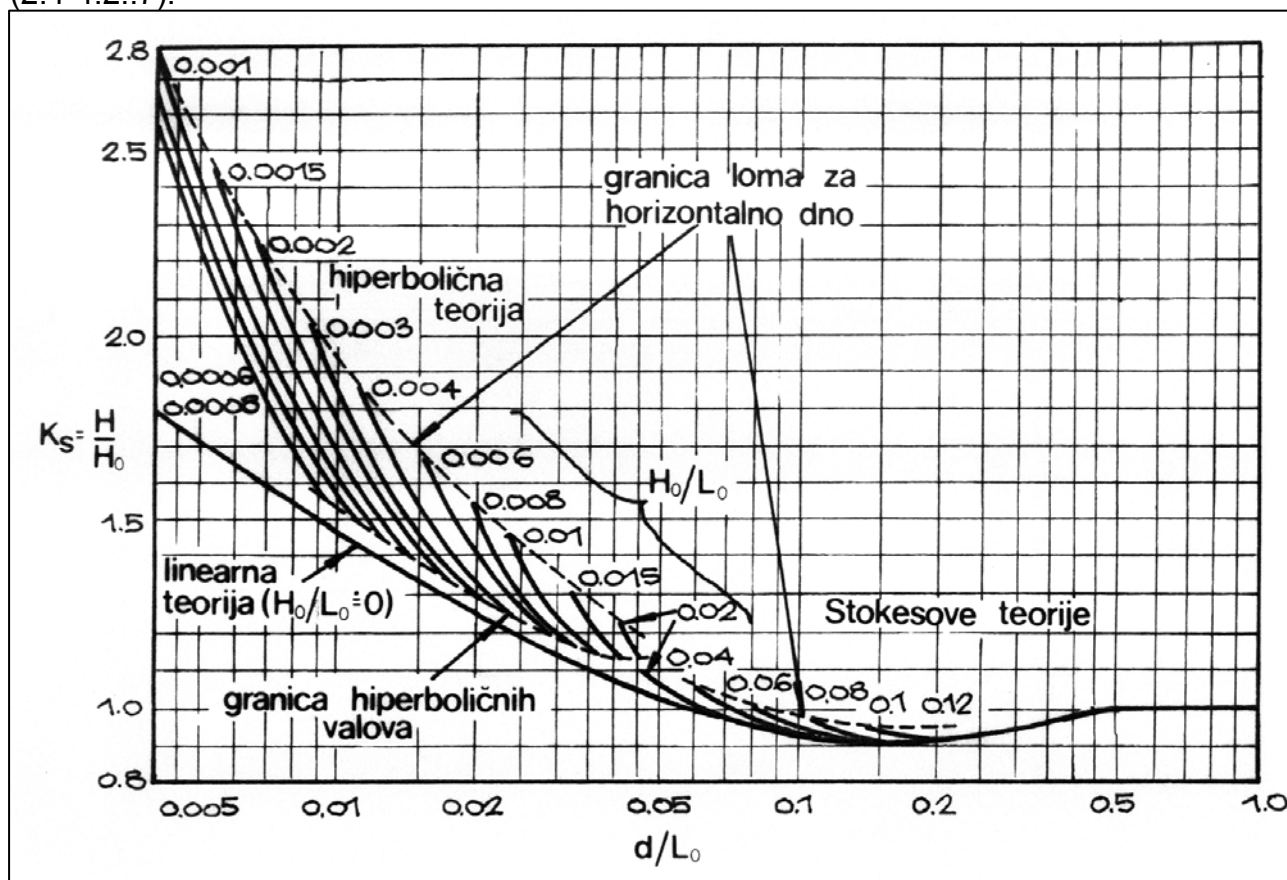
K_s je koeficijent plićine (shoaling coefficient) dan u vidu dijagrama na Sl. 2.4-4.2::3.

U području $d/L_o < 0,01$ tj. u plitkom mogu se upotrijebiti sljedeće aproksimacije:

$$\frac{c}{c_o} \approx \sqrt{\frac{2\pi d}{L}}, \quad \frac{d}{L} \approx \sqrt{\frac{d}{2\pi L_o}} \quad \frac{H}{H_o} = \left(\frac{8\pi d}{L_o} \right)^{-\frac{1}{4}}, \quad n \approx 1 \quad (2.4 - 4.2 :: 8)$$

Pošto je gornje razmatranje bazirano na teoriji valova malih amplituda, ne može biti s velikom točnošću aplicirano na relativno strme valove. Za valove konačnih amplituda koeficijent promjene valne visine s promjenom dubine dna K_s dan je na sljedećem

dijagramu Sl. 2.4-4.2::4, prema Stokesovim teorijama i hiperboličnoj teoriji. Donja granična linija za $H_0/L_0 \approx 0$ predstavlja K_s valova malih amplituda iz prethodne slike ili jednadžbe (2.4-4.2::7).



Sl. 2.4-4.2::4 Koeficijent plićine K_s za valove konačnih amplituda u funkciji relative dubine d/L_0 , Iwagaki, 1968. (10).

Na koncu se može zaključiti da idealni val kratkog perioda koji se rasprostire iz dubokog prema plitkoj vodi prolazi forme

- vala male amplitude
- Stokesovog vala konačne amplitude
- knoidalnog vala ili hiperboličnog vala
- soliternog vala
- loma vala.

No, kada će iz prethodne forme prijeći u navedenu ne ovisi samo o dubini vode (efekt plićine), nego i o efektu refrakcije i trenju s dnom. Svi ovi efekti mijenjaju visinu vala (i strmost) koja udružena s periodom vala determinira najprikladniju teoriju za formalni opis valovanja.

2.4.4.3 DEFORMACIJA VALOVA USLIJED TRENJA S DNOM

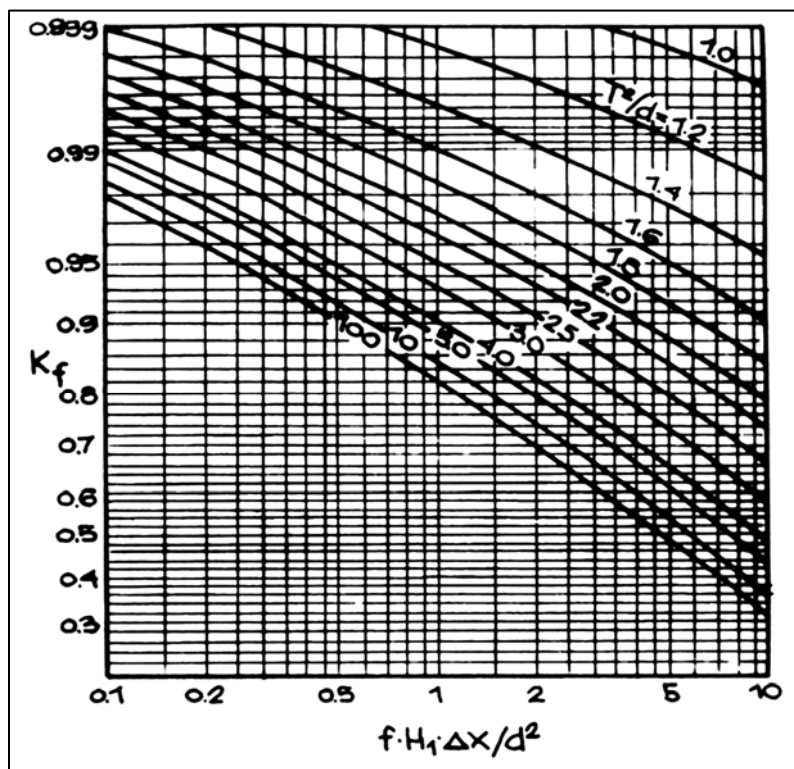
Morska voda nije idealna tekućina. Ona ima stanoviti viskozitet. Zbog toga će prilikom trenja vodnih čestica u valnom gibanju i njihovog trenja s dnom, doći do disipacije dijela valne energije, koja će se pretvoriti u toplinu. Disipacija je tako mala da neće izazvati značajnu promjenu valne energije pa se inženjerski zanemaruje. Uslijed toga će se visina zanemarivo smanjivati u smjeru rasprostiranja vala. Pošto u dubokoj vodi valno gibanje praktično ne dopire do dna, gubitak mehaničke energije uslijed trenja s dnom ne postoji. U plitkom području taj postoji, ali se kao mala vrijednost najčešće zanemaruje (već prema problemu). Ako je H_1 poznata visina vala u većoj dubini, a H_2 nepoznata visina u manjoj dubini, ona će se izračunati kao:

$$H_2 = K_f \cdot H_1 \quad \text{gdje je } H_2 < H_1 \dots\dots\dots (2.4 - 4.3 :: 1)$$

Koeficijent smanjenja visine vala uslijed trenja K_f (isključivši utjecaj plićine, refrakcije i propusnosti dna) tada se izražava kao:

$$K_f = \frac{H_2}{H_1} < 1 \quad \text{a} \quad K_f = f(H_1, x, d, f) \dots\dots\dots (2.4 - 4.3 :: 2)$$

uz pretpostavku jednolične dubine vode H_1 je poznata visina vala, Δx je razmak između mjesta poznatog i nepoznatog vala, d je dubina vode na mjestu tražene nepoznate visine H_2 , a f je koeficijent trenja. Preporuča se da f bude uzet sa 0,01 do 0,02.



SI 2.4-4.3 ::1 Koeficijent trenja vala s dnom prema Hydraulic Formulae, JSCE, 71.,(10).

Posmički napon na dnu vala može se ipak približno izraziti kao $\tau_o = f \rho u^2$ (prema Johanson-u i Putnam-u), u je horizontalna komponenta brzine vodnih čestica u blizini dna. Usput navedimo još neke parametre koji karakteriziraju trenje vala s dnom. Brzina trenja na dnu izražava se s:

$$u^* = \left[\frac{8\nu u_{\max}^2}{\pi T} \right]^{1/4}, \quad \nu = 10,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{sek} \dots\dots\dots (2.4 - 4.3 :: 3)$$

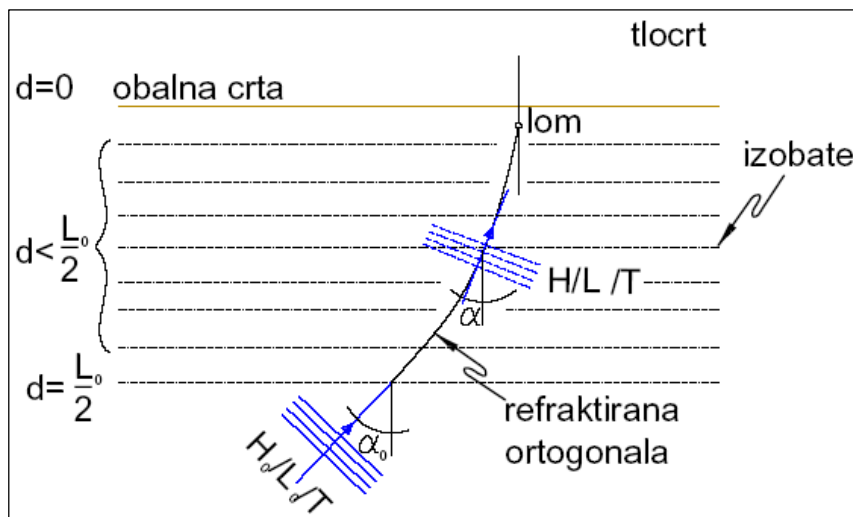
gdje je ν kinematski koeficijent viskoznosti, a $u_{\max}$ maksimalna horizontalna brzina na dnu prema linearnoj ili soliternoj teoriji (već prema tome o kojoj se dubini radi).

Posmički napon na dnu ili vučna sila tada je

$$\tau_o = \rho (u^*)^2 \quad \rho = 1026 \text{ kg/m}^3 \dots\dots\dots (2.4 - 4.3 :: 4)$$

2.4.4.4 ZALOMLJAVANJE ILI REFRAKCIJA VALOVA

Refrakcija je deformacija valova na nagnutom dnu kada oni nailaze koso prema konturi dna. (Sl. 2.4-4.4::1). Manifestira se promjenom smjera rasprostiranja vala, koja je udružena s promjerom parametara vala. Smjer rasprostiranja vala koji putuje prema obali se u dovoljno plitkoj vodi ($d < L/2$) na nagnutom dnu mijenja u ovisnosti o dubini i kutu kojeg čini s konturom dna. Promjena smjera uzrokovana je smanjenjem valne brzine u plićem uslijed čega dio



Sl. 2.4-4.4::1 **Rasprostiranje vala koso na konturu dna i obal. crt.** Valovi čine s konturom dna kut α_0 što je uvjet da bi se dogodila refrakcija

valnog grebena koji napreduje u plićem zaostaje u odnosu na dio grebena koji se giba u dubljem i onda napreduje brže. Ta promjena smjera se očituje povijanjem grebena (koji su u dubokoj vodi paralelni pravci), što u konačnom teži da se grebeni postave paralelno s prosječnom konturom dna (izobatama), odnosno obalnom crtom.

Dužina vala idući prema obali se smanjuje, a strmost povećava.

Visina vala se na rtovima povećava (razaranje obale), a u uvalama smanjuje (razlog egzistencije plaža) uslijed koncentracije odnosno razlijevanja energije. Na SL. 2.4.- 4.4::2 "B₀" je širina snopa jedinične valne energije u dubokom ($d_0 \geq L/2$), a "B" širina snopa u prijelaznom ili plitkom području na dubini $d < d_0$ t.j. na mjestu interesa. Tada se utjecaj refrakcije (bez utjecaja refleksije, plićine i trenja) na visinu vala H na bilo kojem mjestu dade izraziti:

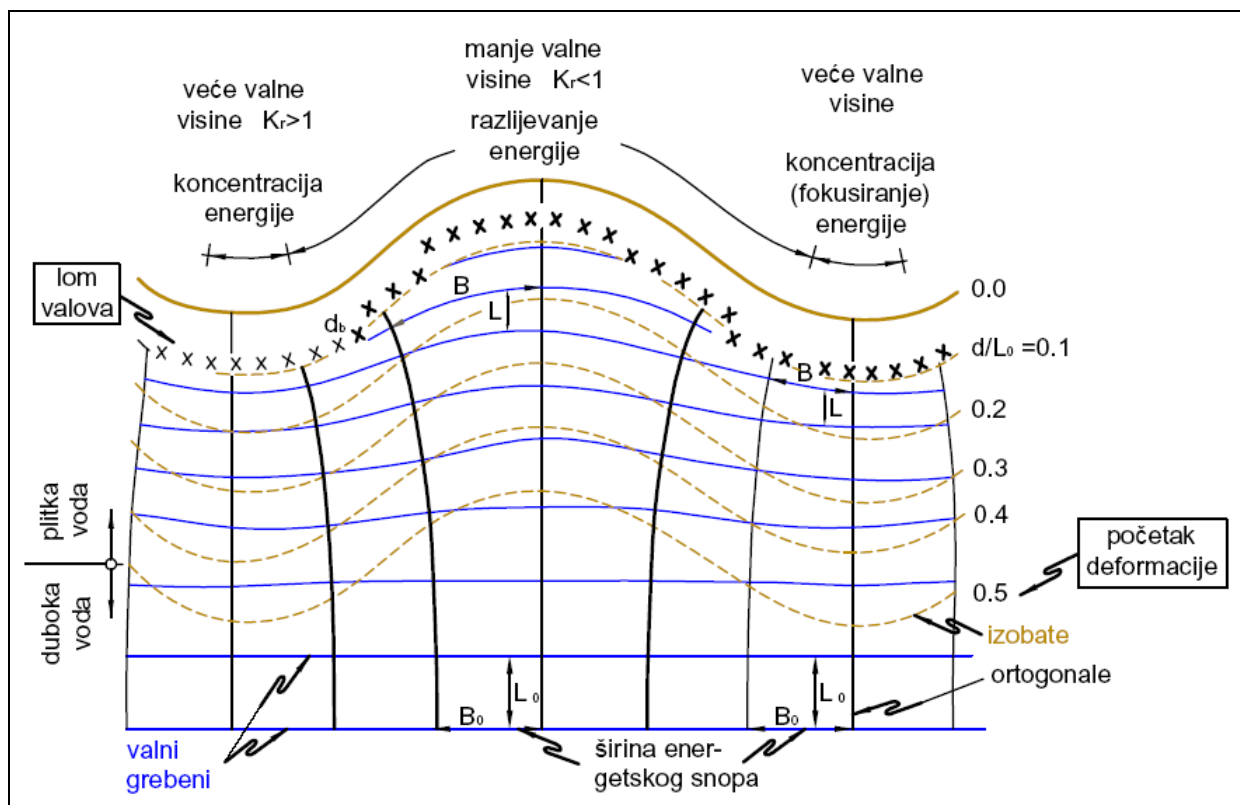
$$H'_0 = K_r H_0 \dots\dots\dots K_r = \frac{H'_0}{H_0}; \dots\dots\dots (2.4 - 4.4 :: 1)$$

gdje je K_r koeficijent refrakcije i iznosi:

$$K_r = \sqrt{\frac{B_0}{B}}, \quad 1 \geq K_r < 1 \dots\dots\dots (2.4 - 4.4 :: 2)$$

Ako se uključi i deformacije uslijed smanjenja dubine (Shoaling efekt), promjena valne visine refraktiranog vala je:

$$H=H'_0K_r=H_0K_sK_r$$



Sl.2.4-4.4::2 Refrakcija valova i njeni učinci na uvale i rtove.

Izraz za koeficijent refrakcije izvodi se iz kontinuiteta energetskega protoka (fluksa) u dubokom i plitkom uzduž jednog energetskega snopa (prostor između dvije valne ortogonale Sl.2.4-4.-2) u kojem nema fluksa valne energije poprečno na valne ortogonale. Pritom se u obzir uzima zajedničko djelovanje refrakcije i deformacije uslijed plićine unutar energetskega snopa. Ako je energetskega fluks valne grupe u dubokoj vodi " F_0 ", a u plitkom " F " i ako je jedinična širina energetskega snopa u dubokom " B_0 ", a u plitkom " B ", onda je zagarantiran kontinuitet fluksa valne energije unutar energetskega snopa u dubokom i plitkom izrazom:

$$B_0 F_0 = BF$$

Prema razmatranju iz poglavlja 2.4.4.2 vrijedi:

$$B \bar{E} c_g = B_0 \bar{E}_0 c_{g0}$$

$$B \frac{\rho g H^2}{8} c_g = B_0 \frac{\rho g H_0^2}{8} c_{g_0}$$

$$B H^2 n c = B_0 H_0^2 \frac{1}{2} c_0$$

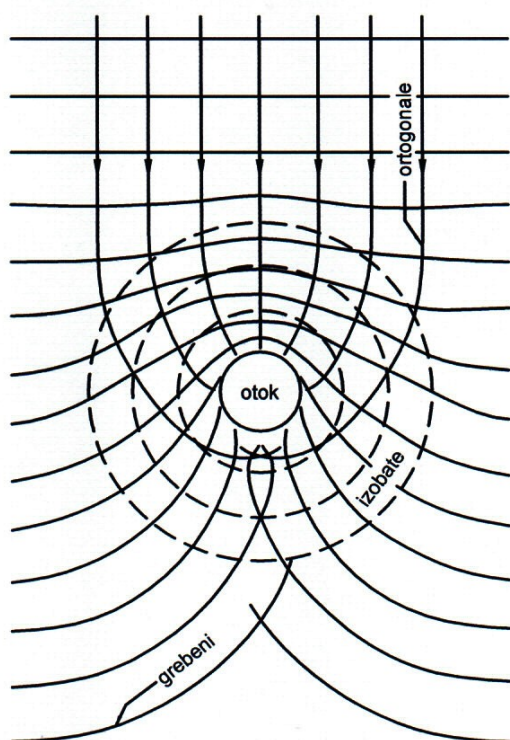
$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{B_0}{B}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2n} \frac{c_0}{c}} = K_r K_s \dots \dots \dots (2.4 - 4.4 :: 4)$$

$$H = H_0 K_r K_s$$

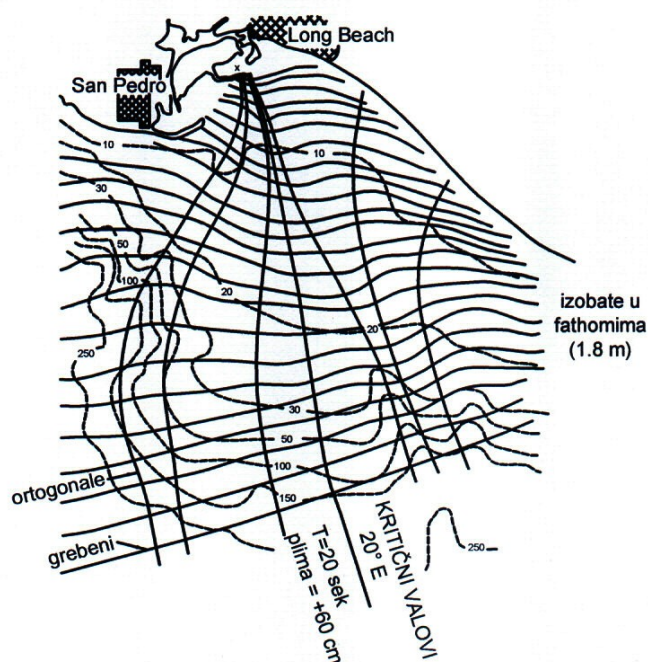
Iz prethodne slike je očito da je na rtu $K_r > 1$, tj. refrakcija povećava visinu vala, a u uvali $K_r < 1$, tj. visina vala se smanjuje.

Prilikom refrakcije događa se još trenje i refleksija pa je u tom slučaju kompletna deformacija visine vala:

$$H = H_0 K_s K_r K_{refl} K_r \cong H_0 K_s K_r \dots \dots \dots (2.4-4.4::5)$$



Sl. 2.4-4.4::3 Plan refrakcije (zalomljavanje) vala oko jednog okruglog otoka



Sl. 2.4-4.4::4 Plan refrakcije: Razarajuće djelovanje refrakcije porušilo je dne 24.4.1930. luku. Konfiguracija dna na udaljenosti čak 20-tak milja fokusirala je energiju valova krajnji dio lukobrana (x).

Koeficijent trenja K_f se može odrediti iz Sl. 2.4-4.3::1, no zbog malog utjecaja se često zanemaruje. Koeficijent plićine K_s prema linearnoj teoriji dan je na Sl. 2.4-4.2::3, a prema teoriji višeg reda na Sl. 2.4-4.2::4. Uobičajena je upotreba prvoga. K_{refl} se također ignorira.

Refrakcija valova se daje inženjerski interpretirati planom refrakcije koji se sastoji od grebena valova i okomitih linija na njih – ortogonala (Sl. 2.4-4.4::3 i Sl. 2.4-4.4::4.)

Plan valova, odnosno plan refrakcije, konstruira se u svrhu dobivanja pravca djelovanja valova na obalu, ili konstrukciju, i radi određivanja visine valova koji tu obalu napadaju, a dolaze s pučine. Za tu svrhu potrebno je poznavati konfiguraciju dna (izobate) te parametre valnog profila (H_o , L_o , T) i smjer izvornog dubokovodnog (pučinskog) vala, prije nego li ovaj "osjeti dno". Prilikom rada nije dovoljno ispitati samo djelovanje vala iz onog smjera odakle dolaze najveći valovi. Konfiguracija dna može manje valove iz drugog smjera tako kanalizirati da uslijed refrakcije nastaje velika koncentracija energije na promatranoj točki obale koja daje najveću visinu refraktiranog vala. Vidi se da je refrakcija složen problem gdje treba uzimati u obzir razne smjerove, veličine i dužine dolazećih pučinskih valova. Prilikom ispitivanja valova male visine ($<1,5$ m) u kratkim otvorenim ili potpuno zatvorenim uvalama treba voditi računa da, koliko god ih refrakcija pred obalom može sniziti, vjetar koji istovremeno puše će ih prema svojoj snazi i dubini vode povisiti, te refrakcija nije mjerodavna! Vidi se da je refrakcija složen problem gdje treba uzimati u obzir razne dužine, smjerove i visine dolazećih pučinskih valova.

Plan refrakcije se prikazuje na pomorskoj karti, a izrađuje za razne smjerove dolaska valova prema obali od interesa. Potrebno je neki puta načiniti planove za razne slučajeve morskog raza. Plan se uobičajeno radi za područje dubina omeđeno s morske strane početkom deformacije $d = L_o/2$ gdje valovi praktično počinju "osjećati dno", a s obalne strane dubinom loma d_b (Sl. 2.4-4.1 ::5). Dok se dubina početka deformacije može unaprijed odrediti, dubina loma ne može, pošto ovisi o visini vala i nagibu dna na mjestu loma što unaprijed poznato. Stoga se za svaki energetski snop različite širine i njemu pripadajućih H i L u području plićaka mora izvršiti ispitivanje na lom vala prema 2.4-4.1.

To znači da se prilikom praćenja rasprostiranja valova iz duboke vode prema obali, refrakcijska teorija na bazi linearne teorije valova može upotrijebiti samo do neke dubine u plićaku nakon koje bi se promjene parametara vala morale određivati prema knoidalnoj i soliternoj teoriji valova konačnih amplituda. Praksa se ipak samo zadovoljava linearnom teorijom.

VRSTE METODA ZA IZRADU PLANOVA REFRAKCIJE

Prve razvijene metode za idealne (monokromatske) valove kratkih perioda derivati su linearne teorije valova! Postoje i metode za izradu planova refrakcije valova dugih perioda npr. za cunami valove (Keulegan i Harrison).

Najjednostavnija je "ručna" metoda za monokromatske valove kratkih perioda s manjom valnom dužinom. Rezultat ove metode je slika valnih grebena: paralelnih i jednakog razmaka u dubokom i povijenih sa skraćenim valnim dužinama " L " u prijelaznom i plitkom području u nekom "zamrznutom" trenutku. Na tu sliku ručno su se crtale valne ortogonale (okomice na valne grebene). Kasnije je razvijena i "ručna" metoda ortogonalnog rasprostiranja valova od dubokog do obale. Obje se temelje na linearnoj teoriji. Nakon toga razvijeni su i kompjuterski programi za metodu ortogonala (Griswold, Morrison, Wilson i dr.) na bazi linearne teorije. Kasnije su programi i dalje razvijeni (Le Petit, Orr i Herbich, Jen), a Keulegan i Harrison su razvili program refrakcije cunami valova kao jedan plitkovodni fenomen. Sve spomenute metode izvode se iz

smanjenja valne brzine ili valne dužine prilikom rasprostiranja valova iz dubokog u plitko, na bazi linearne teorije, što uzrokuje skraćenje i povijanje valnih grebena pod utjecajem konfiguracije (batimetrije) dna: odnosno uzrokuje promjenu smjer rasprostiranja valova "α" (valnih zraka ili valnih ortogonalala). Obje spomenute metode ne daju polje valnih visina, nego se ona na točki od interesa ručno računa iz razmaka valnih ortogonalala. Dakle, ove metode daju samo polje valnih grebena, ili smjerova rasprostiranja valova, u jednom trenutku, ne daju polje valnih visina.

Sljedeća faza bili su kompjutorski programi za monokromatske valove na temelju Bousinesquove, ili knoidalne, teorije temeljene na kontinuitetu količine gibanja vodnih čestica. Daju polje parametara idealnog (monokromatskog) valnog profila "H i L" u vremenu na svakoj točki modelskog rastera po vremenu.

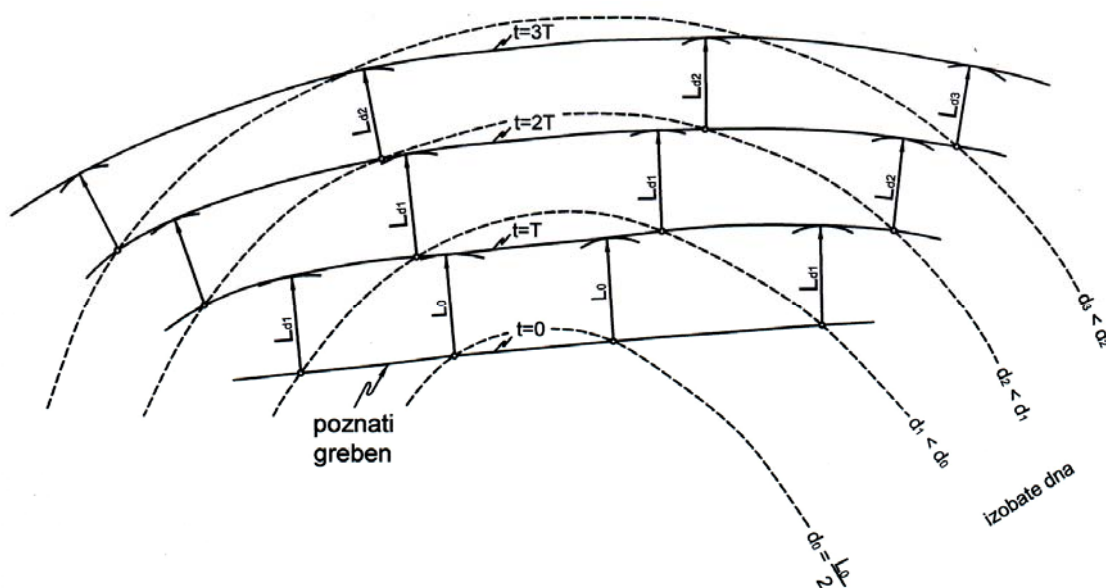
Aktualna faza su kompjutorski programi za realne valove na temelju Bousinesquove, ili knoidalne, teorije temeljene na kontinuitetu količine gibanja vodnih čestica.; tzv. spektralne metode. Daju polje parametara realnog valnog profila (H i L) na svakoj točki modelskog rastera po vremenu.

Metoda izrade plana refrakcije na bazi smanjivanja brzine rasprostiranja vala ili valne dužine

Metoda smanjivanja valne brzine ili brzine rasprostiranja razvijena je od Huygensa. Promatramo na pomorskoj karti (Sl.2.4-4.4::5) jedan poznati greben vala koji se rasprostire prema obali u trenutku $t = 0$. Val se na promatranoj dubini d rasprostire brzinom c , a greben će nakon vremena t prijeći distancu $c \cdot t$ (u metrima). Ako se inkrement vremena uzme jednak periodu vala T , tada će se greben pomaknuti za

$$L = c \cdot T$$

gdje je L dužina vala na istoj dubini d . Kada je dubina $d < L_0/2$ brzina vala se smanjuje, a također i dužina. Za "svaku" točku uzduž poznatog grebena odredi se smanjena L ili c s obzirom na dubinu ispod te točke, a iz same točke se na karti povuče luk dužine L . Anvelopa svih lukova čini položaj pomaknutog grebena. Postepenim napredovanjem može se dobiti slika valovanja za cijelo razmatrano područje (Sl. 2.4-4.4::5).



Sl.2.4-4.4::5 Refrakcija valova metodom smanjenih brzina ili dužina valova

Nakon toga se nacrtaju ortogonale i izvrši proračun visine vala na točkama koje su od interesa. Kao prvi poznati greben uzima se onaj nepovijeni na dubini $d = L/2$, a iterativni postupak za izračunavanje smanjene valne dužine ili brzine rasprostiranja vala prikazan je u poglavlju 2.4.-4.2.

Prema linearnoj teoriji (teorija malih amplituda -Airy) idealnih valova, poglavlje 2.4-2, vrijedi izraz za brzinu napredovanja vala u dubokoj vodi :

$$c = \sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}}$$

Kada valovi dođu na plitko ($d < L_0/2$) brzina se smanjuje prema izrazu:

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}} \quad (2.4-4.4::5)$$

odnosno:

$$c = c_0 \cdot \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} \quad \text{brzina vala u plitkom} \quad (2.4-4.4::6)$$

Iz izraza (2.4-4.4::5) i (2.4-4.4::6) se vidi da se valna dužina i brzina u plitkom jednako mijenja i to po funkciji tangensa hiperbolnog, ovisno o dubini i dužini vala L na dotičnoj dubini. Na osnovu toga može se za svaku izobatu izračunati odgovarajuća dužina i brzina vala i nacrtati smanjena valna dužina na svakom presjeku valnog grebena s izobatom. Počinje se crtati iz dubokog.

Izrade plana refrakcije metodom ortogonalna

Prvi plan refrakcije metodom ortogonalna razvijen je od O'Briena (1942) primjenom analogije sa Snelliusovim zakonom geometrijske optike. U nastavku se daje metoda ortogonalna prema Silvesteru [Silvester I, 217] utemeljena na linearnoj valnoj teoriji.

$$\frac{c}{c_0} = \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L} = \frac{L}{L_0} \dots\dots\dots (2.4 - 4.4 :: 7)$$

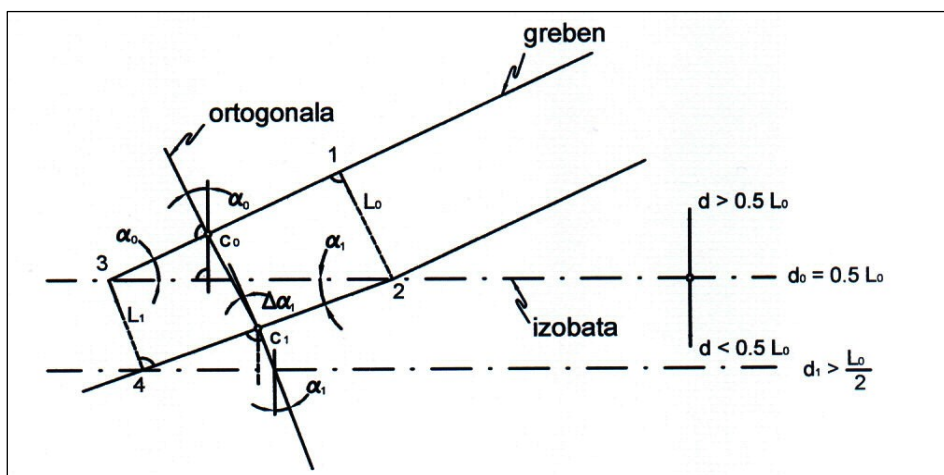
Ako sa promatra jedna zamišljenu točku (ne česticu vode) na grebenu vala koji se giba prema obali (Sl.2.4-4.4::6) staza koju slijedi ta točka bit će t. zv. ortogonalna ili valna zraka. Brzina naređivanja te točke u dubokom ($d \geq 0,5L_0$) bit će konstanta i iznositi će $c_0 = gT/2\pi$, a u plitkom ($d < 0,5L_0$) će se mijenjati i iznositi $c = gT/2\pi \operatorname{th} 2\pi d/L$.

Ukoliko greben vala dolazi koso na konturu dna (greben s izobatom čini kut $\alpha_0 > 0$), neke zamišljene točke na grebenu nalaziti će se na većoj dubini nego druge. Točke u dubokoj vodi prijeći će tokom perioda T distancu od točke 1 do točke 2 veličine L_0 , a one u plićoj vodi manju distancu od 3 do 4 veličine $L_1 < L_0$ pošto je $c < c_0$. Iz trokuta 1, 2, 3 i 2, 3, 4 može se postaviti:

$$\sin \alpha_0 = \frac{L_0}{23} \quad \text{i} \quad \sin \alpha_1 = \frac{L_{11}}{23}, \text{ a izjednačenjem po } \overline{23} \text{ dobije se omjer:}$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} = \frac{c_1}{c_0} = \frac{L_1}{L_0} \dots\dots \text{odnosno} \dots\dots \sin \alpha_1 = \frac{L_1}{L_0} \sin \alpha_0 \dots\dots\dots (2.4 - 4.4 :: 8)$$

gdje je: α_0 – prilazni kut valne zrake (ortogonale) na dubokovodnu izobatu d_0 ; kut između ortogonale i normale na dubokovodnu izobatu, a
 α_1 – presječni kut valne zrake (ortogonale) s 1-vom izobatom d_1 ; kut između ortogonale i normale na 1-vu izobatu u prijelaznom području.



Sl. 2.4-4.4::6
 Definijska skica za refrakciju vala metodom ortogonalna na paralelnim izobatama

Izraz je istovrstan Sneliusovom zakonu geometrijske optike za lom (refrakciju) svjetla na granici dvaju sredstava različitog indeksa loma (refrakcije) ovisnog o gustoći medija.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} = \frac{n_1}{n_0}$$

u kojemu veća i manja gustoća medija n_1 i n_0 i zamijenjene veličinama $L_1(d_1)$ i $L_0(d_0)$ koje su nekakvi reprezentanti većeg i manjeg utjeva dubine mora na valove.

Izraz 2.4-4.8 prikazuje promjenu smjera staze zamišljene točke tj. ortogonale idući prema plićem moru. Dakle, ortogonale su u dubokom paralelni pravci, a u plitkom neparalelne krivulje (poligoni), no u oba slučaja okomite na grebena valova.

U slučaju ravnih paralelnih izobata i jednolikog nagiba dna mora, poznavajući prilazni kut α_0 i koristeći izraz (2.4-4.4::8), može se odrediti presječni kut α_i na svakoj dubini d_i (Sl.2.4-4.4::7).

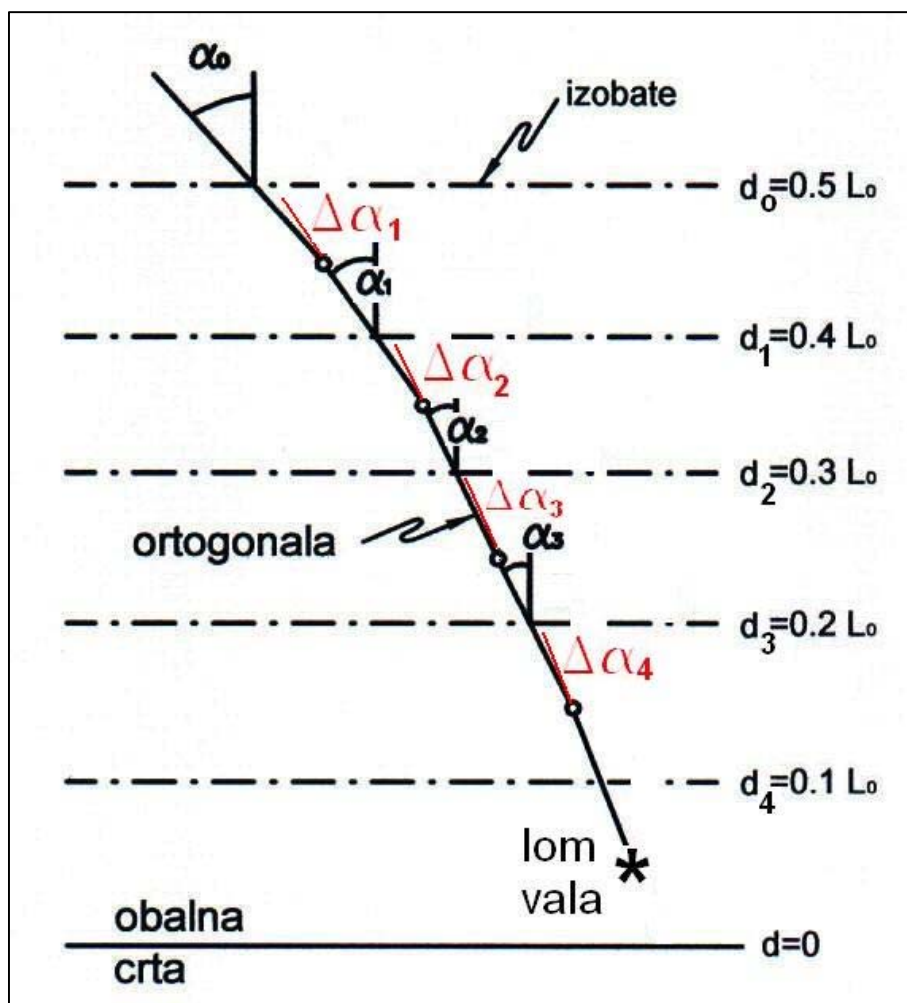
$$\alpha_i = \arcsin \left[\frac{L_i}{L_0} \cdot (\sin \alpha_0) \right] \dots \dots \dots (2.4 - 4.4 :: 8a)$$

Pritom s prvo mora, za razmatranu izobatu dubine d_i , izračunati L_i/L_0 iteracijom iz izraza 2.4-4.4::8. Promjena smjera valne zrake $\Delta\alpha_i$ u području dubina d_{i-1} i d_i iznosi:

$$\Delta\alpha_i = \alpha_{i-1} - \alpha_i \dots \dots \dots (2.4 - 4.4 :: 8b)$$

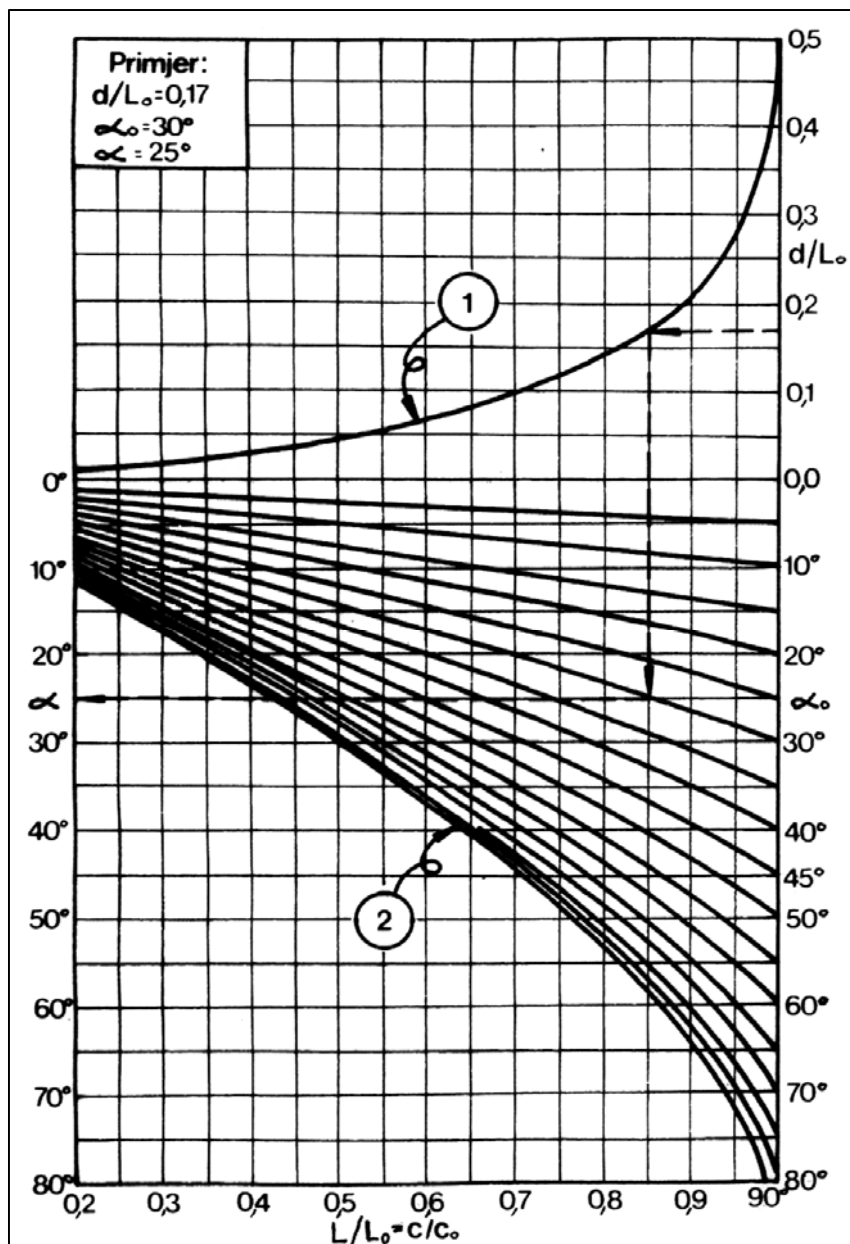
gdje je: $\Delta\alpha_i$ – prelomni kut valne zrake (ortogonale) između ortogonalna d_{i-1} i d_i .

a nanosi se u sredini između izobata d_{i-1} i d_i kao na (Sl. 2.4-4.4::6). Promjena smjera ortogonale od dubokog mora, pa sve do obale dobije se sukcesivnim nanošenjem prelomnih kuteva valne zrake $\Delta\alpha_i$ kao na Sl.2.4-4.4::6.



Sl.2.4-4.4::7 Refrakcija valova metodom ortogonalna za slučaj paralelnih izobata: α_0 - prilazni kut ortogonalne, α_i - presječni kut ortogonalne na i-toj izobati

Navedeni izrazi dani su u obliku prikladnog dijagrama (Sl. 2.4-4.4::8), tako da ih ne treba svaki puta računati.



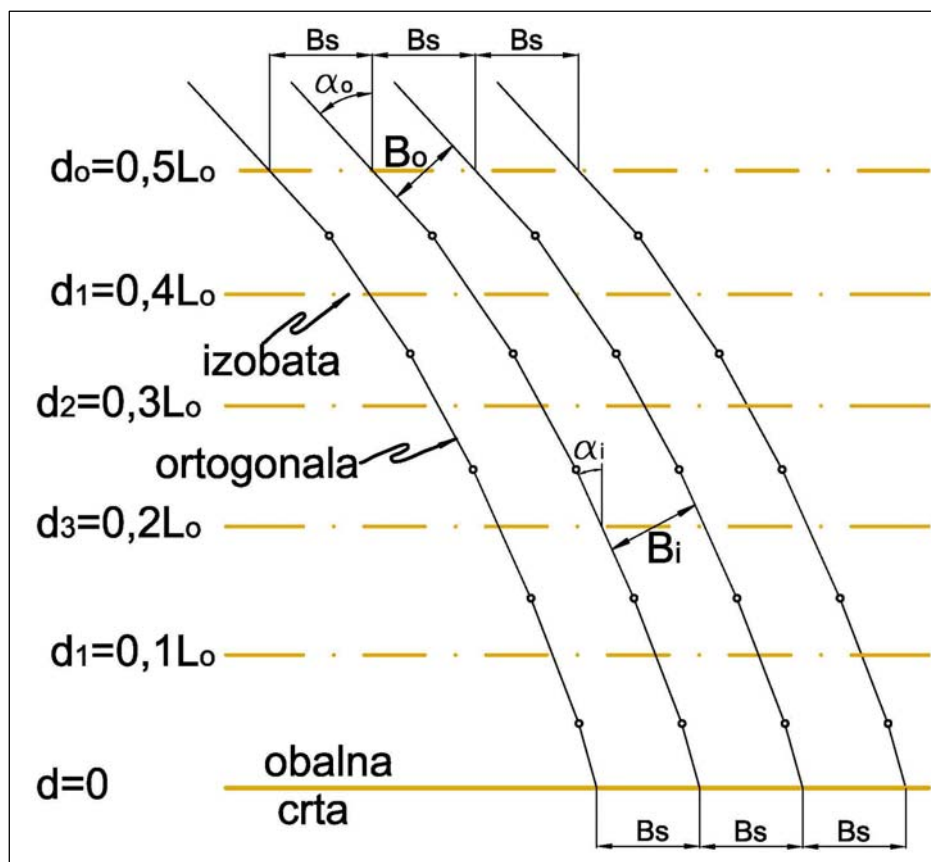
Sl. 2.4-4.4::8 Dijagram za refrakciju vala metodom ortogonalna- odnos presječnog kuta α , prilaznog kuta α_0 , relativne dubine d/L_0 i relativne valne dužine L/L_0 (6)

Koeficijent refrakcije za paralelne izobate može biti izražen samo u funkciji prilaznog kuta α_0 i presječnog kuta α_i . Naime, za slučaj paralelnih izobata dvije susjedne ortogonale (razmak u dubokom im je B_0) su identične krivulje translirane po izobati za konstantan međusobni pomak B_s . Tada prema Sl. 2.4-4.4::9 vrijedi:

$$K_r = \sqrt{\frac{B_0}{B_i}} = \sqrt{\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_i}}$$

gdje je:

- $B_0 = B_s \cos \alpha_0$ širina valnog snopa u dubokom,
- $B_i = B_s \cos \alpha_i$ širina valnog snopa na dubini d_i u prijelaznom i plitkom,
- α_0 - prilazni kut dubokovodne ortogonale d_0 ,
- α_i - presječni kut ortogonale s izobatom dubine d_i



Sl. 2.4-4.4-9 Definijska skica za određivanje koeficijenta refrakcije vala metodom ortogonala iz kuteva ortogonala prema izobatama

Silvesterov postupak je kod paralelnih izobata precizniji ako kod proračuna promjene smjera ortogonala ne baratamo za svaku dubinu s prilaznim kutom α_0 u dubokom, nego s onim prosječnim kutovima ortogonalne koji se pojavljuju na razmatranoj dubini.

Prema Sl. 2.4-4-7i izrazu (2.4-4.4::8) vrijedi

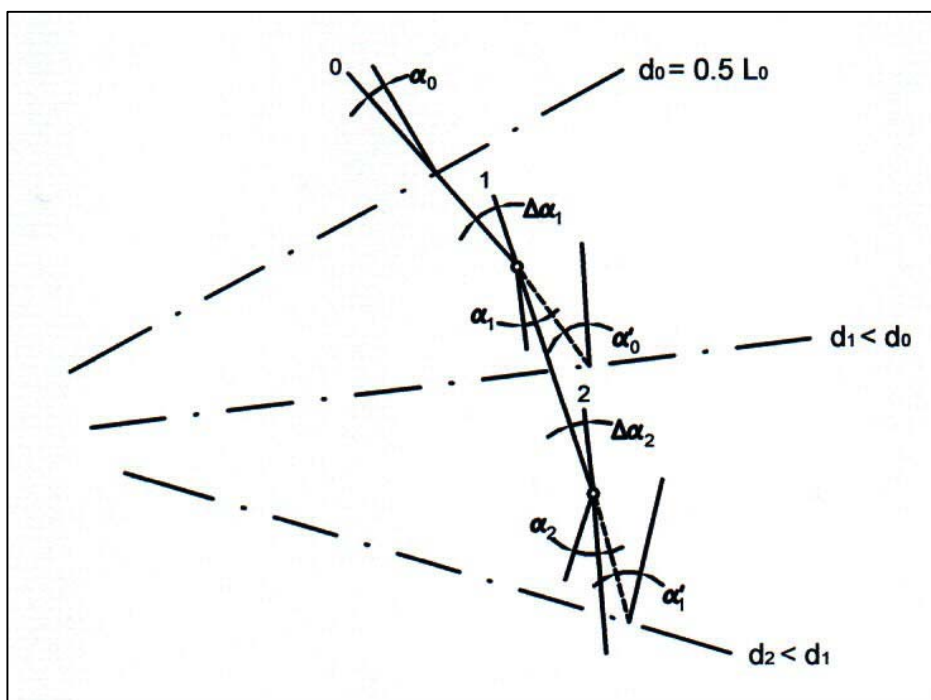
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} = \frac{c_1}{c_0}, \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_0} = \frac{c_2}{c_0}$$

pa iz njihovog omjera proizlazi

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_0} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{C_2 / C_0}{C_1 / C_0} = \frac{L_2 / L_0}{L_1 / L_0} \dots\dots\dots (2.4 - 4.4 :: 9)$$

Postupak korištenja dijagrama sa je sada sljedeći: za dvije susjedne izobate d_1 i d_2 pomoću izraza (2.4-4.4::7) se izračunaju ili na krivulji 1. Sl. 2.4-4.4::8 očitaju omjeri L_1/L_0 i L_2/L_0 te se iz jednadžbe (2.4-4.4::9), na bazi poznatog kuta α_1 , proračuna kut α_2 . Taj se kut daje i očitati na Sl. 2.4-4.4::8 preko krivulja 2. Naime za izračunati omjer $(L_2/L_0) / (L_1/L_0)$ koji se nanese na apscisi koristeći određenu krivulju $\alpha_0=\alpha_1$ na ordinati se očitava tražena promjena smjera ortogonalne α_2 .

Morsko dno u prirodi naravno nikada nije jednoliko niti su izobate paralelne, pa se razmatranje dna s ravnim ali neparalelnim izobatima već približava realnosti (Sl.2.4- 4.4::10). Neka dolazeća ortogonalna s početnom izobatom $d_0 = 0,5L_0$ čini prilazni kut α_0 .



α'_i - prilazni kutevi
ortogonalna

α_i - presječni kutevi
ortogonalna

Sl. 2.4-4.4::10
Definicijska skica za
refrakciju vala metodom
ortogonalna - neparalelne
izobate.

Između izobata d_0 i d_1 ortogonalna će nešto promijeniti smjer tako da će se s izobatom d_1 činiti presječni kut α_1 . Dubokovodna ortogonalna prema izobati d_1 čini prilazni kut α'_0 . Prema navodima u uvodu ove metode vrijedi:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha'_0} = \frac{L_1}{L_0} \quad \text{odnosno} \quad \sin \alpha_1 = \frac{L_1}{L_0} \sin \alpha'_0$$

Presječni kut α_1 odredi se prema dijagramu na Sl.2.4-4.4::8 s tim da se na skali α_0 upotrijebi upotrijebi α'_0 , a očitavanje α na grafu znači traženi kut α_1 . Jasno je da se α'_0 mora očitati s pomorske karte na kojoj se crta plan refrakcije. Ortogonalna 1 započinje na $\frac{1}{2}$ razmaka izobata d_0 i d_1 , i to tako da se smjeru ortogonalne „0“ doda prelomni kut:

$$\Delta \alpha_1 = \alpha'_0 - \alpha_1$$

Prilazni kut na izobatu d_2 je α'_1 , a presječni kut je, prema analogiji u uvodu, dan s:

$$\sin \alpha_2 = \frac{L_1}{L_0} \sin \alpha'_1.$$

Općenito za bilo koju izobatu d_i vrijedi:

$$\sin \alpha_i = \frac{L_i}{L_{i-1}} \sin \alpha'_{i-1} \dots \dots \dots (2.44.4 :: 10)$$

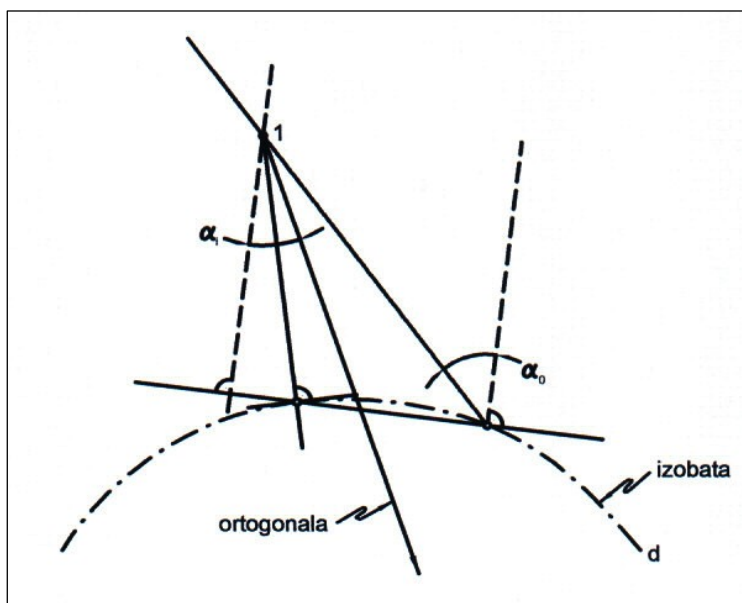
gdje je "i" redni broj razmatrane izobate (dubine).

Traženi presječni kut α_i proračuna se prema gornjem izrazu (2.4-4.4::10) kao:

$$\alpha_i = \arcsin \left[\frac{L_i}{L_{i-1}} \cdot (\sin \alpha'_{i-1}) \right],$$

ili odredi s dijagrama na Sl. 2.4-4.4::8. Za d_i/L_0 i d_{i-1}/L_0 se preko krivulje „1“ očitaju L_i/L_0 i L_{i-1}/L_0 . Kada se te dvije vrijednosti podijele dobije se vrijednost omjera L_i/L_{i-1} koji se nanese na apscisi dijagrama „2“ i preko krivulje „2“ koristeći prilazni kut α'_{i-1} očita traženi kut α'_i . Prelomni kut (kut zaokreta) ortogonale, ispred bilo koje dubine d_i tada je:

$$\Delta \alpha_i = \alpha'_{i-1} - \alpha_i.$$



Sl. 2.4-4.4::11 Postupak određivanja prilaznog kuta α_0 i presječnog kuta α_i ortogonale za zakrivljene izobate (6).

Neparalelne i zakrivljene izobate (Sl. 2.4-4.4::11) čine sliku dna koja se poklapa s realnošću. Pri tome će veoma male zakrivljenosti izobata $r \leq 5L$ biti izglađene pošto nemaju neki veći utjecaj na kompletnu valnu sliku. Zbog toga treba plan izobata najprije šematizirati tako da se odbace krivine $r < 5L$.

Kod većih zakrivljenosti izobata potrebno je provesti poseban postupak mjerenja prilaznih kuteva α_0 i presječnih kuteva α_i (Sl. 2.4-4.4::1) dok je postupak proračuna isti kao netom izneseni.

U vezi točnosti plana refrakcije važan je izbor koraka odnosno izbor inkremenata relativne dubine d/L_0 kod kojih će se vršiti proračun skretanja ortogonale. Odmah se mora istaknuti da što su manji inkrementi plan je točniji, no utrošak rada je veći. Radi ekonomičnosti rada izbor koraka prvenstveno treba prilagoditi točnosti upotrijebljenih podataka i svrsi izrade plana.

Promjena smjera ortogonale kod jednoliko nagnutog dna u vidu ravne plohe, će kod neke dubine biti ista bez obzira koliko je intervala između $d_0 = 0,5L_0$ i razmatrane dubine d . No položaj zadnje zrake na ortogonalni može varirati u ovisnosti o izboru inkremenata dubine i zaokretne točke. Stoga je najprobitačnije primjenjivati takve inkremente dubine koji daju približno istu promjenu smjera ortogonale. Nakon teoretske analize došlo se je do sljedećih zaključaka: za prilazni kut $\alpha_0 < 70^\circ$ i relativnu dubinu $d/L_0 < 0,2$ treba uzeti relativnu dubinu koja je cca 0,6 od prethodne. Za $\alpha_0 > 70^\circ$ i d/L_0 od 0,2 do 0,5 treba uzeti prirast od 0,1 d/L_0 između pojedinih izobata. Kod jače zakrivljenih izobata inkrementi trebaju biti manji.

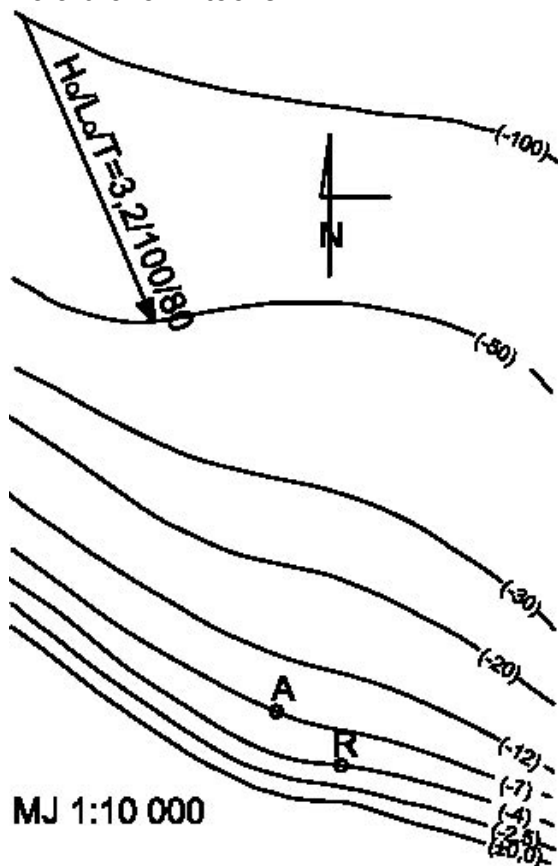
α_0	d/L_0							
$< 70^\circ$	0,5	0,2	0,12	0,07		0,04	0,025	0,015
$> 70^\circ$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,04	0,025	0,015

Tab.2.4-4.4::1 Preporučljive vrijednosti relativnih dubina za izradu planova refrakcije (Silvester 1974.).

PR.2.4.4.4.1: PLAN REFRAKCIJE

Zadatak: Za zadanu konfiguraciju dna na donjoj slici (MJ. 1:10000) i zadani smjer nailaska dubokovodnog vala parametara $H_0/L_0/T=3,2/100/8,0$ potrebno je:

- 1) načiniti plan refrakcije nadolazećeg vala metodom ortogonalala,
- 2) odrediti osnovne parametre vala u točki A,
- 3) visinu i dubinu loma vala u okolini točke R.



Rješenje:

- 1) Plan refrakcije:

Početni korak u izradi plana refrakcije je priprema batimetrijskog snimka dna. Zatim se proračuna *tablica 1* s valnim parametrima potrebnim za izradu plana valne refrakcije.

ORTOGONALA 1	ORTOGONALA 2	ORTOGONALA 3	ORTOGONALA 4
--------------	--------------	--------------	--------------

					očitano na situaciji	proračunato	razlika									
i	d _i	d _i /L ₀	L _i /L ₀	L _i /L _{i-1}	pril. kut ortogon. α' _{i-1}	Izlazni ortogn. α _i	kut zaokret otogon. Δα _i	α' _{i-1}	a _i	Da _i	α' _{i-1}	a _i	Da _i	α' _{i-1}	a _i	Da _i
	m				°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	50	0,5	1,00													
1	20	0,2	0,89	0,89	40,5	35	5,5	29	25,5	3,5	45	39	6	55	46,5	8,5
2	12	0,12	0,76	0,854	37,0	30,5	6,5	31	26	5	42,5	35	7,5	46	38	8
3	7,0	0,07	0,61	0,803	26,5	21,0	5,5	24	19	5	36	28	8	38	29,5	8,5
4	4,0	0,04	0,48	0,787	19,0	14,5	4,5	13,5	10,5	3	28	21,5	6,5	35	27	8
5	2,5	0,025	0,35	0,73	14,0	10	4	10	8	2	23,5	18,5	5	24	19	5

Tablica 1: Prikaz parametara valne refrakcije

Deformirana valna duljina L_i određuje se izrazom $L_i = L_0 tgh \frac{2\pi d}{L_i}$, te se može dobiti iterativno

ili korištenjem gornjeg dijela dijagrama sa Sl. 2.4-4.4::8.

Time su pripremljeni svi potrebni podaci za izradu plana refrakcije.

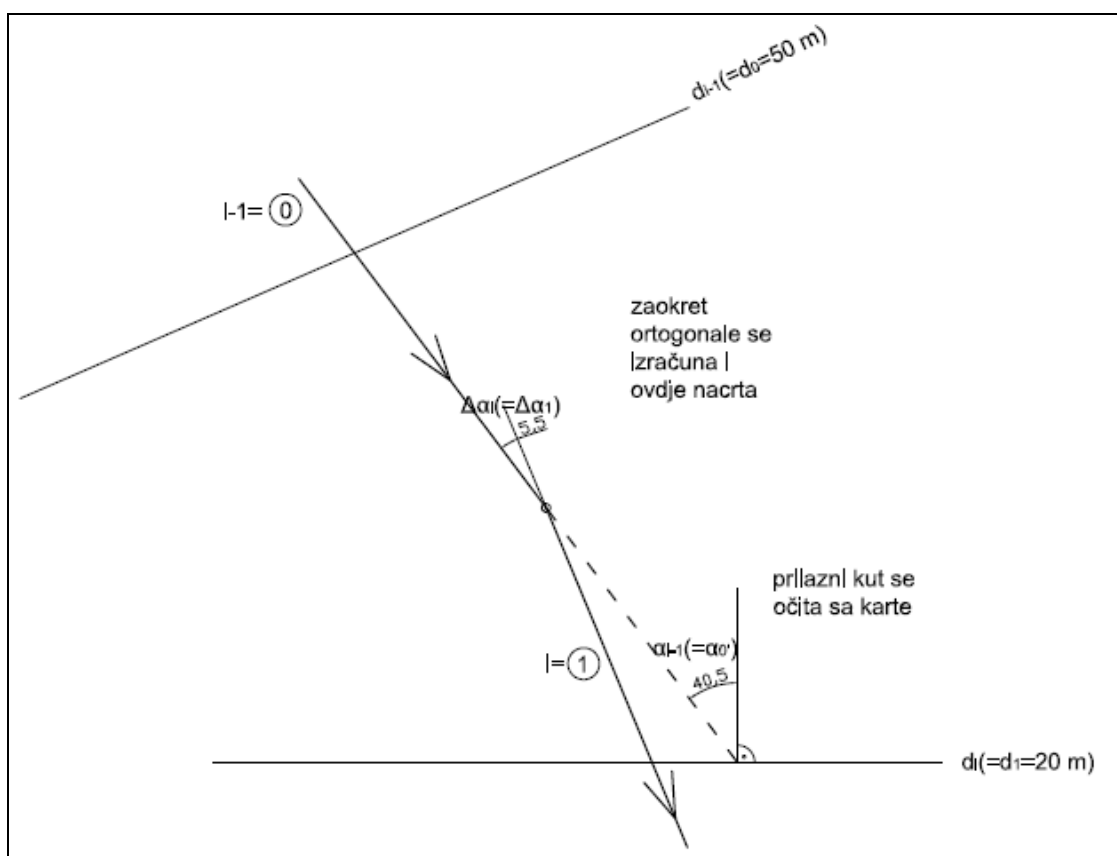
Najprije se nacrtaju valne zrake 1, 2, 3 i 4, paralelne sa smjerom valnog rasprostiranja, do izobate $d_0 = -50$. Razmak između zraka, odnosno širina energetskog snopa B_0 je proizvoljna. Nakon toga se pristupa konstruiranju valnih zraka sljedećim postupkom:

- Prilazna ortogonalna **1**, produži se do izobate $d_1 = -20$.
- U prilaznoj točki ortogonale **1** i izobate $d_1 = -20$ konstruira se tangenta na izobatu, a na tangentu okomica.
- Očita se prilazni kut α_0' između produžene ortogonale **1** i okomice na izobatu d_1 , $\alpha_0' = 40,5^\circ$.
- Iz dijagrama sa Sl. 2.4-4.4::8 očita se za izobatu d_1 na osnovi bezdimenzionalne dubine $\frac{d_1}{L_0} = \frac{20}{100} = 0,2$ veličina $\frac{L_1}{L_0} = 0,890$ i nađe omjer $\frac{L_i}{L_{i-1}}$ kao

$$\frac{L_i}{L_{i-1}} = \frac{\frac{L_i}{L_0}}{\frac{L_{i-1}}{L_0}} = \frac{\frac{L_0}{L_0}}{\frac{L_0}{L_0}} = \frac{0,89}{1} = \frac{L_1}{L_0}. \text{ Zatim se za apscisnu vrijednost } \frac{L_i}{L_{i-1}} = 0,890 \text{ i prilazni kut}$$

$\alpha_{i-1} = \alpha_0' = 40,5^\circ$ preko dijagrama sa slike 1.2.-5.4.:4 izračuna vrijednost kuta $\alpha_1 = 35,0^\circ$,
(Može se koristiti i Snellov zakon $\frac{L_i}{L_{i-1}} = \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_{i-1}}$).

- e) Izračuna se razlika $\Delta\alpha_1 = \alpha_0' - \alpha_1 = 40,5 - 35 = 5,5^\circ$.
To je vrijednost skretanja ortogonale 1.
f) Izračunati $\Delta\alpha_1$ nanosi se na pola razmaka između izobata (-50) i (-20).
g) Ortogonalna 1 se sa novim smjerom produžuje do izobate $d_2 = -12$ i postupak se analogno ponavlja do obalne crte.
h) Izneseni se postupak ponavlja i za ortogonale 2, 3 i 4. Vrijednosti kuteva zaokreta, za sve 4 zrake dane su u tablici 1,



2) Osnovni parametri vala u točki A

a) Valna visina, H

Visina vala u točki A dana je izrazom

$$H_A = H_0 * K_s * K_{ref} \leftarrow H_A = H_0 * K_s * K_{ref} * \underbrace{K_{tr} * K_{refl}}_{\text{ZANEMARIVO}}$$

Pošto je $d = 7,0$ (m) i $L_0 = 100$ (m), to je relativna dubina

$$\frac{d_0}{L_0} = \frac{7,0}{100} = 0,07$$

tako da je vrijednost koeficijenta plićine K_s , očitana iz dijagrama sa slike 2.4 -4.2::4 $K_s \sim 1$.

S plana refrakcije za snop II očitamo:

-u dubokom $B_0=10,0$ (mm)

-u točki A $B_A=16,5$ (mm)

tako da dobijemo koeficijent refrakcije

$$K_r = \left(\frac{B_0}{B_A} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{10,0}{16,5} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,78$$

Prema tome, u točki A valna visina poprima vrijednost

$$H_A = 3,2 * 1,0 * 0,78 = 2,5(m) < H_0 = 3,2 (m).$$

Dakle, vidimo da povećanjem širine energetskog snopa valna visina opada.

b) Valna duljina, L

U *tablici 1* izračunata je relativna valna duljina za dubinu točke A od 7,0 (m), $\left(\frac{L_i}{L_0} = 0,61 \right)$, $L_A = 61$ (m).

3) Visina i dubina loma vala u okolini točke "R"

a) Visina lomljenog vala

Pretpostavimo da se val lomi u točki R na dubini (-4), da bismo mogli očitati koeficijent refrakcije.

Da bismo mogli odrediti visinu lomljenog vala korištenjem dijagrama sa slika 2.4-4.1::4 i 2.4-4.1::5, potrebno je poznavati veličinu H_0'/L_0 i nagib dna "s" u okolini točke R.

H_0' je definiran kao:

$$H_0' = H_0 * K_r, \text{ (ne uzima se } K_s)$$

$$K_r = \left(\frac{B_0}{B_A} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{10,0}{9,0} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,05,$$

odnosno:

$$H_0' = 3,2 * 1,05 = 3,4 (m),$$

Nadalje je

$$\frac{H_0'}{L_0} = \frac{3,4}{100} = 0,034.$$

Nagib dna s u točki R prema batimetriji iznosi

$$s = \frac{4,5}{62} = 0,073.$$

Za prethodno određene vrijednosti iz eksperimentalnog dijagrama 2.4-4.1::4 očitamo indeks lomljenog vala

$$\frac{H_b}{H_0} = 1,27,$$

odakle slijedi da je visina lomljenog vala

$$H_b = 1,27 * H_0' = 1,27 * 3,4 = 4,3 \text{ (m)}.$$

b) Dubina loma vala

Prema eksperimentalnom dijagramu sa slike 2.4-4.1::5 za

$$\frac{H_b}{gT^2} = \frac{4,3}{9,81 * 8,0^2} = 0,0068$$

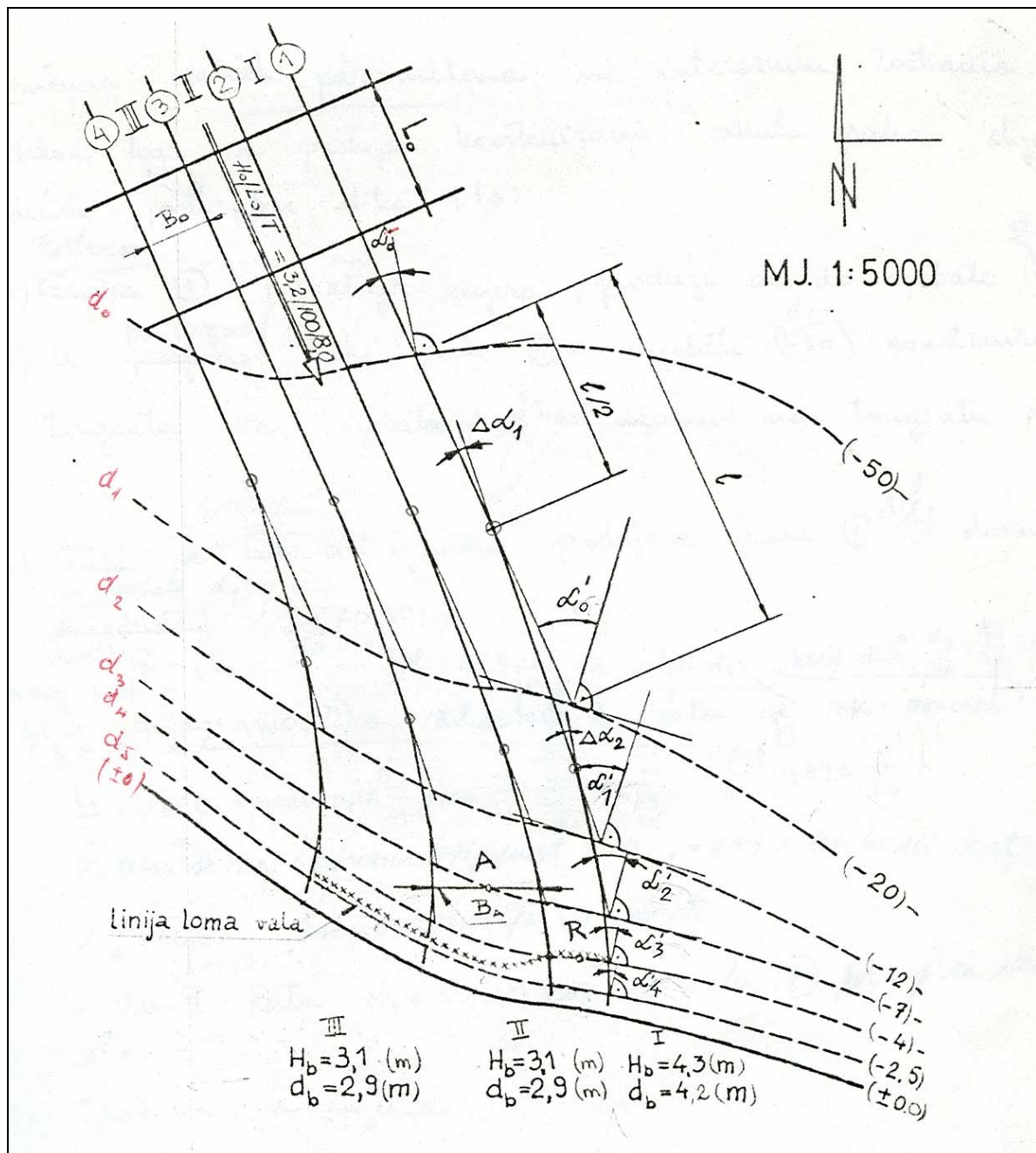
i za nagib dna, $s=0,073$, očitava se

$$\frac{d_b}{H_b} = 0,97$$

$$d_b = 0,97 * H_b = 0,97 * 4,3 = 4,2$$

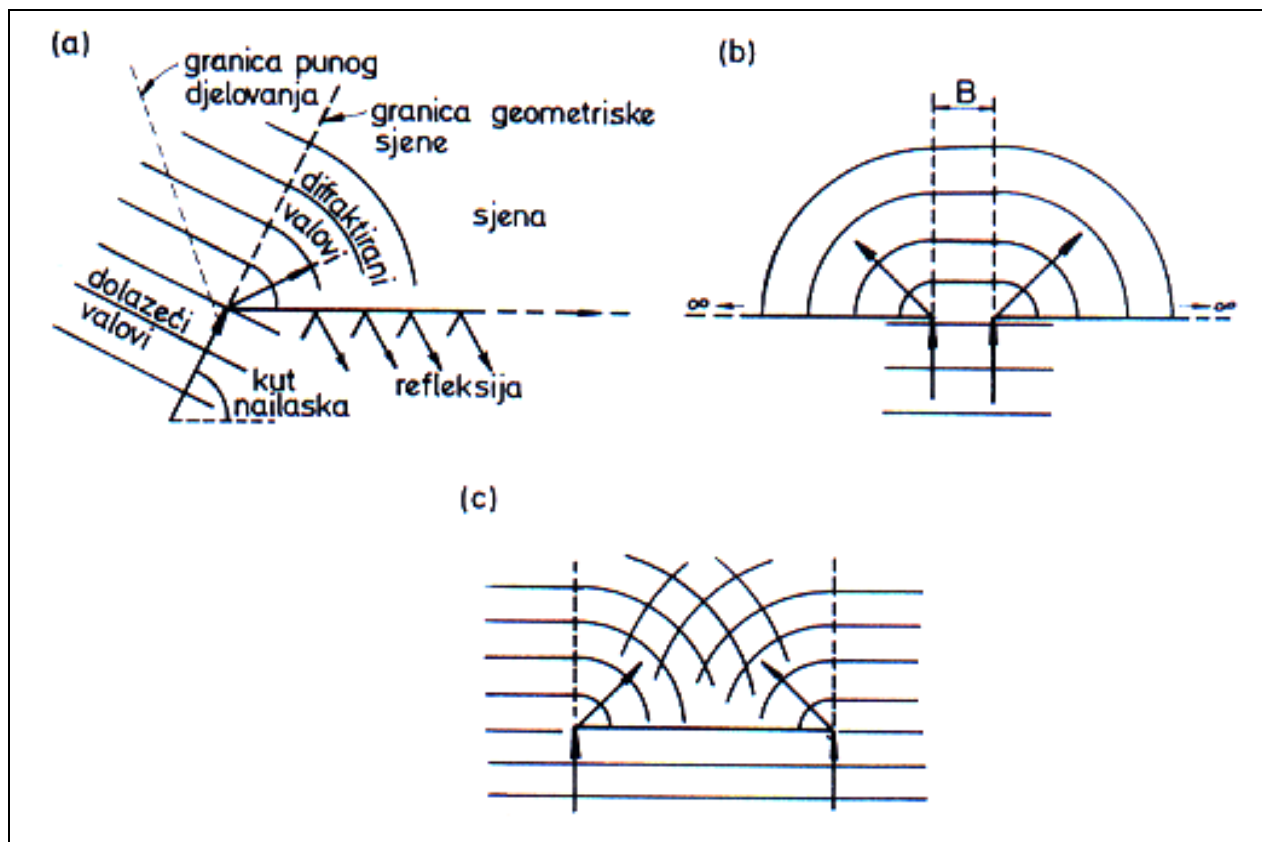
Dakle, pretpostavljena dubina loma približno je jednaka stvarnoj dubini loma d_b .

(m).



2.4.4.5 OGIBANJE ILI DIFRAKCIJA VALOVA

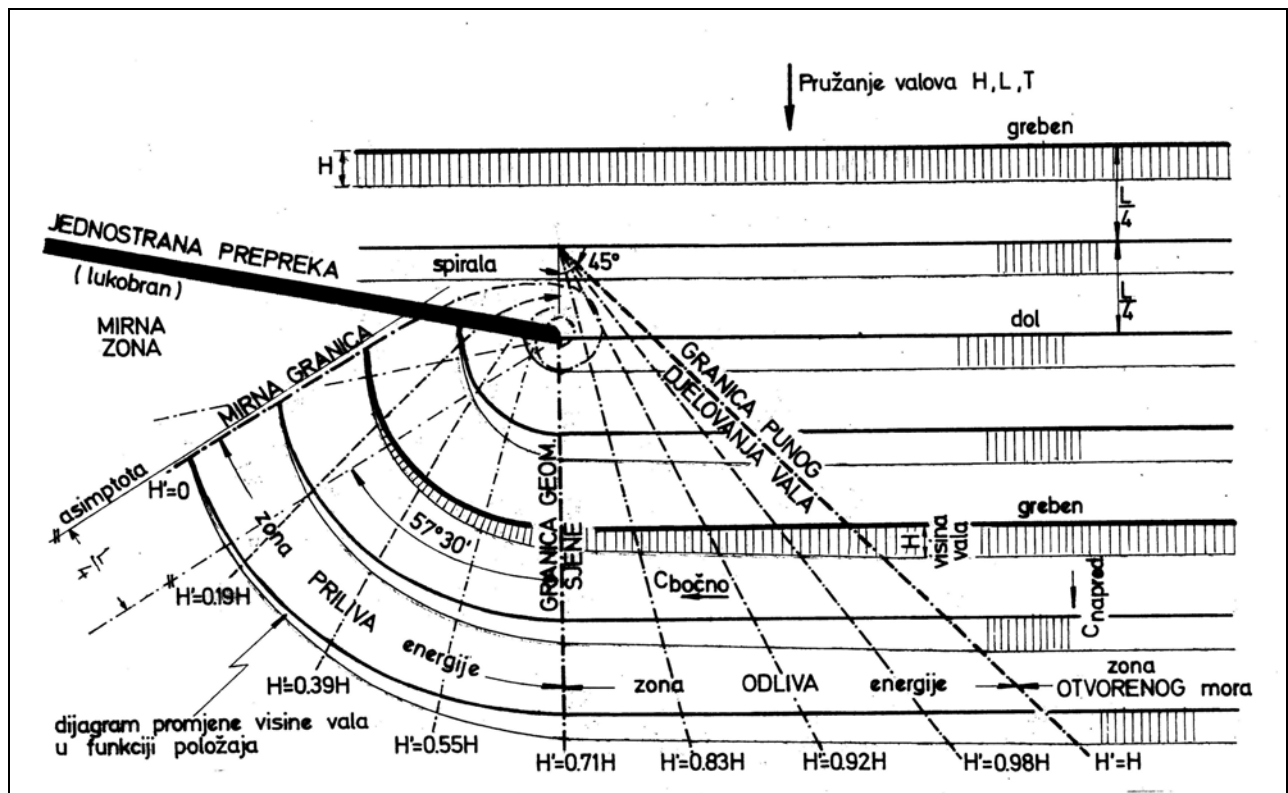
Difrakcija ili ogib je deformacija valova na ravnom dnu koja nastaje u slučaju kada se ispred dijela polja valova prepreči vertikalna prepreka na pr. lukobran. Rezultat je bočnog rasprostiranja energije (uzduž grebena vala) koji se time javlja i iza prepreke. Očituje se širenjem i zaokretanjem valova u području geometrijske sjene iza prepreke i smanjenjem visine valova. Može biti jednostrana i dvostrana. Jednostrana difrakcija se odvija oko jednog kraja prepreke, a drugi kraj prepreke je u beskonačnosti i nema utjecaja.



Sl. 2.4-4.5::1 Difrakcija valova, (a) jednostrana, (b) dvostrana, (c) iza ograničene prepreke.

Dvostruka difrakcija se odvija između dviju ne previše razmaknutih prepreka (ulaz u luku između dvaju lukobrana).

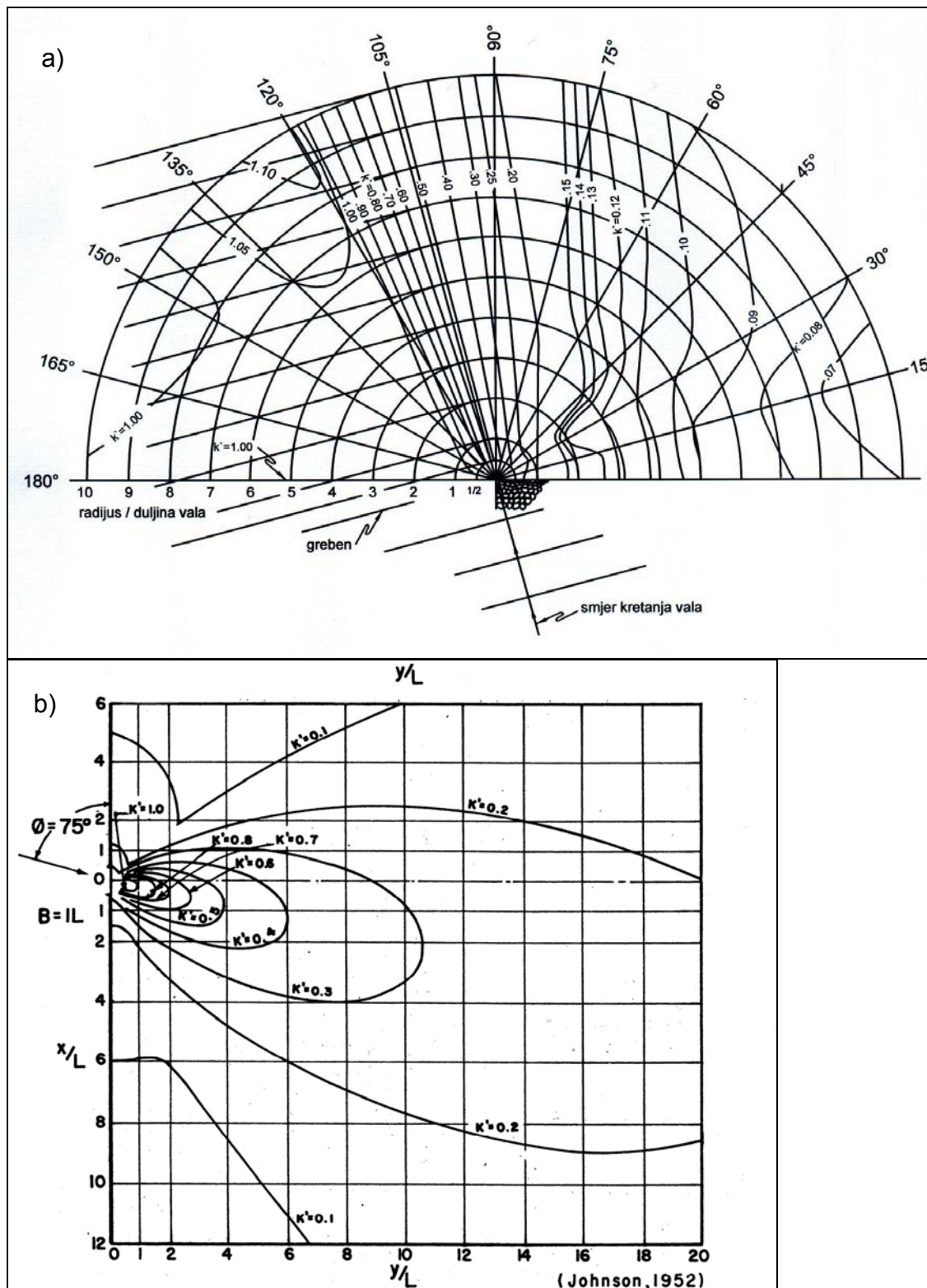
Prvo empirijsko tumačenje pojave dao je Irribaren 30-tih godina. Na sljedećoj slici se prikazuje to tumačenje uz objašnjenje osnovnih pojmova.



Sl.2.4-4.5::2 Difrakcija valova, plan valova na pretpostavljenom dnu jednolične dubine (Irribaren)

Teoretska tumačenja datiraju iz 40-tih godina Penny i Price (1944) su predložili metodu rješavanja valnog ponašanja nakon prolaska jednostranog lukobrana - jednostrana difrakcija. Blue i Johnons (1949 i 1953.) su obradili problem valnog ponašanja nakon prolaska kroz otvor - dvostruka difrakcija. Wiegel je konačno (1962) prezentirao dijagrame jednostrane difrakcije, a ostali i dvostrane. Svi teoretski pristupi difrakciji polaze od četiri pretpostavke :

1. voda je idealni fluid (neviskozni i nestišljiv),
2. valovi su malih amplituda i mogu se opisati linearnom teorijom,
3. gibanje čestica vala je irrotaciono i opisano potencijalnom funkcijom koja zadovoljava Laplaceovu jednačinu,
4. dubina iza prepreke je konstantna.



Sl.2.4-4.5::3 Koeficijenti difrakcije valova na dnu jednolične dubine iza lukobrana: a) jednostrana, b) dvostrana [CERC I, 1977, 2-89]

Redukcija visine vala iza prepreke izražava se preko koeficijenta difrakcije

$$H = K_{dif} \cdot H_{dol} \dots\dots\dots(2.4-4.5::1)$$

Odnosno

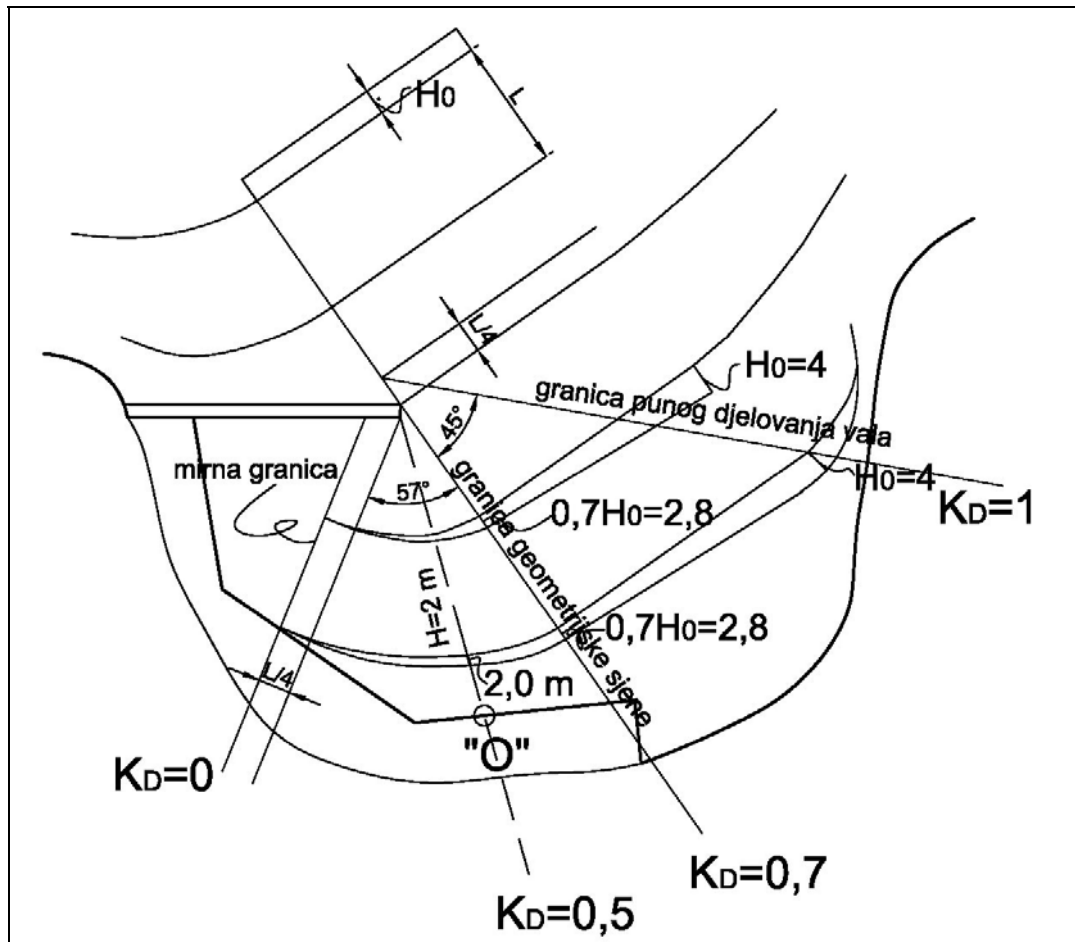
$$K_{dif} = \frac{H}{H_{dol}}, \quad K_{dif} \leq 1$$

Koeficijent difrakcije daje se uobičajeno u obliku praktičnih dijagrama kao na gornjoj slici. Pri njihovom korištenju treba naglasiti da veće valne dužine neki puta daju veće uzbuđenje akvatorija, pa prilikom izrade planova difrakcije treba varirati valne dužine. Postoje i slični dijagrami za dvostranu difrakciju.

PR.2.4.4.5.1: JEDNOSTRANA DIFRAKCIJA

Zadatak: Luka u uvali je do polovice zaštićena lukobranom. Smjer dolaska valova čini s lukobranom oštri kut. Valovi ispred lukobrana su visine 4 m i dužine 80 m. Treba odrediti visinu vala na obali "O".

Rješenje:



PR.2.4.4.5.2: DVOSTRANA DIFRAKCIJA

Zadatak: Treba odrediti valne visine u točkama A, B i C akvatorija neke hipotetske luke ako je širina njenog ulaza 100 m, a valovi ispred ulaza imaju parametre $H_{dol}/L_{dol}=3/100$ m.

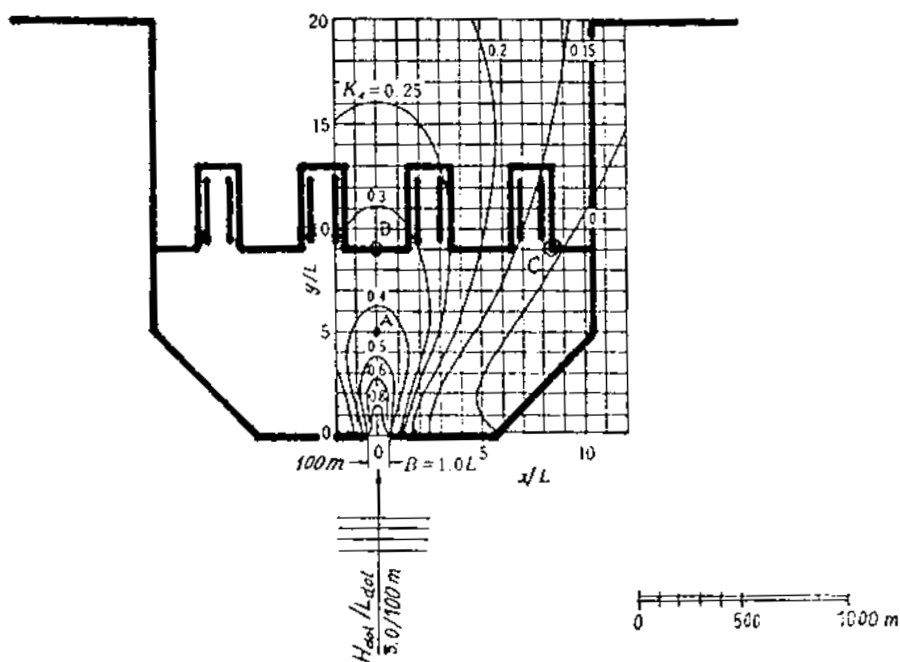
Rješenje:

Prvo se očitaju koeficijenti difrakcije K_d sa adekvatnog dijagrama dvostrane difrakcije za $B/L=1$ (za drugi omjer treba naći u priručniku drugi dijagram) koji se nacrtu u mjerilu tlocrta luke i preklopi preko njega. Zatim se proračuna difraktirana valna visina po obrascu $H=K_d \cdot H_{dol}$.

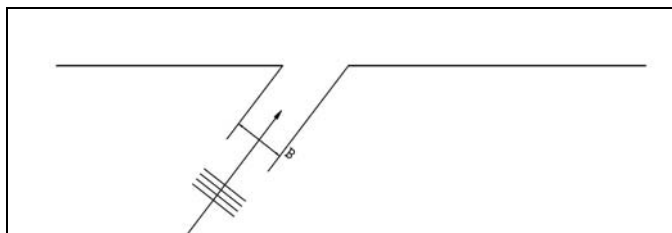
Točka A $H^A = K_d^A \cdot H_{dol} = 0,45 \cdot 3 = 1,35$

Točka B $H^B = K_d^B \cdot H_{dol} = 0,34 \cdot 3 = 1$

Točka C $H^C = K_d^C \cdot H_{dol} = 0,1 \cdot 3 = 0,35$



Za slučaj kosog nailaska valova mjerodavna je projekcija širine ulaza



2.4.4.6 ODBIJANJE ILI REFLEKSIJA VALOVA

To je deformacija vala koji u svom rasprostiranju nailazi na vertikalnu ili nagnutu prepreku uslijed čega dolazi do totalnog ili parcijalnog reflektiranja (odbijanja) tog vala u suprotnom smjeru. Totalna refleksija nastaje na vertikalnoj nepropusnoj i krutoj prepreci (gravitacijski kej, vertikalni lukobran, a parcijalna na nagnutoj prepreci (plaža, obala, kej, lukobran) ili propusnoj vertikalnoj prepreci. Veličina refleksije, a to znači visina reflektiranog vala, može se kvalitativno analizirati preko kontinuiteta energije vala koji je naišao na prepreku:

$$E_{dol} = E_{refl} + A + E_{dis} \dots\dots\dots(2.4-4.6::1)$$

Jednadžba pokazuje da se energija dolazećeg vala razlaže na dio energije koja se reflektira E_{refl} , na energiju utrošenu na rad A izvršen kroz pomake prepreke ili izdizanje vodene mase na pokosu i na dio energije koja se disipira E_{dis} , tj. "nepovratno" gubi pretvaranjem u toplinu preko trenja fluida i prepreke. Iz jednadžbe kontinuiteta proizlazi da će za slučaj totalne refleksije na masivnoj glatkoj vertikalnoj prepreci biti $E_{refl} = E_{dol}$ pošto je gubitak energije na "glatkom" zidu zanemariv $E_{dis} \approx 0$ i nema pomaka masivnog zida $A = 0$. S druge strane će u slučaju refleksije na hrapavoj nagnutoj prepreci postojati trenje $E_{dis} \neq 0$, te će biti izvršen rad na pomacima mobilnih čestica pomosa i izdizanja vodene mase na pokosu $A \neq 0$. To rezultira s $E_{refl} < E_{dol}$. Koeficijent refleksije definira se preko zakona kontinuiteta energije:

$$1 = \frac{E_{refl}}{E_{dol}} + \frac{A}{E_{dol}} + \frac{E_{dis}}{E_{dol}}$$

$$1 = K_{refl}^2 + K_r^2 + K_{dis}$$

gdje je

K_{refl}^2 - koeficijent refleksije energije

K_r^2 - koeficijent pretvorbe energije u rad

K_{dis} - koeficijent disipacije energije uslijed trenja s preprekom.

Iz gornje kvalitativne analize bilansa energije proizlazi

$$\text{za } E_{refl} = E_{dol}, \quad K_{refl}^2 = \frac{E_{refl}}{E_{dol}} = 1 \dots\dots \text{totalna refleksija}$$

$$\text{za } E_{refl} < E_{dol}, \quad K_{refl}^2 = \frac{E_{refl}}{E_{dol}} < 1 \dots\dots \text{parcijalna refleksija}$$

Refleksija na nepropusnom vertikalnom zidu prema izloženom znači totalnu refleksiju energije dolazećeg vala. Prema linearnoj teoriji - Airy vrijedi

$$K_{refl}^2 = \frac{E_{refl}}{E_{dol}} = \frac{H_{refl}^2}{H_{dol}^2}$$

$$K_{refl} = \frac{H_{refl}}{H_{dol}} \dots\dots\dots(2.4 - 4.6 :: 2)$$

pri čemu K_{refl} predstavlja koeficijent refleksije visine vala. U slučaju totalne refleksije dakle $K_{refl} = 1$ odnosno $H_{refl} = H_{dol}$, što pokazuje da je visina reflektiranog vala jednaka visini dolazećeg vala.

Pomaci fizičke površine mora i čestica vala uz prepreku mogu se definirati preko zamišljene superpozicije dva monokromatska vala η^+ i η^- istih perioda i visina koji se pristiru na istom pravcu, ali u suprotnim smjerovima

$$H_{sup} = \eta^+ + \eta^- \dots\dots\dots(2.4-4.6::3)$$

$$\eta_{sup} = H_{dol} \cos(kx) \cdot \cos(\omega \cdot t) \dots\dots\dots(2.4 - 4.6 :: 4)$$

što za slučaj linearne teorije idealnih valova daje

$$a_{sup} = H_{dol} \dots\dots\dots \text{amplituda superponiranog vala}$$

$$H_{sup} = (1 + K_{refl}) H_{dol} \dots\dots\dots \text{visina superponiranog vala}$$

Kod totalne refleksije $K_{refl}=1$ pa je visina superponiranog vala na vertikalnom zidu:

$$H_{sup} = 2a_{sup} = 2H_{dol} = H^c,$$

H_c – visina totalno reflektiranog vala na vertikalnoj prepreci tj. visina clapotisa (franc. stojni val)

Izraz predstavlja profil potpunog stojnog vala koji je periodičan po prostoru i vremenu, a ima maksimalnu visinu $2 H_{dol}$. Navedena forma stojnog vala se odražava konstantom idući od prepreke preme pučini. Valna dužina je ista kao kod dolazećeg vala. Neke točke na profilu vala miruju za sve vrijednosti t , a neke imaju pomake $2 H_{dol}$. To su čvorovi ($x = 1L/4, 3L/4, 5L/4, \dots$) i trbusi ($x = 0, 1L/2, 2L/2, 3L/2$). Dakle, profil vala se pomiče gore dolje u vidu periodičnog njihanja. Prema teoriji 2. reda profil stojnog vala ponaša se isto kao gore, samo je izdignut iznad MR za ΔH^c koji na mjestu trbuha iznosi

$$\Delta H^c = \frac{\pi(H^c)^2}{4L} \operatorname{cth} \frac{2\pi d}{L} \left[1 + \frac{3}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{2\pi d}{L}} - \frac{1}{4 \operatorname{ch}^2 \frac{2\pi d}{L}} \right] \quad \text{što je dano na sl. 2.4-4.6::1}$$

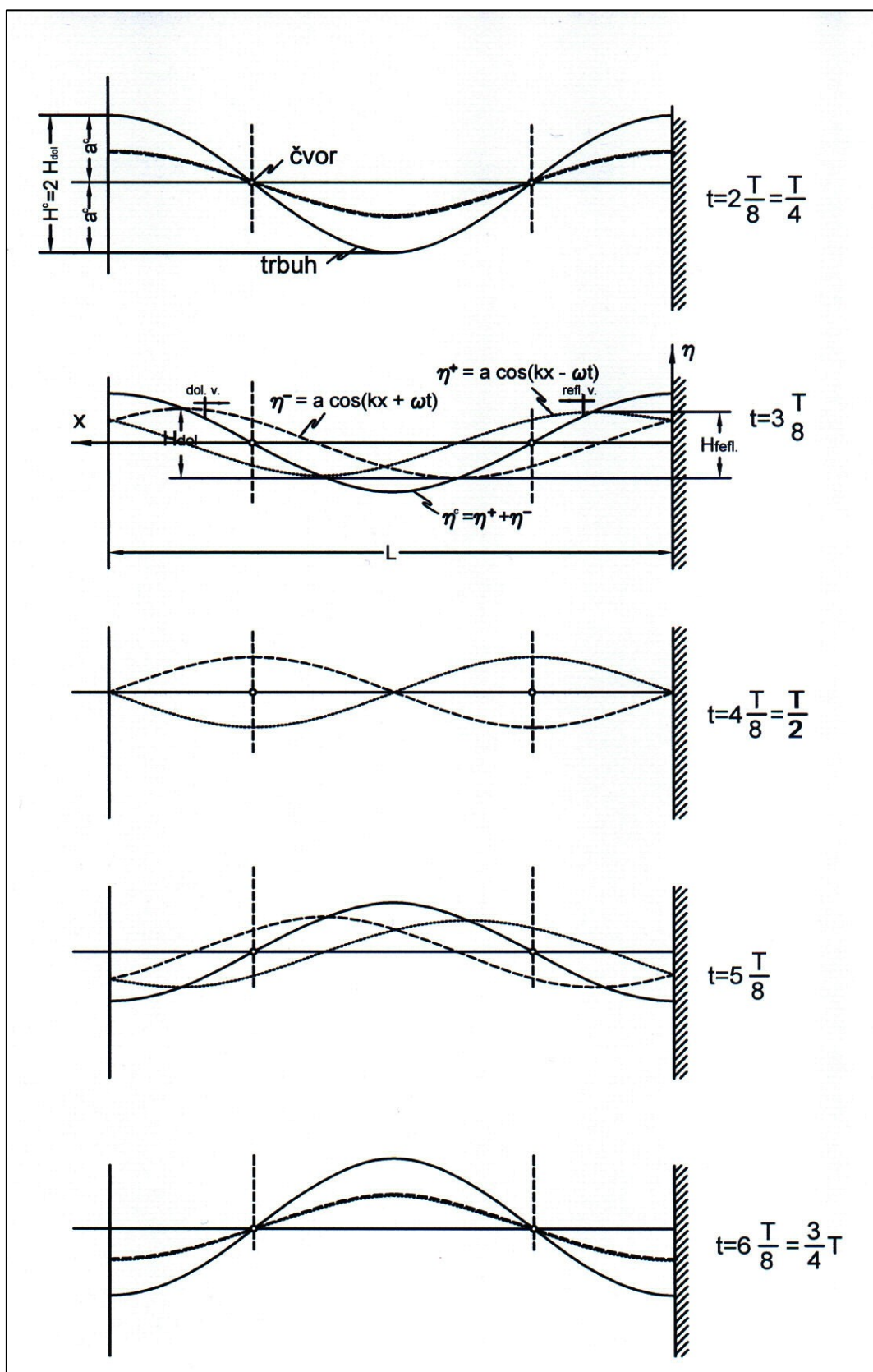
Za duboku vodu ($d \geq L/2$) stavljajući da je visina stojnog vala

$$\Delta H_o^c = \frac{\pi H_{dol}^2}{L} = 4 \cdot \Delta H_o$$

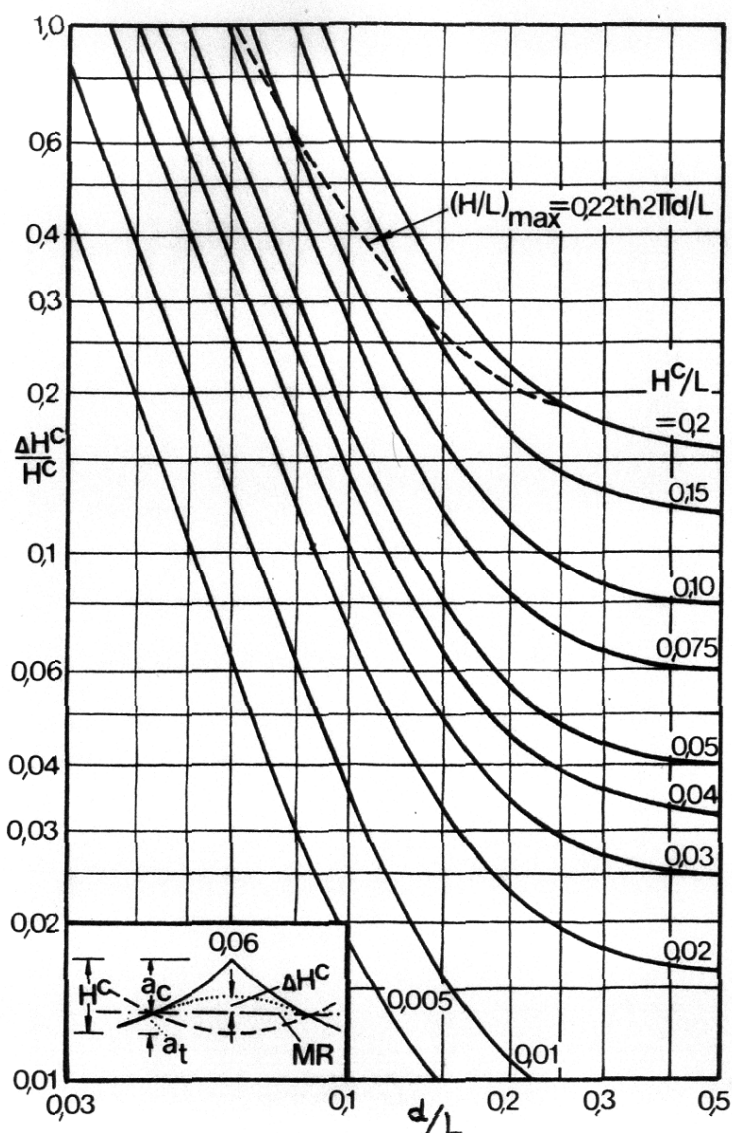
Maksimalna strmost stojnog vala u dubokoj vodi može se izraziti kao na Sl.2.4-4.6::2, tj.:

$$\left(\frac{H_o^c}{L_o} \right)_{\max} = 0,22 \approx \frac{1}{4,5}, \text{ a u plitkoj vodi kao}$$

$$\left(\frac{H^c}{L} \right)_{\max} = 0,22 \operatorname{th} \frac{2\pi d}{L}.$$



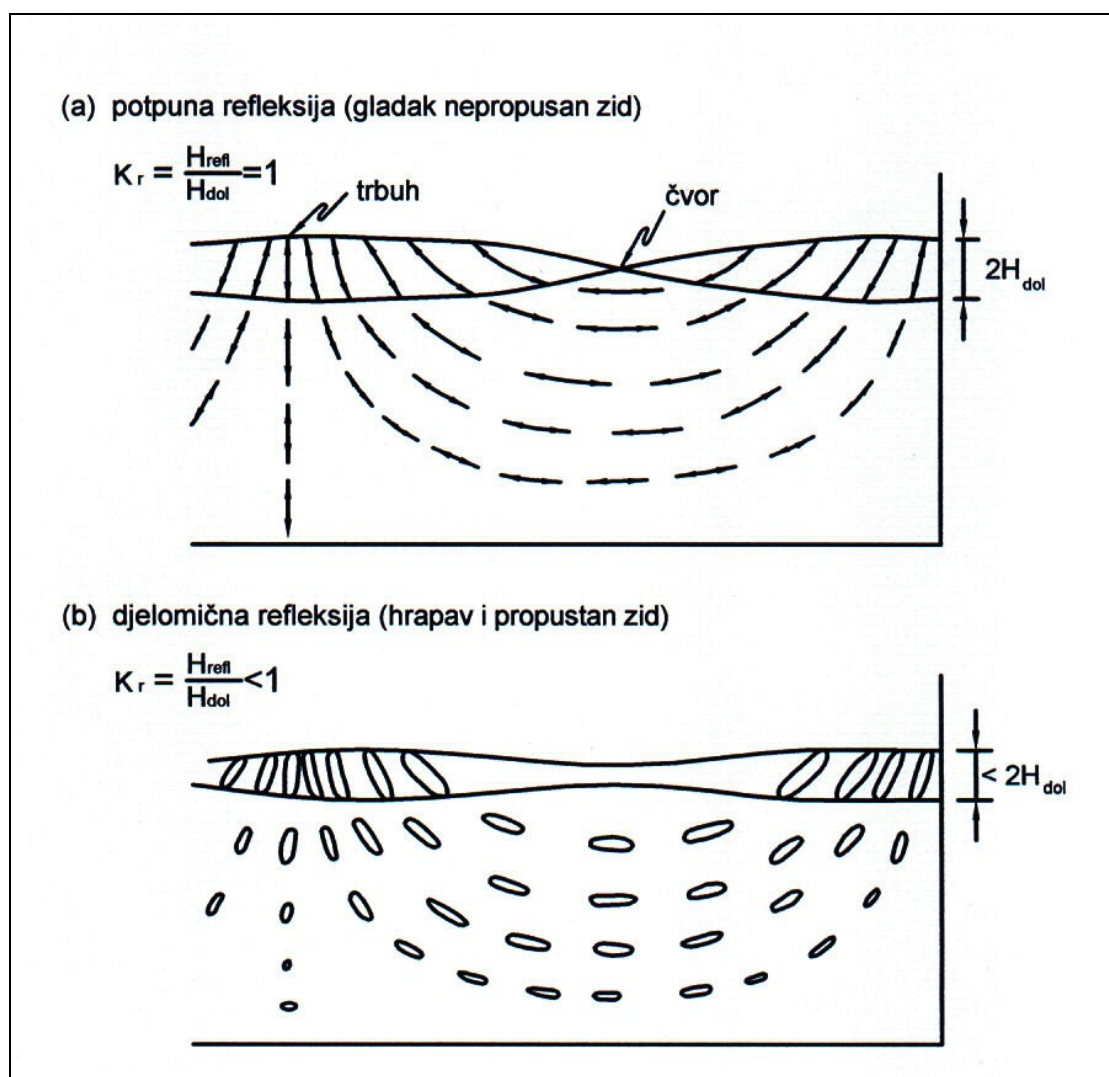
Sl.2.4-4.6::1 Film stojnog vala^c u trajanju od $1/2$ perioda prikazan pomoću zamišljene superpozicije dvaju valova i koji se šire u suprotnim smjerovima.



Sl.2.4-4.6::2 Vertikalna asimetrija stojnog vala gdje je $a_c = 0,5 H^c + \Delta H^c$ a ΔH^c je izdizanje srednjice kod klapotisa (6)

U odnosu na strminu progresivnih valova (2.4-4.1), strmina stojnih valova može biti veća.

Čestice kod stojnog vala ne rotoraju, nego se gibaju linijski i u fazi (čas u jednom čas u drugom smjeru). Kod čvorova su pomaci horizontalni, kod trbuha vertikalni, a između kosi (Sl. 2.4-4.6::3). U slučaju parcijalnog stojnog vala pomaci su različito orijentirane elipse.



Sl. 2.4-4.6::3 Stojni val, pomaci fizičke površine mora i pomaci čestica vala u dubokoj vodi.

Realni pandan stojnom valu je *k l a p o t i s* (clapotis, franc.), tj. val s karakteristikom da je na mjestu prepreke praktično identičan sa stojnim valom, a da idući od prepreke prema pučini zamire i nakon nekoliko valnih dužina nestaje. Tzv. *k r i ž n i k l a p o t i s* nastaje superpozicijom valova suprotnog smjera različitih pravaca rasprostiranja. Rezultat je čunjasto ili kupasto more.

R e f l e k s i j a u *z a t v o r e n i m* *b a z e n i m a* kao što su jezera, zaljevi, luke, kanali, može izazvati rezonanciju vala s bazenom ako se period progresivnog vala u bazenu poklopi s periodom tzv. slobodne oscilacije bazena. Rezultat su stojni valovi dugih perioda čiji su realni pandan *s e š e* ili štige tj. ščige.

Period seša kreće se između nekoliko minuta i nekoliko sati. Uzrokovane su jednokratnim (slobodne seše) ili periodičkim intermitentnim uzbuđenjem bazena (prisiljene seše). Uzbuđenje može biti atmosfersko (nagla promjena atmosferskog tlaka, promjene brzine vjetra, od valova koji kroz otvore ulaze u bazene sa otvorenog mora, od naglog dotoka velike količine vode i drugog. Uvjet nastajanja seše je da se period progresivnog vala u bazenu izazvanog uzbuđujućom silom poklopi, tj. da bude u rezonanciji s periodom slobodne oscilacije bazena ili, drugim riječima rečeno, ukoliko se razmak vertikalnih zidova, tj. dužina

bazena ($l_{\text{baz.}}$) poklopi s nekim brojem četvrtina, polovina ili cijelih valnih dužina. To se daje izraziti jednakošću:

$$l_{\text{baz}} = j \frac{L}{2} \quad j = 1, 2 \dots \text{mali broj, zatvoren pravokutni bazen}$$

$$j = 1/2, 3/2, 5/2, \dots \text{otvoren pravokutni bazen}$$

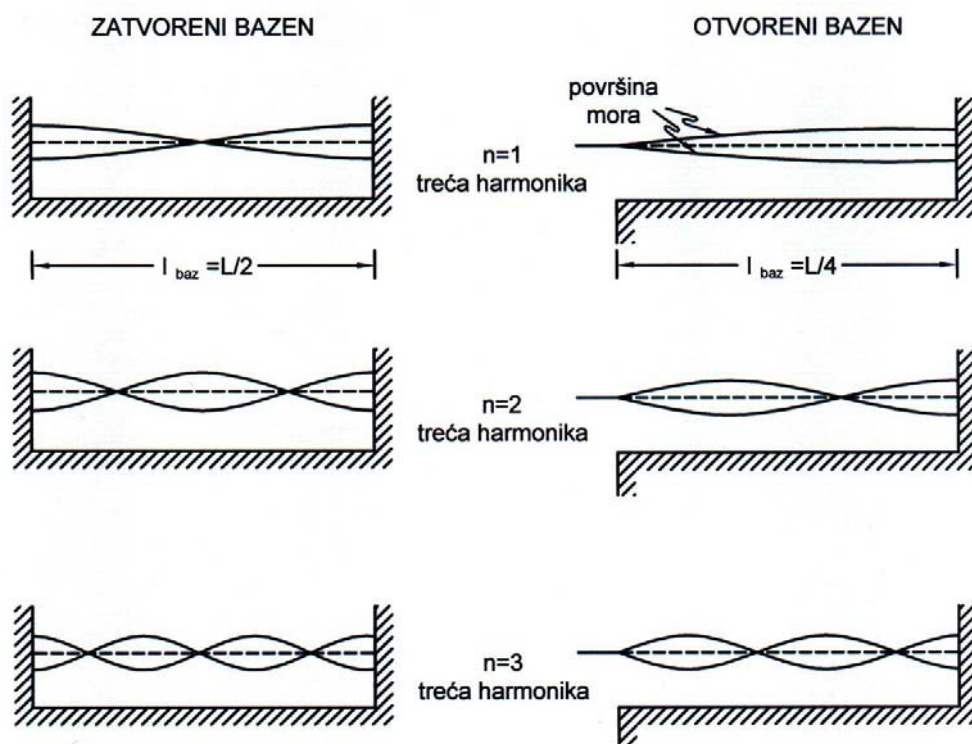
Period slobodne oscilacije bazena pravokutnog tlocrta, vertikalnih stijenki i konstantne dubine je

$$T_n = \frac{2 l_{\text{baz}}}{n \sqrt{gd}} \dots \text{zatvoren bazen}$$

$$T_n = \frac{4 l_{\text{baz}}}{(2n - 1) \sqrt{gD}} \dots \text{otvoren bazen}$$

gdje je n broj čvorova stojnog vala u bazenu, g ubrzanje gravitacije, D dubina bazena. U priručnicima su autori naveli metode za određivanje perioda odabranih oscilacija za nepravilne prirodne bazene.

Za nepravilne bazene vidi R.M.Sorensen, BASIC COASTAL ENGINEERING, str. 84, John Wiley-Sons, New York 1978.



Sl.2.4-4.6::4 Razni modeli seša

Profil vala dužine bazena može se opisati s jednim ili više čvorova i trbuha. U slučaju prisiljenih seša profil je promjenjiv, može doći do stalnog povećanja ili prigušenja amplitude. Slobodne seše su stabilan stojni model, koji se dugo zadržava ukoliko nema nekog ozbiljnog disipatora energije.

Refleksija na nagnutim preprekama ovisi o hrapavosti, propusnosti i nagibu prepreke, te o strmosti i kutu nailaska vala. Koeficijent refleksije visine vala se prema tome daje izraziti kao (Miche 1951.):

$$K_{\text{refl}} = K_1 K_2 ; \quad H_{\text{refl}} = K_r H_{\text{dol}} ; \quad H_{\text{sup}} = (1 + K_{\text{refl}}) H_{\text{dol}}$$

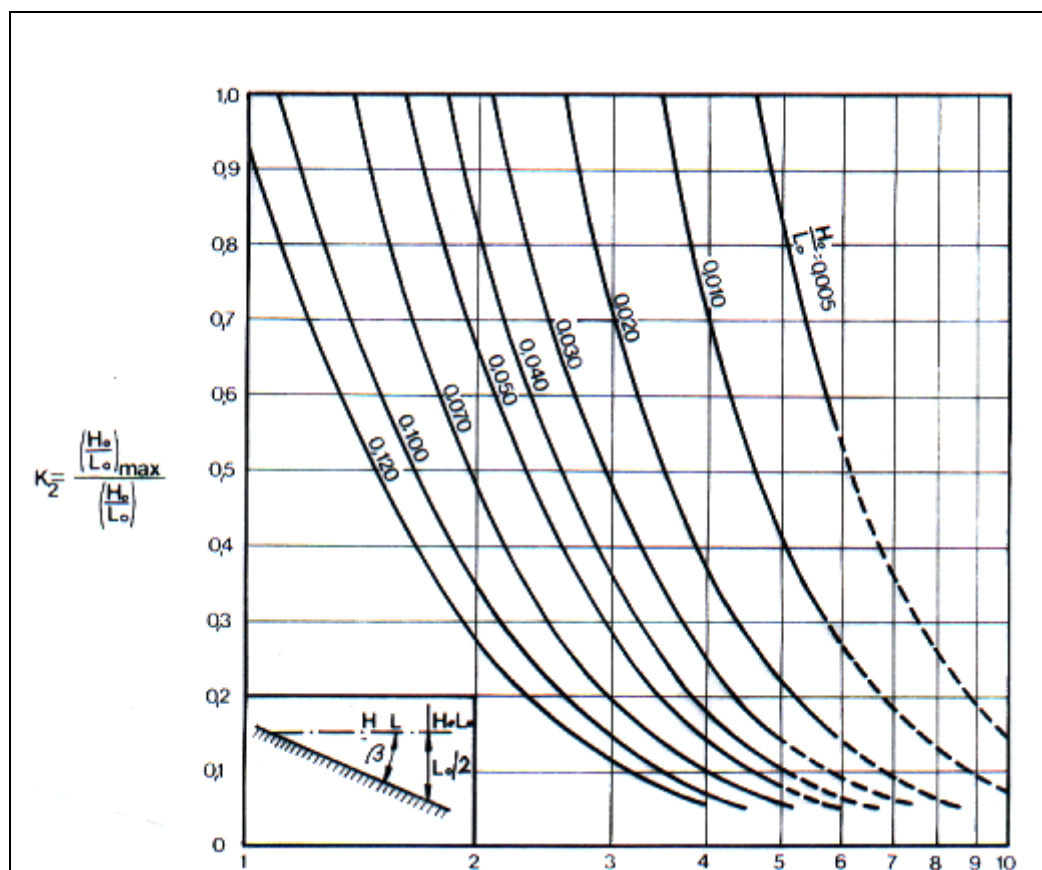
$K_1 = f(\text{hrapavosti, propusnosti})$

$K_2 = f(\text{nagiba prepreke, strmosti vala})$

$H_{\text{sup}} = \text{visina superponiranog vala (dolazeći + reflektirani)}$

Miche je ustanovio da se K_1 kreće oko 0,8 za blage nepropusne plaže, a od 0,3 do 0,6 za strme hrapave kose konstrukcije.

K_2 za ravno nagnuto dno dan je na Sl.2.4-4.6::5 ili donjim izrazima.



Sl. 2.4-4.6::5 Faktor K_2 za proračun koeficijenta refleksije vala na nagnutoj prepreci nagiba za različite vrijednosti H_b/L_0 (Miche, 1951.), (9).

$$K_2 = \frac{\left(\frac{H_o}{L_o}\right)_{\max,r}}{\frac{H_o}{L_o}} < 1 \quad \text{za} \quad \frac{H_o}{L_o} > \left(\frac{H_o}{L_o}\right)_{\max,r} \quad i$$

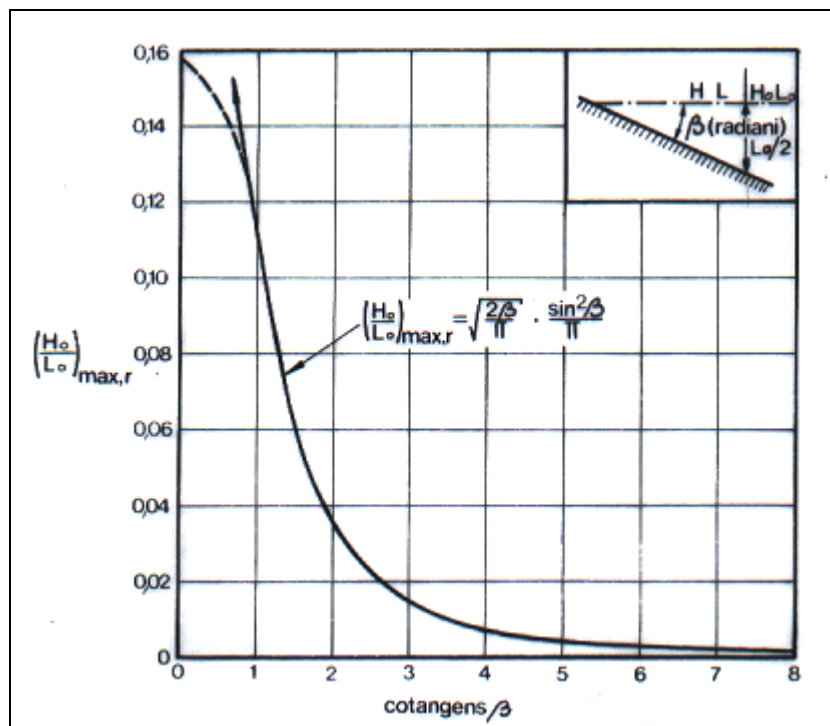
$$K_2 = 1 \quad \text{za} \quad \frac{H_o}{L_o} \leq \left(\frac{H_o}{L_o}\right)_{\max,r}$$

Dade se zaključiti na osnovu razmatranja koeficijenta refleksije K_1 i K_2 da su refleksiji više skloni valovi manje strmine (ekstremne dužine), koji nailaze na blago nagnutu i nepropusnu prepreku. Miche (1949) je također pronašao maksimalnu strmost vala

$(H_o/L_o)_{\max,r}$ ispod koje se valovi totalno reflektiraju od obale nekog nagiba β , odnosno uvjet totalne refleksije na nagnutoj prepreci:

$$\left(\frac{H_o}{L_o}\right)_{\max,r} \leq \sqrt{\frac{\beta^\circ}{90^\circ}} \frac{\sin^2 \beta}{\pi}$$

Sve što je rečeno vrijedi za upravan prilaz valova.



SI.2.4-4.6.:6 Najveća strmota vala $(H_o/L_o)_{\max,r}$ ispod koje se događa totalna refleksija na obali nagiba β . (Miche, 1951.)(9)

Primjer: Za konstantni nagib plaže $\text{ctg} = 1$ maksimalna strmina vala koji se totalno reflektira $H_o/L_o = 0,11 = 1/9$; dakle strmiji valovi ($H_o/L_o = 0,125 = 1/8$ npr.) će se parcijalno reflektirati $K_2 < 1$, a manje strmi ($H_o/L_o = 0,04 = 1 : 25$ npr.) će se totalno reflektirati $K_2 = 1$.

PR.2.4.4.6.1: VISINSKE KOTE KEJA

Zadatak: Ispred nezaštićene morske obale treba izgraditi vertikalni gravitacijski kej. Maksimalni valovi na mjestu keja imaju parametre $H_{\max}/L_{\max}/T_{\max}=3,5/90/9,6$, a plima iznosi $\text{ExtrVR}^{59} = +0,8$ m. Pad dna je 1:5. Brodovi max. gaza 6,5 m pristaju samo za lijepog vremena, tj. do visine valova $H_{\max}=1$ m. Kej treba svojom visinom onemogućiti prelijevanje mora na obalni plato.

Kolika je dubina i visina tog keja?

Rješenje:

1) Dubina keja

T – gaz broda 6,5 m

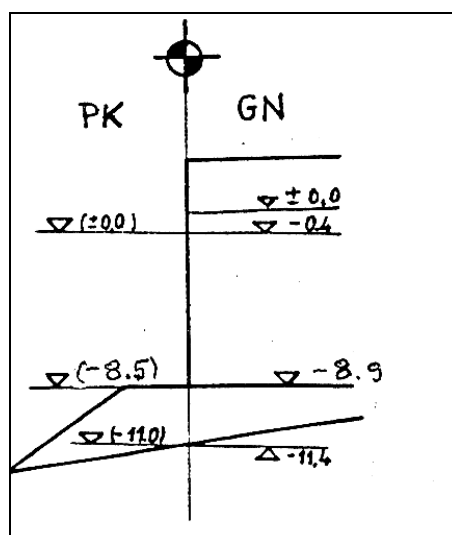
Z_0 – apsolutna rezerva	0,5 m
Z_1 – rezerva zbog valova	$0,5H_{\text{refl}}=1,0$ m
Z_2 – rezerva zbog brzine broda	$0,025 \times v$ (km/h) ... ~0 m
Z_3 – rezerva zbog zamuljivanja (prema periodu bagerovanja)	0,3 m
Z_4 – rezerva za preciznost (bagerovanja ili nasipavanja)	0,2 m

dubina keja **8,5 m**

($H_{\text{refl}}=2 \times 1 \text{ m} = 2 \text{ m}$)

2) Dubina na kojoj treba trasirati keaj

- dubina keja 8,5 m
- nasip ispod keja 2,5 m
- dubina trasiranja **11,0 m**



3) Visina keja

Izdizanje srednjice vala (ΔH_c) iznad mirnog raza mora (Sl.2.4-4.6::2)

- prijelazno i plitko dno (ispred trase keja)

$$\Delta H = \frac{\pi H^2}{4L} \text{cth} \frac{2\pi D}{L} = \frac{\pi \times 3,5^2}{4 \times 90} \text{cth} \frac{2\pi \times 11}{90} = 0,15 \text{ m}$$

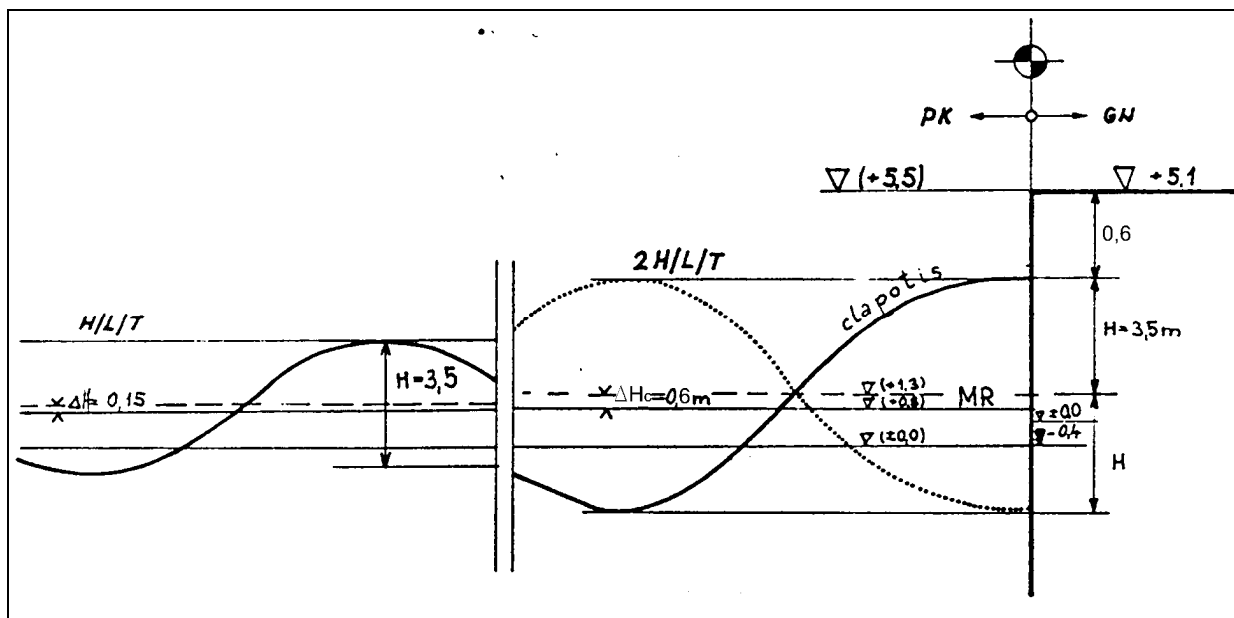
- clapotis (refleksija na kejskom zidu)

$$\Delta H_c = 4\Delta H = \frac{\pi H^2}{L} \text{cth} \frac{2\pi D}{L} = 4 \times 0,15 = 0,6 \text{ m}$$

- plima 0,8 m

- izdizanje srednjice 0,6 m
- visina vala (totalna)
- refleksija – clapotis 3,5 m
- rezerva 0,6 m

visina keja 5,5 m



PR.2.4.4.6.2: REFLEKSIJA NA NAGNUTOM POKOSU

Zadatak: Izračunati koeficijent refleksije K_{refl} za ravne nepropusne nagnute plaže prema donjim slikama.

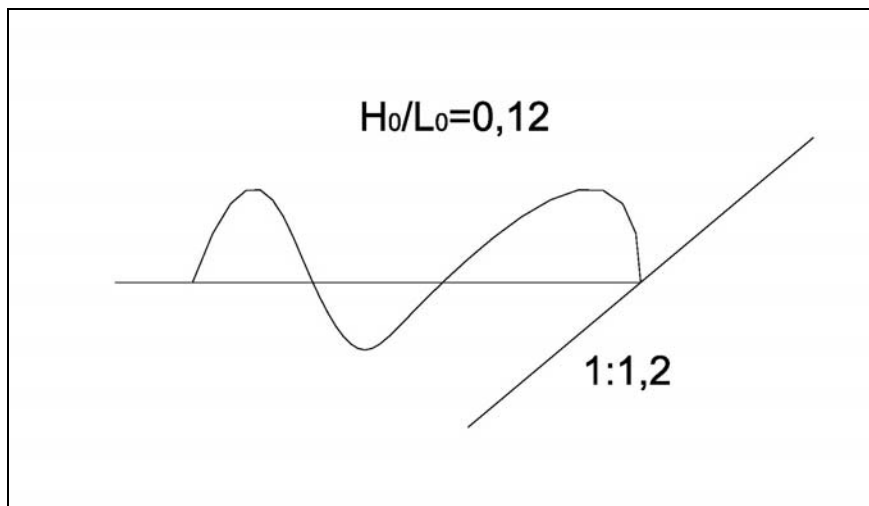
$$H_{refl} = K_{refl} \cdot H_{dol}$$

$$K_{refl} = K_1 \cdot K_2$$

$K_1 = f(\text{hrapavost, propusnost})$; 0,8 za blage nepropusne plaže, 0,3-0,6 za strme hrapave kose konstrukcije

$K_2 = f(\text{nagib prepreke, strmost vala})$; prema dijagramima na sl. 2.4-4.6::5 i sl. 2.4-4.6::6.

- 1) Val velike strmine na strmom pokosu



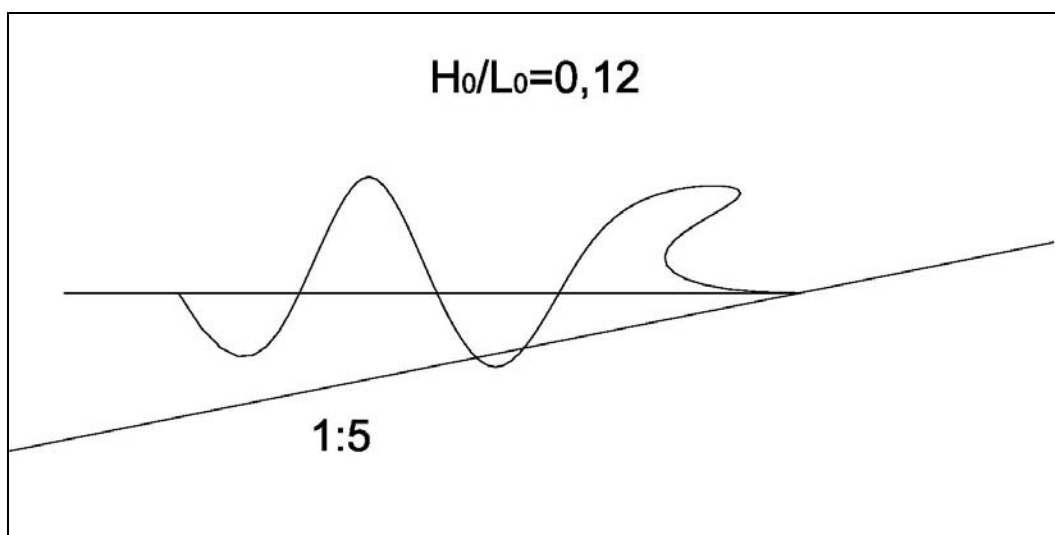
Za nepropusne plaže ($K_2=0,8-1,0$; Miche):
 Za $H_0/L_0=1/8,5=0,12$ i $\text{ctg}\alpha=1,2$

$$K_1=0,9$$

$$\underline{K_2=0,8}$$

$$K_{\text{ref}}=K_1 \cdot K_2=0,72$$

2) Val velike strmine na blagom pokosu



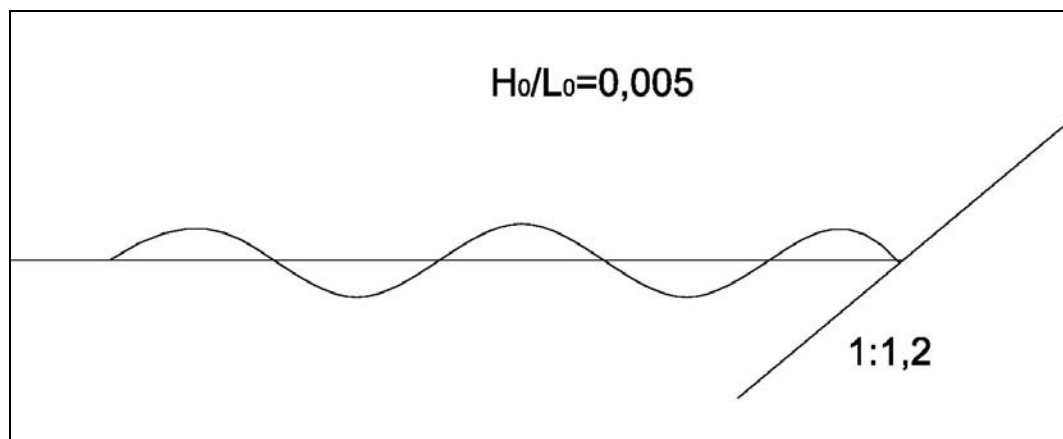
Za nepropusne plaže ($K_2=0,8-1,0$; Miche):
 Za $H_0/L_0=1/8,5=0,12$ i $\text{ctg}\alpha=5$

$$K_1=0,8$$

$$\underline{K_2=0,05}$$

$$K_{\text{ref}}=K_1 \cdot K_2=0,04$$

3) Val male strmine na strmom pokosu



Za nepropusne plaže ($K_2 = 0,8-1,0$; Miche):

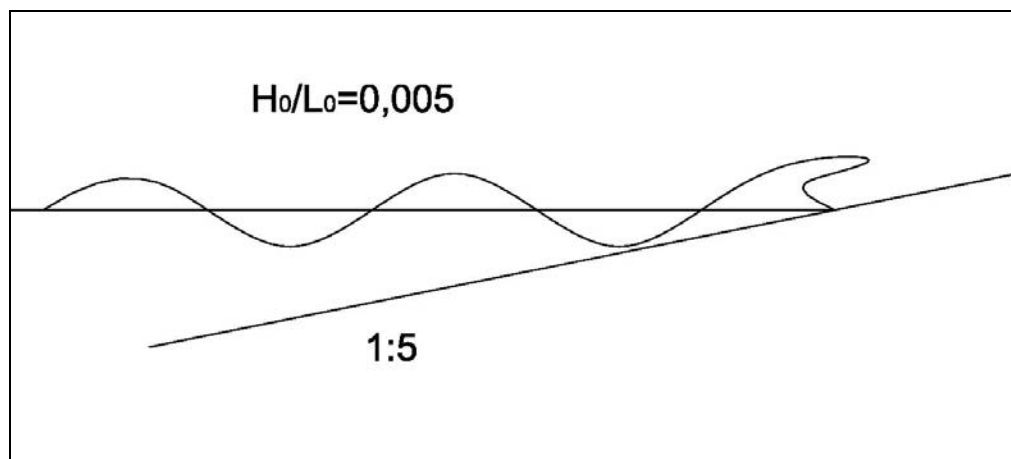
Za $H_0/L_0 = 1/200 = 0,005$ i $\text{ctg} \alpha = 1,2$

$$K_1 = 0,9$$

$$K_2 = 1,0$$

$$K_{\text{ref}} = K_1 \cdot K_2 = 0,9$$

4) Val male strmine na blagom pokosu



Za nepropusne plaže ($K_2 = 0,8-1,0$; Miche):

Za $H_0/L_0 = 1/200 = 0,005$ i $\text{ctg} \alpha = 5$

$$K_1 = 0,8$$

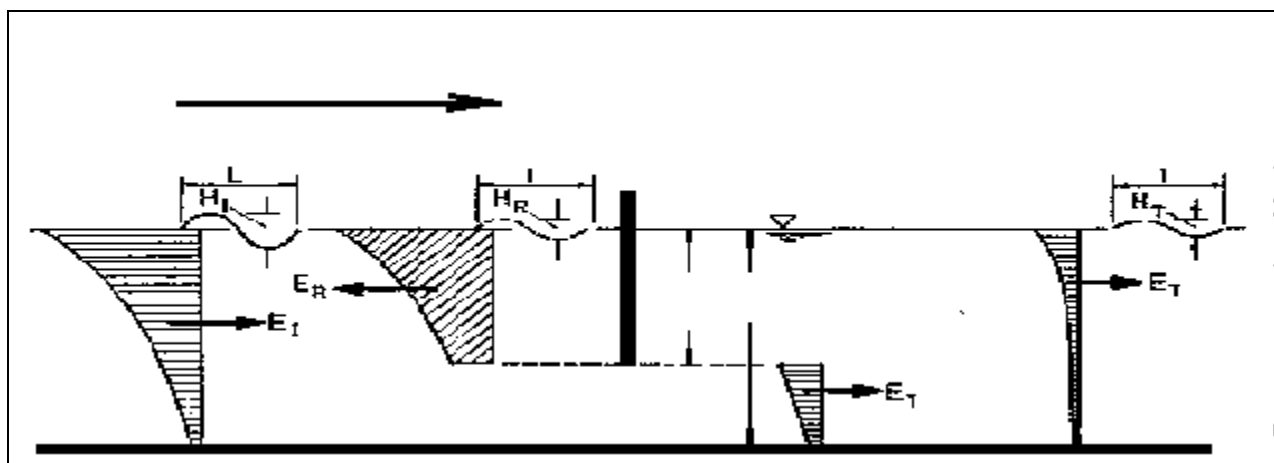
$$K_2 = 0,8$$

$$K_{\text{ref}} = K_1 \cdot K_2 = 0,64$$

Zaključak: Temeljem analize koeficijenta K_2 zaključuje se da su refleksiji skloni valovi male strmine na blagoj podlozi i valovi velike strmine na podlozi velikog nagiba

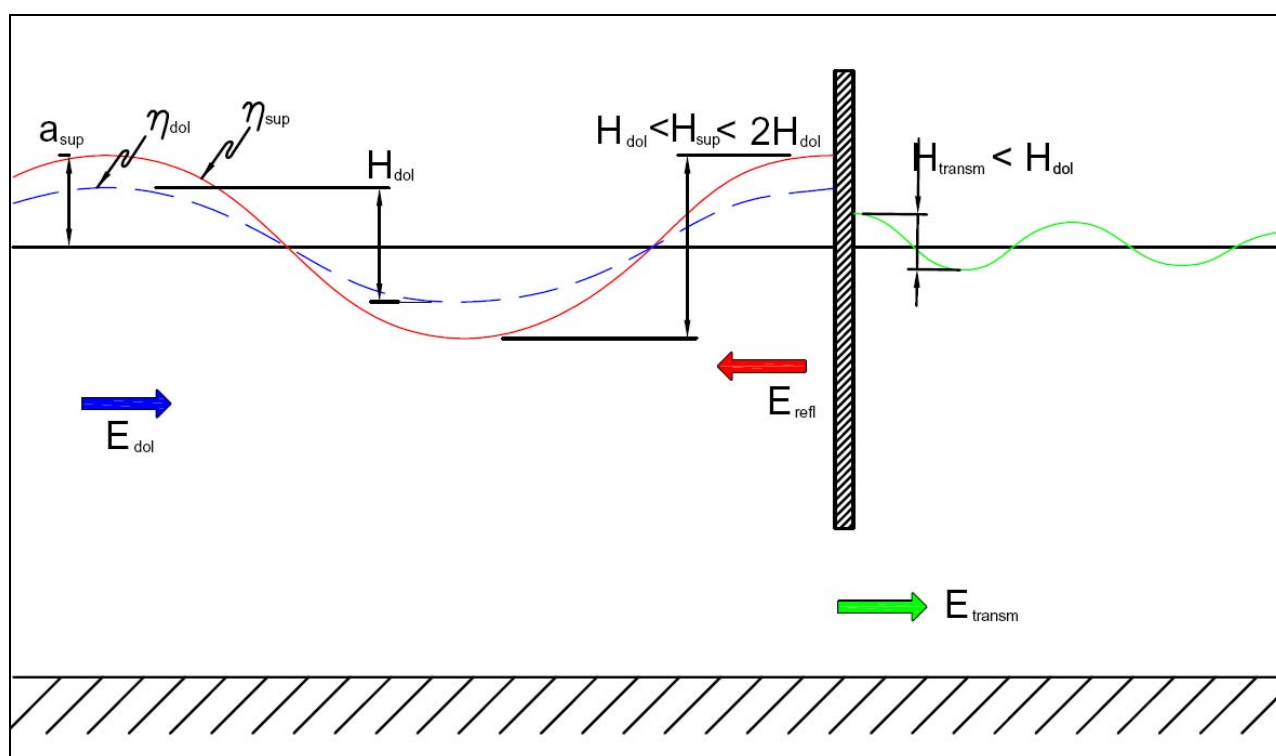
2.4.4.7 PROPUŠTANJE ILI TRANSMISIJA VALOVA

Propuštanje ili transmisija je valna deformacija koja nastaje kod propuštanja valne energije ispod prepreke djelomično izdignute iznad dna (Sl. 2.4.4.7::1), ili kroz prepreku koja je u nekom postotku izbušena otvorima.



Sl. 2.4.4.7::1 Orijentacijski odnos valnih energija kod transmisije

U procesu transmisije javlja se i parcijalna refleksija tako da je ispred prepreke parcijalno superponirani val (visine $H_{dol} < H_{sup} < 2H_{dol}$), a iza prepreke transmitirani val (visine $H_{transm} < H_{dol}$). Odnos 3 spomenute valne visine povezan je jednačbom kontinuiteta valne energije (Sl. 2.4.4.7::2):



Sl. 2.4.4.7::2 Kontinuitet valne energije kod propuštanja ili transmisije valova

$$E_{dol} = E_{refl} + E_{transm} + A + E_{dis}.$$

Za realnu transmisiju pod uvjetima $E_{\text{refl}} \neq 0$, $A \neq 0$ i $E_{\text{dis}} \neq 0$ vrijedi donje razmatranje koje pokazuje da je transmitirana valna visina manja od dolazeće!

$$E_{\text{transm}} < E_{\text{dol}} \quad \text{odnosno} \quad H_{\text{transm}} < H_{\text{dol}}$$

Visina transmitiranog vala iza prepreke izražava se kao:

$$H_{\text{transm}} = K_{\text{transm}} H_{\text{dol}}$$

gdje je:

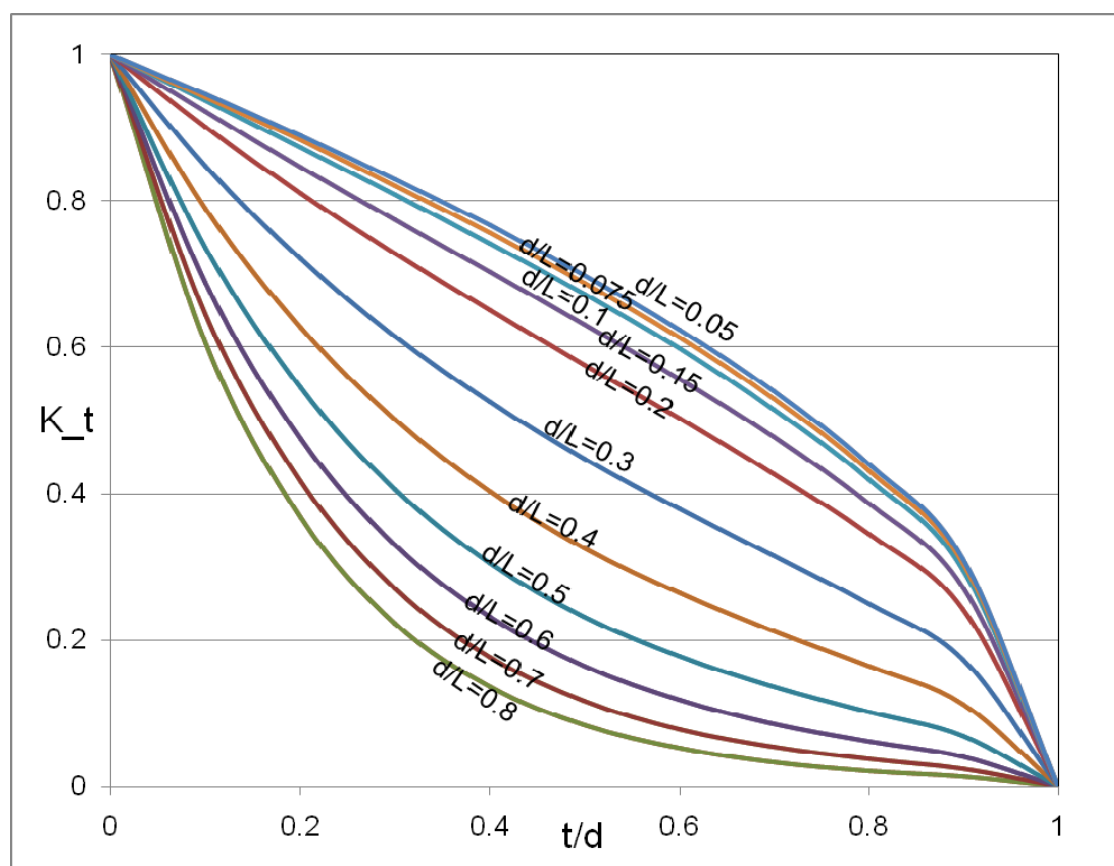
$$K_{\text{transm}} = f\left(\frac{H_{\text{dol}}}{H_{\text{transm}}}, \frac{d}{L}, \frac{t}{d}, \frac{t}{L}\right)$$

visina dolazećeg vala (ispred prepreke)
visina transmitiranog vala (iza prepreke)
koeficijent transmisije (Sl. 2.4.4.7::3 i 4)

Wiegel je 1960. definirao jednostavan analitički izraz za koeficijent transmisije na uronjenoj prepreci. Izraz je dan za monokromatske valove, bez prelijevanja uz pretpostavku da nema gubitaka energije (uslijed trenja, stvaranja vrtloga i sl.) i ima oblik (Sl. 2.4.4.7::3)

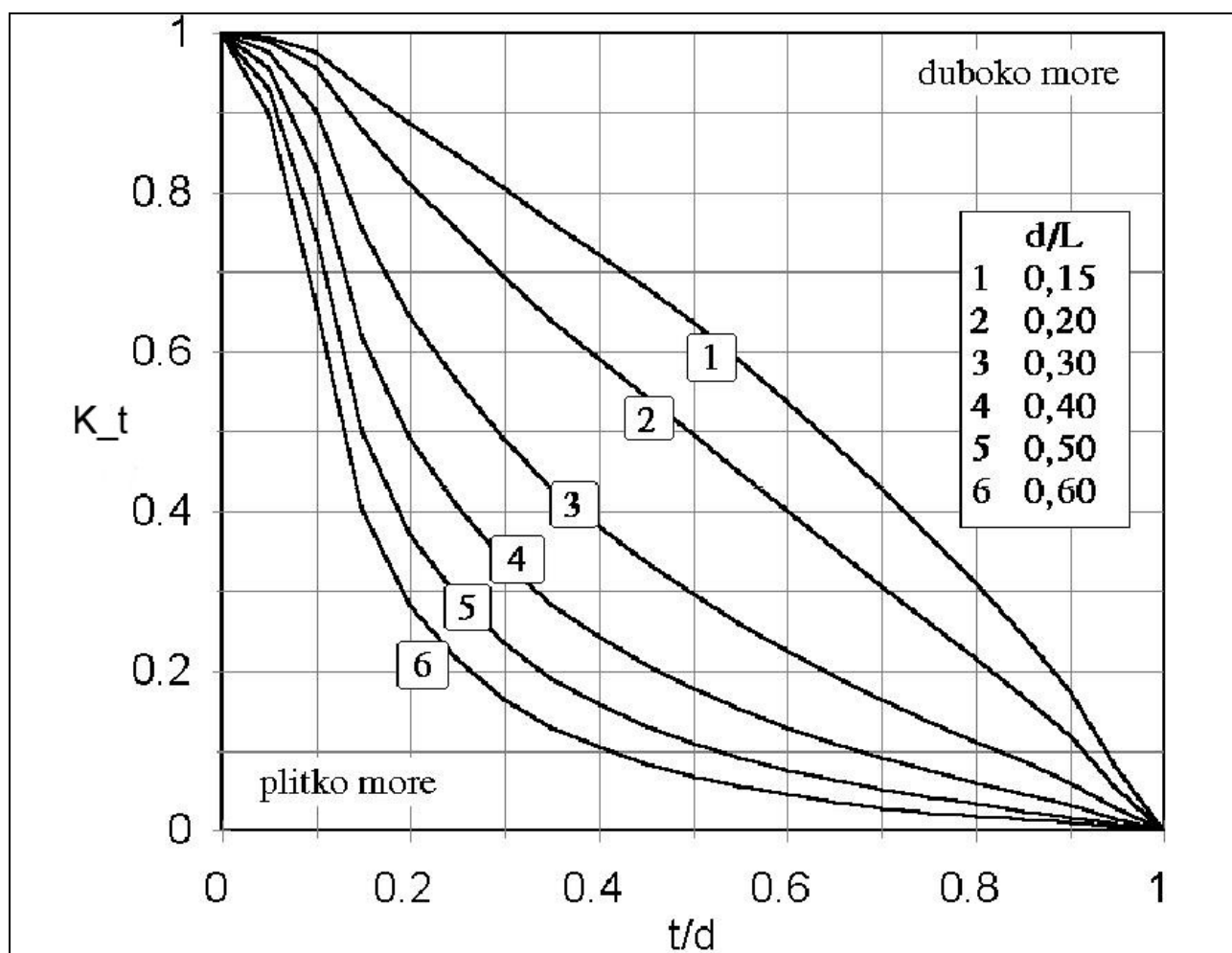
$$K_{\text{transm}} = \sqrt{\frac{\frac{2k(d-y)}{\sinh 2kd} + \frac{\sinh 2k(d-y)}{\sinh 2kd}}{1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd}}},$$

gdje je d dubina, y duljina uronjenog dijela prepreke kod mirnog raza i k valni broj.



Sl. 2.4.4.7::3 Teorijski koeficijent transmisije prema Wiegelu, [1] Eggert, W.D: Diffraction und Wellentransmission An Tauchwänden endlicher Länge - ein Beitrag zur Bestimmung der Wellendämpfung teildurchlassiger Wellenbrecher, Mitteilungen des Franzius-Institutes für Wasserbau und Küsteningenieurwesen der Universität Hanover, Heft 56, Hanover 1983.

Eggert je 1983. empirijski definirao koeficijent transmisije na temelju velikog broja mjerenja u ovisnosti o relativnoj dubini i strmosti vala (Sl. 2.4.4.7::4).



Sl. 2.4.4.7::4 Eksperimentalni koeficijent transmisije, [1] Eggert, W.D: Diffraction und Wellentransmission An Tauchwänden endlicher Länge - ein Beitrag zur Bestimmung der Wellendämpfung teildurchlassiger Wellenbrecher, Mitteilungen des Franzius-Institutes für Wasserbau und Küsteningenieurwesen der Universität Hanover, Heft 56, Hanover 1983

Kod transmisije javit će se na prepri parcijalna refleksija, a visina parcijalno reflektiranog vala H_{refl} , uz zanemarivanje disipacije i pomaka prepri, temeljem jednadžbe kontinuiteta valne energije iznosi:

$$H_{refl} = \sqrt{(H_{dol}^2 - H_{transm}^2)} = H_{dol} \sqrt{(1 - K_{transm}^2)}. \quad H_{refl} < H_{dol}.$$

Visina superponiranog vala ispred prepri tada iznosi:

$$H_{sup} = H_{dol} + H_{refl} = H_{dol} + H_{dol} \sqrt{(1 - K_{transm}^2)} = H_{dol} [1 + \sqrt{(1 - K_{transm}^2)}], \quad H_{sup} < 2 H_{dol}$$

Primjer 2.4.4.7::1: Visina transmitiranog vala

Zadatak: Odredi visinu parcijalno reflektiranog vala za vertikalni poluuronjeni AB ekran temeljen na AB pilotima, $t/d=0,35$, $d/L=0,2$.

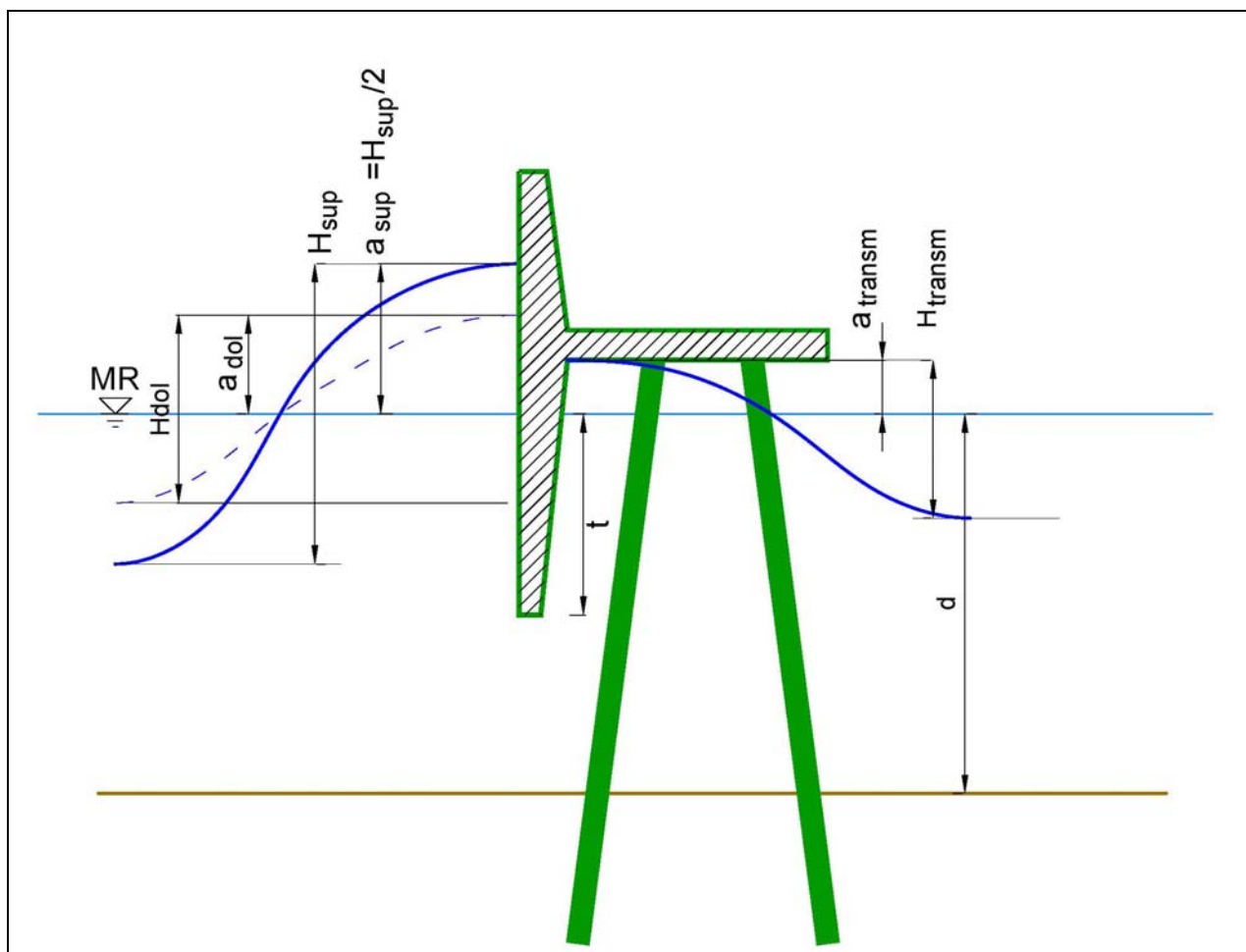
Rješenje:

- a) Visina transmitiranog vala iza polupropusnog lukobrana; tj. u lučkom akvatoriju (Wiegel)
 $K_{\text{transm}} = 0,7$
 $H_{\text{transm}} = K_{\text{transm}} \cdot H_{\text{dol}} = 0,7 \cdot H_{\text{dol}}$
- b) Visina superponiranog parcijalno reflektiranog vala ispred polupropusnog lukobrana

Za slučaj polupropusnog lukobrana s $K_{transm} = 0,7$ dobije se:

$$H_{\text{sup}} = H_{\text{dol}} + H_{\text{refl}} = H_{\text{dol}}[1 + \sqrt{(1 - K_{\text{transm}}^2)}] = 1,7H_{\text{dol}}.$$

$$a_{\text{sup}} = H_{\text{sup}}/2 = 1,7/2 \quad H_{\text{dol}} = 0,85 H_{\text{dol}} .$$



Sl. 2.4.4.7::5 Visina superponiranog parcijalno reflektiranog vala