

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

KONSTRUKCIJE OD UŽADI

Studentica: Ivana Grgić, 0082045300

Mentor: prof. dr. sc. Krešimir Fresl, dipl. ing. građ.

Zagreb, rujan 2015.

Zahvala:

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Krešimiru Freslu, dipl. ing. grad., na predloženoj temi, ukazanom povjerenju, strpljenju, stručnoj pomoći i savjetima tijekom izrade završnog rada.

Također, hvala svim članovima komisije što su nesebičnim dijeljenjem znanja doprinijeli mom osobnom razumijevanju i savladavanju gradiva na preddiplomskom studiju.

SADRŽAJ

1. Uvod	4
2. Karakteristike konstrukcija od užadi	5
2.1. Užad i svojstva užadi	5
2.2. Vrste užadi	5
2.3. Mreže užadi	9
2.4. Glavne karakteristike konstrukcija od užadi	13
3. Faze projektiranja	14
3.1. Nalaženje oblika	14
3.2. Fizikalni i numerički modeli	14
3.3. Ravnoteža čvora	16
3.4. Minimalna mreža kabela	18
4. Metoda gustoća sila	20
4.1. Opis metode	20
5. Iteracijska primjena metode	22
5.1. Iteracijska primjena metode gustoća sila na oblikovanje poopćenih minimalnih mreža	22
5.2. Uvođenje kinematičkih ograničenja	24
6. Utjecaj opterećenja	25
6.1. Utjecaj opterećenja na ravnotežu čvora	25
7. Primjena metode gustoća sila	27
7.1. Utjecaj opterećenja u svim slobodnim čvorovima	36
8. Zaključak	40
9. Literatura	41
Prilog: Neki detalji uobičajenih visećih konstrukcija	42

1. Uvod

Od davne prošlosti, nomadski narodi služili su se šatorima. Njihovi šatori napravljeni su od užadi koja je sidrena na štapove postavljene u sredini i oko rubova. Preko toga složeni su oblici životinjske kože koji prihvaćaju vanjsko opterećenje, te ga prenose na užad, stupove i konačno u tlo. Te nastambe smatramo prvim začecima konstrukcija od užadi. Lagana konstrukcija od užadi ostavlja dojam privremenosti i prozračnosti pa se tako skladno uklapa u eksterijer.

Iako su konstrukcije od užadi korištene od davnina, vrlo malo se znalo o njihovom oblikovanju i ponašanju. Jedna od najznačajnijih osoba na tom području bio je Frei Otto, utemeljitelj Instituta za lagane konstrukcije Sveučilišta u Stuttgartu. Uvođenjem fizikalnog modela u postupku pronalaženja oblika doprinio je razvoju vlačnih konstrukcija. Njegova najpoznatija djela su krov Njemačkog paviljona na svjetskoj izložbi Expo u Montrealu 1967. godine, te krov Olimpijskog stadiona u Münchenu iz 1972.

Suvremeni razvoj laganih gipkih konstrukcija omogućen je s jedne strane, naprekom teorije konstrukcija i računala koja omogućuju brz i precizan proračun i grafički prikaz, a s druge strane, proizvodnjom raznovrsnih jeftinih sintetičkih materijala izvrsnih mehaničkih i drugih svojstava, od kojih se izrađuju i kojima se pokrivaju te konstrukcije.

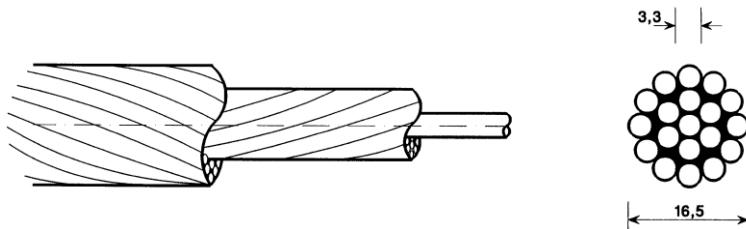
U ovom radu detaljnije ćemo se pozabaviti glavnim karakteristikama konstrukcija od užadi, pronalaženjem njihova oblika, tj. određivanjem ravnotežnog položaja, utjecajem opterećenja, te jednom od metoda nalaženja oblika vlačnih konstrukcija - metodom gustoća sila. Na samom kraju prikazat ćemo iteracijsku primjenu te metode.

2. Karakteristike konstrukcija od užadi

Karakteristika prednapetih konstrukcija je međuvisnost njihovog oblika i unutarnjih sila u užadi. Konstrukcije od užadi sastoje se od kombinacije užadi usidrene u temelje ili u konstrukciju. Takve se konstrukcije u većini slučajeva pokrivaju tkaninom.

2.1. Užad i svojstva užadi

Uže je gipki element kojem je jedna dimenzija (duljina) puno dominantnija i veća od ostale dvije. Karakteristike užeta su mala fleksijska i poprečna krutost tj. smatramo da uže ne može prenijeti momente savijanja i poprečne sile. Uže izrazito dobro prenosi samo centričnu vlačnu silu. Vlačni se elementi mogu opterećivati sve do granice tečenja, te su tako materijal i poprečni presjek potpuno iskorišteni. Zbog male mase i velike čvrstoće pogodne su za velike raspone kod mostova i natkrivanja velikih površina bez dodatnih oslonaca i ležajeva unutar raspona.



Slika 1. Sastav užeta [10]

2.2. Vrste užadi

Osnovni element svakog užeta je čelična žica, pretežito kružnog poprečnog presjeka promjera 3-8mm.

Na tržištu postoji veliki broj vrsta kabela koji se upotrebljavaju za izradu vlačnih konstrukcija.

Vrste kabela mogu se podjeliti u tri osnovne skupine:

- spiralni snopovi (eng. *spiral strands*),
- kabeli unutar krutog omotača (eng. *full locked cables*)
- žičana užad (eng. *structural wire rope*).

a) Spiralni snopovi

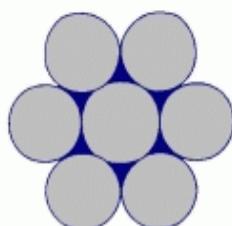
Ovaj tip užadi predstavlja najjednostavnije slaganje žica u jednom ili više slojeva.

Moduli elastičnosti ovog tipa kabela kreću se između vrijednosti $E = 145 \text{ GPa}$ i $E = 170 \text{ GPa}$.

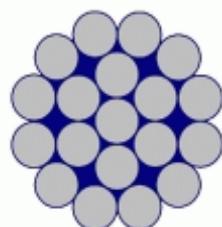
Vrstu snopa određuje način navijanja žica oko jezgre.

Glavne vrste su :

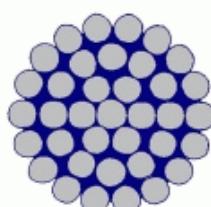
- snop s jednim ili dva sloja žica omotanih oko jezgre,



**1 x 7
(1+6)
DIN 3052
HRN C.H1.060
EN 12385**

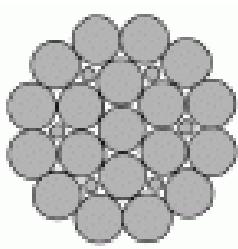


**1 x 19
(1+6+12)
DIN 3053
HRN C.H1.061
EN 12385**



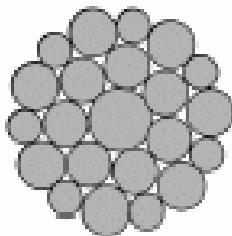
**1 x 37
(1+6+12+18)
DIN 3054
HRN C.H1.062
EN12385**

- snop s dva sloja žica istog promjera i popunjajućim slojem (Filler),



FILLER (F) - paralelni slojevi, vanjski sloj ima dvostruko više žica od unutarnjeg s malim presjekom žica koje ispunjavaju prostor između njih, čime se povećava čvrstoća užeta kao i njegova fleksibilnost

- snop s dva sloja žica s različitim polumjerima u zadnjem vanjskom sloju (Warrington),

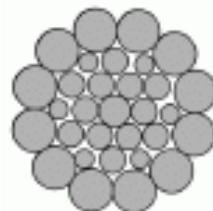


WARRINGTON (W) - paralelni spojevi, unutarni sloj se sastoji od žica istog presjeka dok vanjski sloj ima dvije različite debljine strukova i dvostruko više žica od unutarnjeg sloja. Uže se odlikuje fleksibilnošću i otpornošću na umor materijala

- snop s više slojeva (kombinirani),

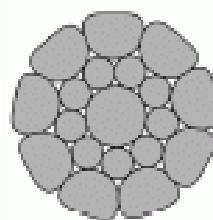
WARRINGTON-SEALE (WS) - Kombinacija

Seale i Warrington konstrukcije. Vanjski Sealeov sloj s unutarnjim Warringtonovim slojem. Ova kombinacija odlikuje se fleksibilnošću i otpornošću na habanje

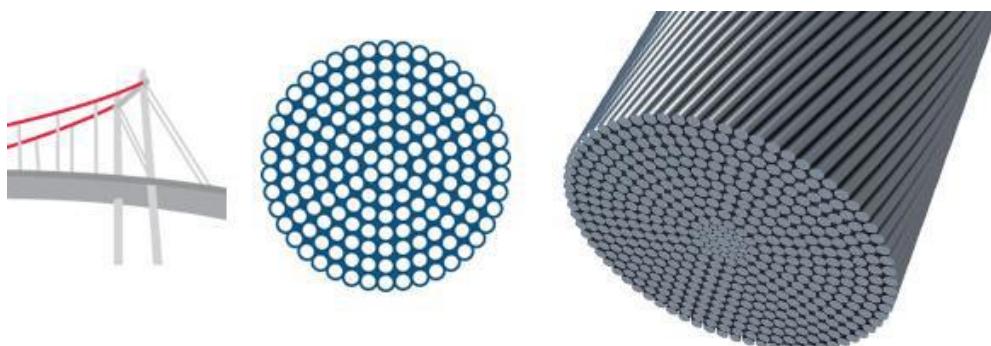


- žičana užad s čeličnom jezgrom.

COMPACTED - Strukovi su zbijeni čime je povećana ispunjenost užeta [6]

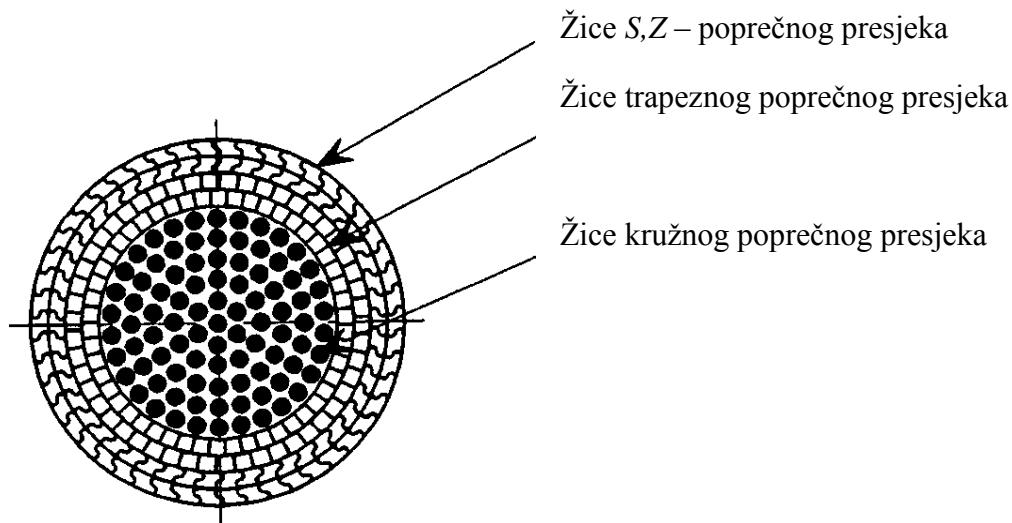


Ovaj tip kabela primjenjuje se kada je potreban vrlo fleksibilan kabel, npr. kao rubni kabeli membrane, kabeli kod visećih mostova, stabilizirajući kabeli kod mreža kabela, vlačni elementi u stabilizacijskim vezovima i sl.



Slika 2. Sprilani snopovi: primjena i poprečni presjek [11]

b) Kabeli unutar krutog omotača



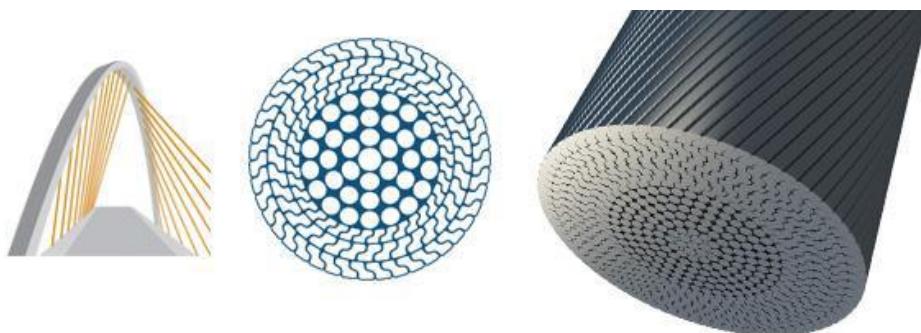
Jezgru ove vrste kabela čini nekoliko slojeva okrugle žice oko koje je namotan vanjski sloj sačinjen od žica trapeznog i Z-oblika [10].

Zbog svog posebnog oblika vanjski sloj čini kompaktnu, glatku površinu koja onemogućava prođor štetnih tvari u kabel i time povećava njegovu trajnost.

Najčešće se upotrebljavaju kod mostova.

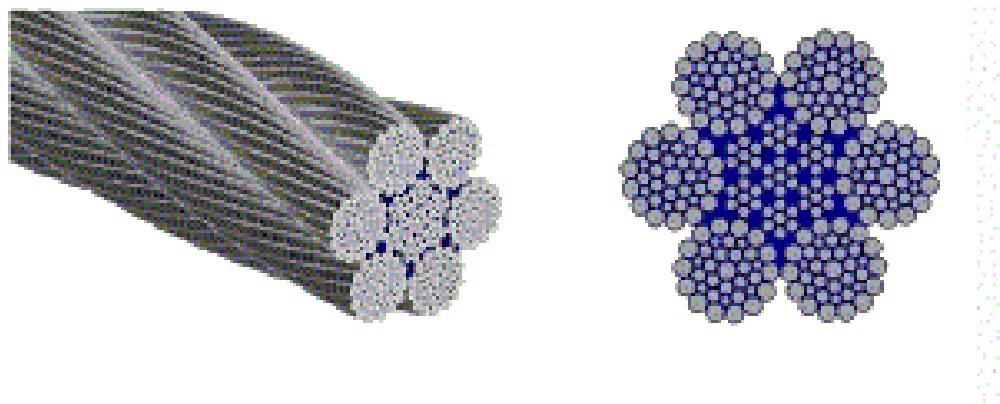
Neke od glavnih prednosti ovog tipa su:

- visok modul elastičnosti ($E = 160 - 180 \text{ GPa}$),
- visoka otpornost na površinski tlak,
- dobra zaštita od korozije zbog zatvorene površine.



Slika 3. Kabeli unutar krutog omotača: primjena i poprečni presjek [11]

c) Žičana užad



Užad ima niži modul elastičnosti ($E = 100 \text{ GPa}$), manju otpornost na koroziju, te je podložnija oštećenju.

Promjer se kreće između 20 mm i 124 mm.

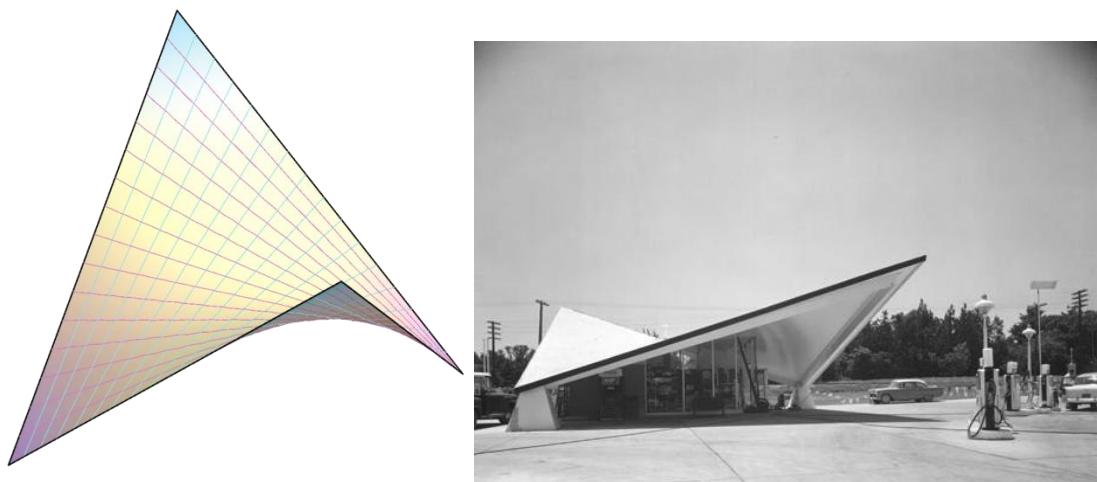
Upotrebljava se za rubne kabele u vlačnim membranama.

2.3. Mreže užadi

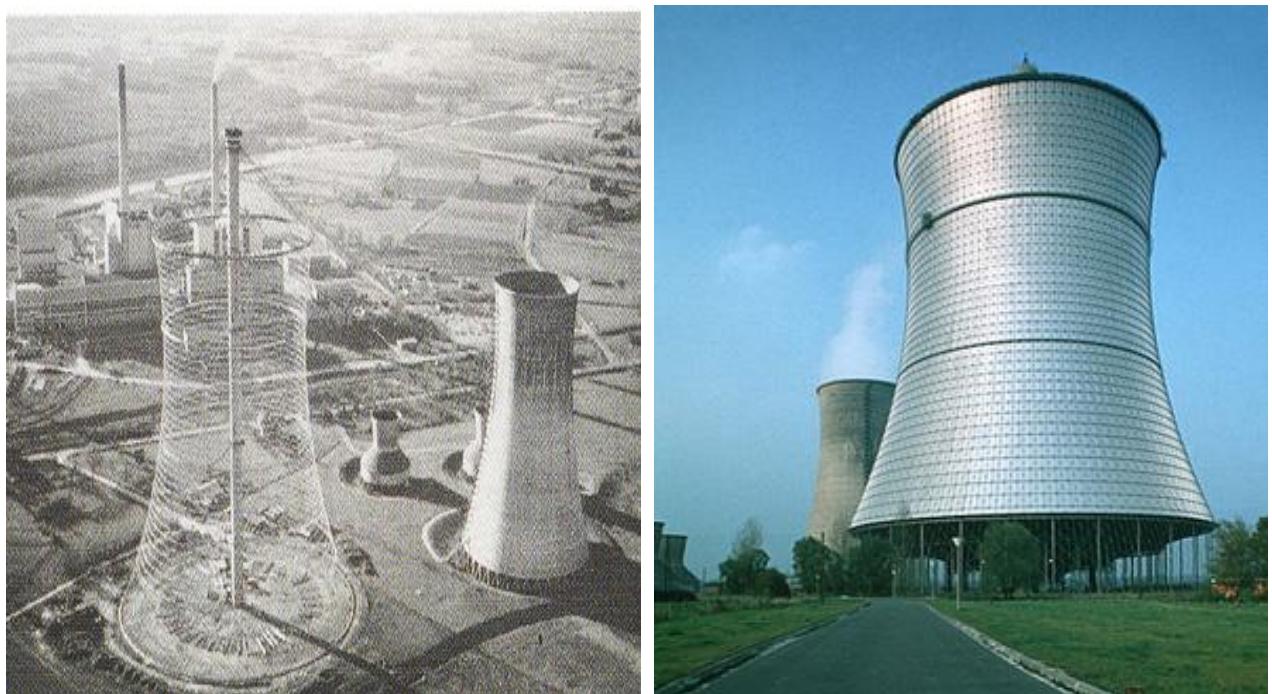
Tri su osnovna načina spajanja užadi u mreže:

- **Pravčaste mreže**

Osi užadi u pravčastim mrežama su pravci te su izvodnice neke pravčaste plohe. Ujedno ih nazivamo i geodetskim mrežama jer svako uže leži na najkračoj spojnici svojih krajinjih točaka. Ovakav tip meže ne zahtijeva postupak nalaženja oblika, jer se on može unaprijed odrediti iz poznatih geometrijskih uvjeta. Karakteristika ovog tipa mreže je u tome što ne može doći do gubitka prednapona zbog poprečnog opterećenja, uže se može samo još produljiti i nategnuti. Do gubitka prednapona može doći samo zbog relaksacije užadi prouzročene plastičnim deformacijama, puzanjem ili popuštanjem ležajnih sidara. Primjeri ovakvih mreža su hiperbolički paraboloid (hipar) i rotacijski paraboloid [3].



Slika 4. Primjer pravčaste mreže: lijevo – hipar, desno – izvedena konstrukcija

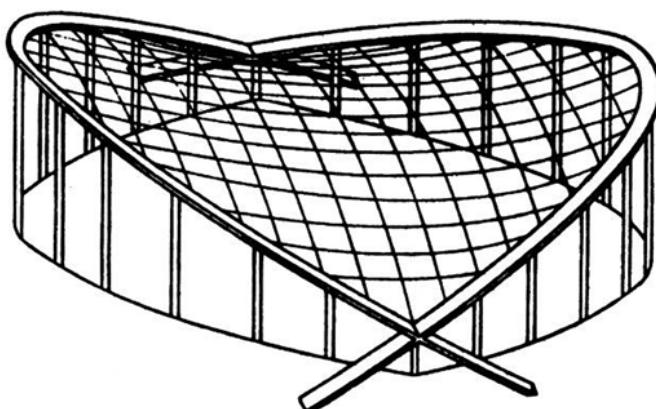


Slika 5 . Toranj nuklearnog reaktora THTR-300

(rotacijski paraboloid) [3]

■ Regularne mreže

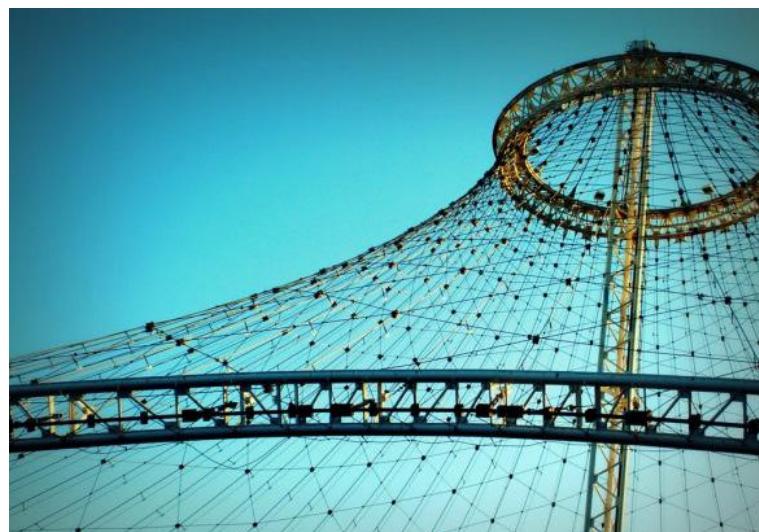
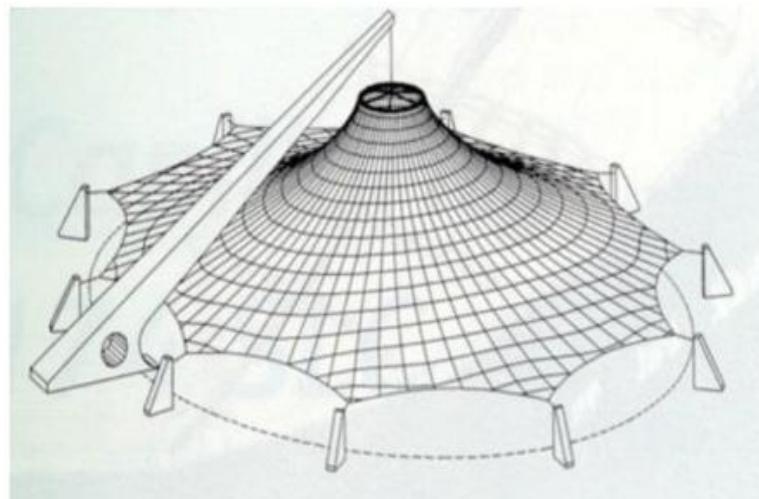
Regularne mreže sastoje se od dviju familija užadi koje se međusobno sijeku i čine sedlastu ili antiklastičnu plohu. Jedna familija užadi je konkavna, a druga je konveksna. Pod djelovanjem vanjskog opterećenja u smjeru gravitacije sile u konkavnoj (nosivoj) užadi će se povećati, dok će se sile u konveksnoj (prednaponskoj) užadi smanjiti. U slučaju djelovanja odižućeg vjetra užad će zamijeniti uloge. Razlikujemo dvije vrste regularnih mreža, a to su: mreže s krutim rubovima i mreže s rubnim kabelima.



Slika 6. Primjer regularne mreže – Raleigh Arena, Sjeverna Karolina

- **Neregularne mreže**

Neregularne mreže su mreže koje su izrađene od više familija užadi ili od mreža čija su užad kompleksnije složena. Posebnost ovih mreža je to što može mijenjati smisao zakrivljenosti, tj. jedno uže na jednom djelu može biti konkavno, a na drugom konveksno. Uže se također može prekinuti u nekom čvoru, a može se i umetnuti neki kruti element unutar mreže.



Slika 7. Primjeri neregularnih mreža, desno – Expo'74 US paviljon [3]

2.4. Glavne karakteristike konstrukcija od užadi

Konstrukcije od užadi su vlačne konstrukcije koje opterećenja prenose isključivo centričnom vlačnom silom. Budući da se vlačni elementi mogu opterećivati sve do granice tečenja, jedna od karakteristika je potpuna iskorištenost materijala. Posljedica toga je mala, gotovo zanemariva vrijednost vlastite težine.

Vlačne konstrukcije zahtijevaju minimalno četiri ležajne točke od kojih jedna mora biti izvan ravnine koju čine ostale tri. Na taj se način formira sedlasta ili antiklastična ploha (ploha negativne Gaussove zakrivljenosti). Sedlasta ploha sačinjena je od elemenata suprotne zakrivljenosti što konstrukciji daje stabilnost i nosivost.

Projektiranje konstrukcija od užadi uvelike se razlikuje od projektiranja tradicionalnih konstrukcija od betona, čelika i opeke. Razlog tome je što su nam kod tradicionalnih konstrukcija oblik i okvirne dimenzije unaprijed poznate, te proračunom samo provjeravamo nosivost zadanih elemenata, dok kod konstrukcija od užadi to nije slučaj. Zbog male vlastite težine takve konstrukcije nosivost ostvaruju prednapinjanjem i pravilnim oblikovanjem, te prilikom projektiranja u obzir trebamo uzeti međuvisnost oblika i unutarnjih sila. Postupak nalaženja oblika nije nimalo lagan i jednostavan zadatak.

Također, pri proračunu konstrukcija od užadi trebamo uzeti u obzir i geometrijsku nelinearnost, jer su pomaci toliko veliki da ih ne smijemo zanemariti. Danas se konstrukcije od užadi, zbog svoje vitkosti i elegancije, lake montaže, jednostavnosti transporta konstrukcijskih elemenata i dobre uklopljenosti u okolni prostor, upotrebljavaju za natkrivanje velikih površina, kao što su stadioni, sportske dvorane, izložbeni prostori i sl.

3. Faze projektiranja

3.1. Nalaženje oblika

Oblikovanje konstrukcija od užadi razlikuje se od onoga kod tradicionalnih konstrukcija od betona, čelika i opeke u tome što nam oblik i okvirne dimenzije nisu unaprijed poznate, već ih trebamo pronaći.

Oblikovanje se sastoji od tri osnovna koraka:

- nalaženja oblika,
- geometrijski nelinearnog statičkog proračuna i
- krojenja kabela.

U ovom radu detaljnije ćemo se pozabaviti nalaženjem oblika.

Nalaženje oblika (eng. *form-finding*) smatra se jednom od najbitnijih točaka u projektiranju vlačnih konstrukcija. Definira se kao postupak određivanja ravnotežnog oblika koji će zadovoljiti potrebe arhitekata i inženjera u pogledu funkcionalnosti, stabilnosti i estetike.

Oblik konstrukcija od užadi možemo pronaći na dva načina: fizikalnim modelom i numeričkim modelom.

3.2. Fizikalni i numerički modeli

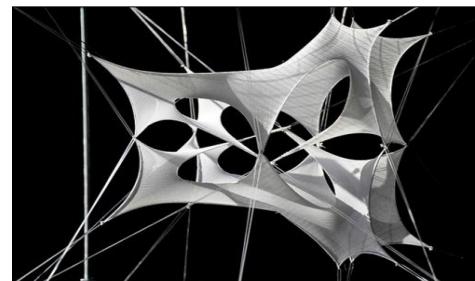
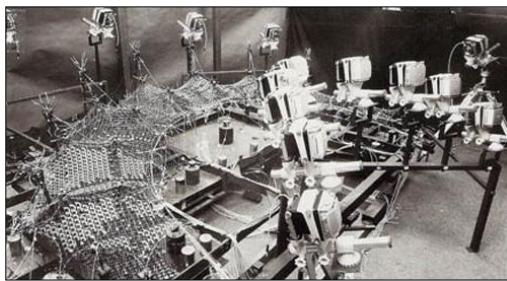
- **Fizikalni model**

Veliku ulogu u primjeni fizikalnih modela kao metode u nalaženju oblika konstrukcija od užadi imao je Frei Otto. U to je vrijeme² to bio jedini način za određivanje početnog ravnotežnog položaja, pa se većina istraživanja Instituta za lagane konstrukcije u Stuttgartu temeljila upravo na fizikalnim modelima, posebno na modelu opne od sapunice.

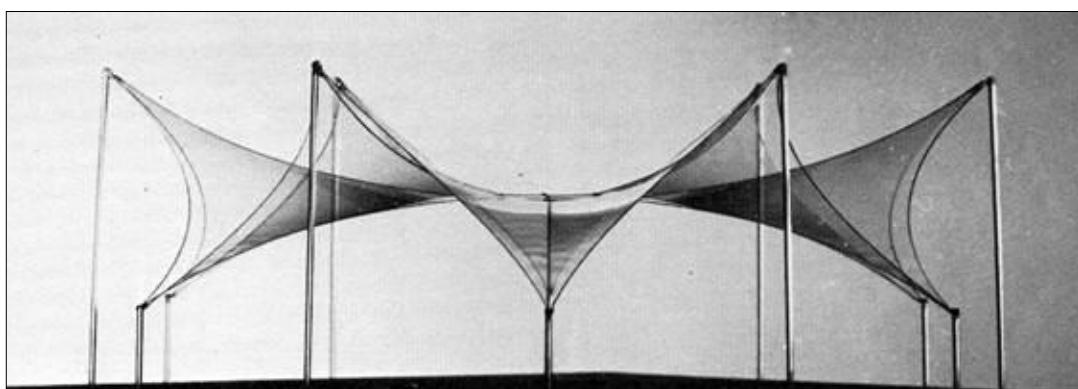
Opna od sapunice je primjer stabilne minimalne plohe, jer između zadanih rubnih uvjeta zauzima ravnotežni položaj, tj. položaj u kojem ima minimalnu potencijalnu energiju. Osim sapunice u izradi fizikalnih modela koristili su se različitim materijalima (tkaninom, žicom, spajalicama i sl.).

Ubrzo su se fizikalni modeli pokazali kao nedovoljni za određivanje oblika. Bilo je nemoguće točno i precizno odrediti koordinate točaka plohe, a može se pokazati da su vlačne sile u kabelima osjetljive i na najmanje pogreške u duljini kabela.

Danas se fizikalnim modelim koristimo za vizualizaciju sve složenijih vlačnih konstrukcija, te kao pomoć pri kontroli rezultata dobivenih proračunom.



Slika 8. Fizikalni model od žica i spajalica (lijevo) i fizikalni model od tkanine (desno)



Slika 9. Fizikalni model od sapunice

• Numerički model

Nakon što su fizikalni modeli pokazali svoju nepreciznost, 50-tih godina prošlog stoljeća započinje razvoj kompjutorskih programa koji su značajno unaprijedili postupak određivanja oblika i potrebnih prednaponskih sila.

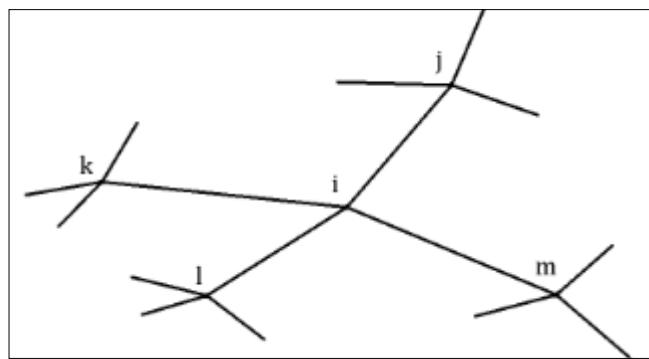
Prvi kompjutorski program napravljen je za potrebe Olimpijskog stadiona u Münchenu 1972. godine. Za određivanje duljine kabela koristio se metodom najmanjih kvadrata. Danas vrlo jednostavna procedura, u to je vrijeme upotrebljavala svu

kompjutorsku memoriju. S vremenom su numerički modeli i kompjutorski programi napredovali, te nam omogućuju sve složenije i nevjerojatnije oblike [11].

3.3. Ravnoteža čvora

Jednadžbe ravnoteže čvorova osnova su nalaženja oblika konstrukcija od užadi. Prilikom formiranja sustava jednadžbi ravnoteže čvorova uvodimo neke pretpostavke:

- elementi između čvorova su ravni i međusobno su zglobno spojeni,
- elementi preuzimaju samo vlastiti tlak,
- zanemaruje se vlastita težina kabela,
- nema vanjskog opterećenja,
- topologija mreže nam je unaprijed poznata.



Slika 10. Čvor i sa susjednim čvorovima i priključenim štapovima

Za svaki slobodni čvor i možemo napisati tri jednadžbe ravnoteže koje glase: zbrojevi projekcija svih sila prednapona u štapovima priključenima u i -ti čvor na osi koordinatnog sustava moraju biti u ravnoteži.

$$\sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \cos \alpha_{i,j} = 0, \quad \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \cos \beta_{i,j} = 0, \quad \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \cos \gamma_{i,j} = 0, \quad (1)$$

gdje su: - $S_{i,j}$ vrijednosti sila u štalu i,j ,

- $\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}$ i γ_{ij} kutovi između koordinatnih osi i osi štapa,

$$\cos\alpha_{i,j} = \frac{x_j - x_i}{l_{i,j}}, \quad \cos\beta_{i,j} = \frac{y_j - y_i}{l_{i,j}}, \quad \cos\gamma_{i,j} = \frac{z_j - z_i}{l_{i,j}}, \quad (2)$$

pri čemu je:

$$l_{i,j} = l(x_i, x_j, y_i, y_j, z_i, z_j) = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (3)$$

duljina štapa (i,j) .

Uvrstimo li (2) i (3) u (1) dobit ćemo sustav nelinearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} &= 0, \\ \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \frac{y_j - y_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} &= 0, \\ \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \frac{z_j - z_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

Dobiveni sustav jednadžbi sastoji se od tri jednadžbe ravnoteže svakog čvora mreže. Čvorove mreže možemo podijeliti na ležajne i slobodne čvorove. Koordinate ležajnih čvorova u analizu ulaze kao ulazni podaci, dok su koordinate slobodnih čvorova rješenja sustava.

Ako je n broj slobodnih čvorova, a m broj elemenata, tada možemo napisati $3n$ jednadžbi sa $3n+m$ nepoznanica. Broj nepoznanica je uvijek za m veći od broja jednadžbi, pa je sustav nemoguće jednoznačno riješiti. Dakle, kako bismo dobili jednak broj jednadžbi i nepoznanica, trebamo primjeniti jedno od pravila pomoću kojeg ćemo eliminirati sile u štapovima kao nepoznanice.

Postoje četiri pravila pomoću kojih je to izvedivo, a to su:

- **Kvazilaplaceovo pravilo:**
unaprijed su zadane uravnotežene projekcije sila u svim štapovima na ravninu xy ;
- **Pravilo gustoće sila:**
zadaju se omjeri između iznosa sila i duljina svakog štapa;
- **Poopćeno pravilo minimalne mreže (pravilo „geodetske mreže“):**
zadani su iznosi sila u svim štapovima;

- **Kombinirano pravilo:**

u nekim štapovima zadani su iznosi sila, a u ostalim štapovima duljine.

3.4. Minimalna mreža kabela

Označimo li ukupnu duljinu kabela sa L , dobit ćemo da je:

$$L = \sum l_{i,j} = \sum \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}. \quad (5)$$

Izjednačimo li njezine derivacije po koordinatama slobodnih čvorova s nulom dobivamo sustav od $3n$ jednadžbi sa $3n$ nepoznanica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_i} &= \sum_{j=1}^n \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial y_i} &= \sum_{j=1}^n \frac{y_j - y_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial z_i} &= \sum_{j=1}^n \frac{z_j - z_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Pomnožimo li sustav sa $S = S_{i,j}$, dobit ćemo:

$$\begin{aligned} S \frac{\partial L}{\partial x_i} &= S \sum_{j=1}^n \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} = 0, \\ S \frac{\partial L}{\partial y_i} &= S \sum_{j=1}^n \frac{y_j - y_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} = 0, \\ S \frac{\partial L}{\partial z_i} &= S \sum_{j=1}^n \frac{z_j - z_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

Rješavanjem gornjeg sustava, uz uvjet da su sile u svim kabelima jednake, dobit ćemo oblik mreže kod kojeg je zbroj duljina kabela manji od zbroja duljina kabela u bilo kojem drugom položaju. Takve mreže nazivamo *minimalnim ili geodetskim mrežama*.

Ako bismo pri rješavanju sustava zadali da su sile u kabelima različite, ali jednake duž pojedinog kabela, dobili bismo *poopćenu minimalnu mrežu kabela*.

Budući da je sustav jednadžbi nelinearan, morat ćemo primijeniti neku od iteracijskih metoda rješavanja. U ovom radu detaljnije ćemo opisati metodu gustoća sila, te iteracijsku primjenu navedene metode.

4. Metoda gustoća sile

4.1. Opis metode

Metoda gustoća sile po prvi puta se spominje 1971. godine u članku „*Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen*“ autora H. J. Scheka i K. Linkwitz. Godinu dana poslije metoda se primjenjuje za potrebe proračuna Olimpijskog stadiona u Munchenu. Do tada upotrebljavani fizikalni modeli nisu bili dovoljni za tako opsežan projekt, pa je napravljen prvi računalni program utemeljen na metodi gustoće sile.

Ideja metode je nelinearan sustav jednadžbi pretvoriti u linearan tako da zadamo omjer vlačne sile u štalu $S_{i,j}$ i njegove duljine $l_{i,j}$. Zadani omjer nazivamo „gustoća sile“:

$$q_{i,j} = S_{i,j} / l_{i,j}. \quad (8)$$

Iz toga slijedi:

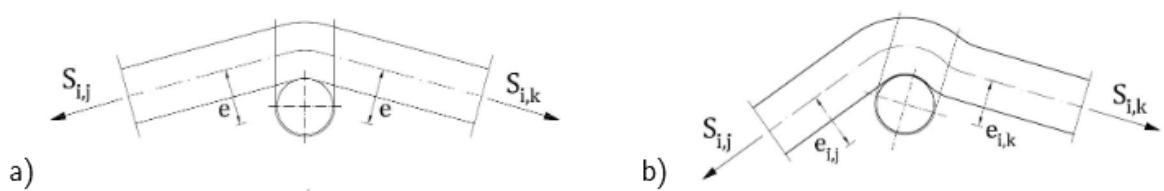
$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \frac{S_{i,j}}{l_{i,j}} \cdot (x_j - x_i) &= 0, & \rightarrow & \sum_{j=1}^n q_{i,j} \cdot (x_j - x_i) &= 0, \\ \sum_{j=1}^n \frac{S_{i,j}}{l_{i,j}} \cdot (y_j - y_i) &= 0, & \rightarrow & \sum_{j=1}^n q_{i,j} \cdot (y_j - y_i) &= 0, \\ \sum_{j=1}^n \frac{S_{i,j}}{l_{i,j}} \cdot (z_j - z_i) &= 0. & \rightarrow & \sum_{j=1}^n q_{i,j} \cdot (z_j - z_i) &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Navedeni sustav jednadžbi iz nelinearnog prelazi u linearan, te rješavanjem sustava dobivamo koordinate slobodnih čvorova. Poznavanjem koordinata čvorova mreže lako možemo izračunati duljine elemenata, a potom i sile u štapovima.

U svakom čvoru mreže mora biti zadovoljen sljedeći uvjet:

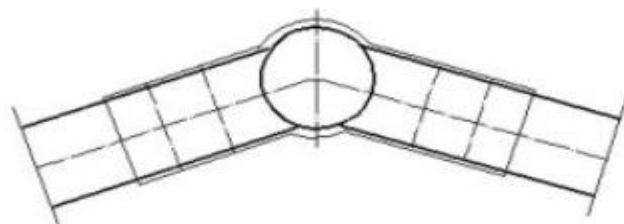
$$S_{i,j} \cdot e_i = S_{i,k} \cdot e_k. \quad (10)$$

Ako to nije slučaj, doći će do zaokretanja čvora. Čvor će se zaokrenuti kako bi se krak veće sile smanjio i time doveo do ravnoteže momenata sila $S_{i,j}$ i $S_{i,k}$ u odnosu na os poprečnog kabela.



Slika 11. Izobličenje čvora

Jedno od rješenja izobličavanja čvorova je centriranje čvorova posebno oblikovanim detaljima.



Slika 12. Centriranje čvora

5. Iteracijska primjena metode

5.1. Iteracijska primjena metode gustoća sila na oblikovanje poopćenih minimalnih mreža

U članku [7] autori opisuju „iteracijski postupak pomoću kojeg izračunavaju mreže s jednoliko raspodijeljenim vlačnim silama“, dakle, postupak kojim se dobivaju mreže minimalne duljine.

U k -tom koraku iteracije gustoću sila u štalu (i, j) računamo prema izrazu:

$$q_{i,j}^{(k)} = q_{i,j}^{(k-1)} \frac{\bar{S}}{S_{i,j}^{(k-1)}}, \quad (11)$$

gdje su:

- $q_{i,j}^{(k-1)}$ gustoća sile u prethodnom koraku,
- $S_{i,j}^{(k-1)}$ vrijednost sile izračunate u prethodnom koraku,
- \bar{S} tražena vrijednost sile.

Taj izraz možemo objasniti na sljedeći način:

Ako prepostavimo da je sila $S_{i,j}^{(k-1)}$, sila izračunata u $(k-1)$ -om koraku iteracije, različita od tražene vrijednosti \bar{S} , tada ćemo vrijednost sile \bar{S} dobiti množenjem sile $S_{i,j}^{(k-1)}$ s koeficijentom, $s_{i,j}^{(k)}$ odnosno $\bar{S} = s_{i,j}^{(k)} \cdot S_{i,j}^{(k-1)}$.

Nakon što smo u k -tom koraku izračunali koordinate čvorova i duljinu $l_{i,j}^{(k)}$, vrijednost sile bit će

$$S_{i,j}^{(k)} = q_{i,j}^{(k)} \cdot l_{i,j}^{(k)}. \quad (12)$$

Ako se duljina štapova nije promijenila, tj. ako vrijedi

$$l_{i,j}^{(k)} = l_{i,j}^{(k-1)}, \quad (13)$$

vrijedit će i

$$S_{i,j}^{(k)} = q_{i,j}^{(k)} \cdot l_{i,j}^{(k-1)}. \quad (14)$$

Ako je k tome $S_{i,j}^{(k)}$, tražena vrijednost sile onda je i

$$S_{i,j}^{(k)} = s_{i,j}^k \cdot S_{i,j}^{(k-1)} = s_{i,j}^k \cdot q_{i,j}^{(k-1)} \cdot l_{i,j}^{(k-1)}. \quad (15)$$

Usporedbom s izrazom (14) dobivamo da je:

$$q_{i,j}^{(k)} = s_{i,j}^k \cdot q_{i,j}^{(k-1)}. \quad (16)$$

Prema tome, ako se duljina štapova ne mijenja, gustoća sile iz izraza (11) odmah daje traženu vrijednost sile. No, promjenom gustoća sila mijenja se i ravnotežna konfiguracija, a samim time mijenju se i duljine štapova. Prema tome, potreban je iteracijski postupak kojim ćemo se postupno približavati traženoj vrijednosti sile.

Opisani postupak možemo i dodatno proširiti: zadavanjem različitih sila u različitim štapovima povećavamo broj mogućih oblika mreže užadi, a gustoću sile u štalu (i, j) u k -tom koraku iteracije računamo prema izrazu

$$q_{i,j}^{(k)} = q_{i,j}^{(k-1)} \frac{\bar{S}_{i,j}}{S_{i,j}^{(k-1)}}, \quad (17)$$

pri čemu je $\bar{S}_{i,j}$ zahtijevana vrijednost sile u tom štalu, koja se može razlikovati od vrijednosti sila u drugim štapovima. No, želimo li oblikovati prirodnu poopćenu minimalnu mrežu, moramo zadati jednake sile u svim štapovima pojedinog kabela.

Ako u gornji izraz uvrstimo $q_{i,j}/S_{i,j} = 1/l_{i,j}$, dobit ćemo još jedan izraz za gustoću sile:

$$q_{i,j}^{(k)} = \frac{\bar{S}_{i,j}}{l_{i,j}^{(k-1)}}. \quad (18)$$

5.2. Uvođenje kinematičkih ograničenja

Kinematička ograničenja uvodimo u situacijama kada dva ili više čvorova „otkližu“ u jednu točku, tj. u situacijama u kojima se javlja preveliko klizanje kabela. To se najčešće događa u rubnim kabelima i to neovisno o silama u njima. Kinematičkim ograničenjima osiguravamo zahtijevane duljine štapova.

To ćemo ostvariti na sljedeći način:

Propisanu duljinu $\bar{l}_{i,j}$ štapa (i, j) osigurat ćemo tako da gustoću sile u njemu računamo prema izrazu

$$q_{i,j}^{(k)} = \frac{S_{i,j}^{(k-1)}}{\bar{l}_{i,j}}. \quad (19)$$

Uz uvjet da su sile nepromijenjene, $S_{i,j}^{(k)} = S_{i,j}^{(k-1)}$, i da je gustoća sile obrnuto proporcionalna duljini štapova dobivamo $q_{i,j}^{(k)} / q_{i,j}^{(k-1)} = l_{i,j}^{(k-1)} / l_{i,j}^{(k)}$. Iz toga slijedi da je koeficijent kojim trebamo pomnožiti gustoću sile iz prethodnog koraka $l_{i,j}^{(k-1)} / l_{i,j}^{(k)}$, te iz

$$q_{i,j}^{(k)} = q_{i,j}^{(k-1)} \frac{l_{i,j}^{(k-1)}}{l_{i,j}^{(k)}} \quad (20)$$

i $S_{i,j} = q_{i,j} \cdot l_{i,j}$ dobivamo izraz (19).

Opisana iteracijska primjena metode gustoća sila ima brojne prednosti. Jedna od njih je da ne treba prepostavljati početnu aproksimaciju rješenja, jer su sustavi jednadžbi linearni, pa se mogu rješavati direktnim postupcima. Postupak je vrlo brz, te je dobivena mreža u svakom koraku ove metode u ravnoteži, što nije slučaj kod ostalih iteracijskih metoda kod kojih je samo konačno rješenje uravnoteženo.

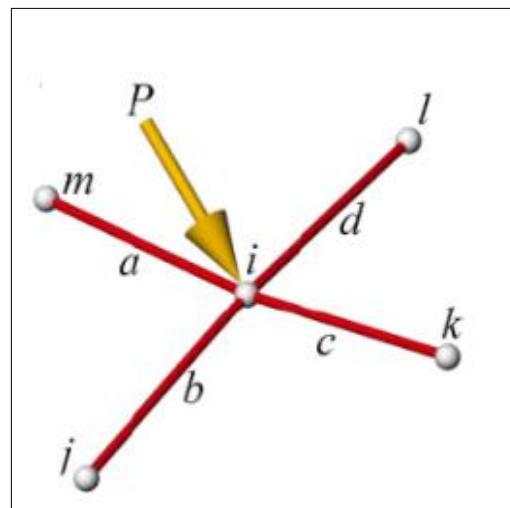
6. Utjecaj opterećenja

6.1. Utjecaj opterećenja na ravnotežu čvora

Prilikom formiranja sustava jednadžbi ravnoteže čvorova na koje djeluje vanjsko opterećenje (koncentrirana sila P) vrijede sljedeće pretpostavke:

- elementi između čvorova su ravni i međusobno su zglobno spojeni,
- elementi preuzimaju samo vlast,
- zanemaruje se vlastita težina kabela,
- topologija mreže nam je unaprijed poznata.

Razlika u odnosu na neopterećeni čvor je što će se s desne strane znaka jednakosti, umjesto nule, nalaziti odgovarajuća komponenta sile P .



Slika 13. Čvor i sa susjednim čvorovima, priključenim štapovima i koncentriranom silom P

Za svaki slobodni čvor i možemo napisati tri jednadžbe ravnoteže koje glase:

$$\sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \cos\alpha_{i,j} = P_x, \quad \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \cos\beta_{i,j} = P_y, \quad \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \cos\gamma_{i,j} = P_z, \quad (21)$$

gdje su: - $S_{i,j}$ vrijednosti sila u štalu i,j ,

- $\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}, \gamma_{i,j}$ kutovi između koordinatnih osi i osi štapa,

- P_x, P_y, P_z komponente sile P

Sustav nelinearnih jednadžbi sada je:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} &= P_x, \\ \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \frac{y_j - y_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} &= P_y, \\ \sum_{j=1}^n S_{i,j} \cdot \frac{z_j - z_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} &= P_z, \end{aligned} \quad (24)$$

U točki 7. na primjeru osmerokutne mreže detaljnije ćemo prikazati utjecaj vanjskog opterećenja.

7. Primjena metode gustoća sila

Postupci nalaženja oblika provedeni su u simboličkom programskom paketu Sage. Promatramo osmerokutnu mrežu koja se sastoji od 75 čvorova i 24 kabela. Unutarnji kabeli međusobno su okomiti i postavljeni na razmaku od 2,0 m. Mreža ima dvanaest ležajnih čvorova, od kojih osam leže u istoj ravnini, a 4 izvan nje. Elementi (štapovi) su definirani presjecištima čvorova i ima ih 143.

Funkcijom `make_nodes (nnds, nd1, d)` zadajemo koordinate čvorova. Prvi član u zagradi predstavlja broj čvorova koje želimo generirati, drugi koordinate prvog čvora, a treći član korak po osima koordinatnog sustava.

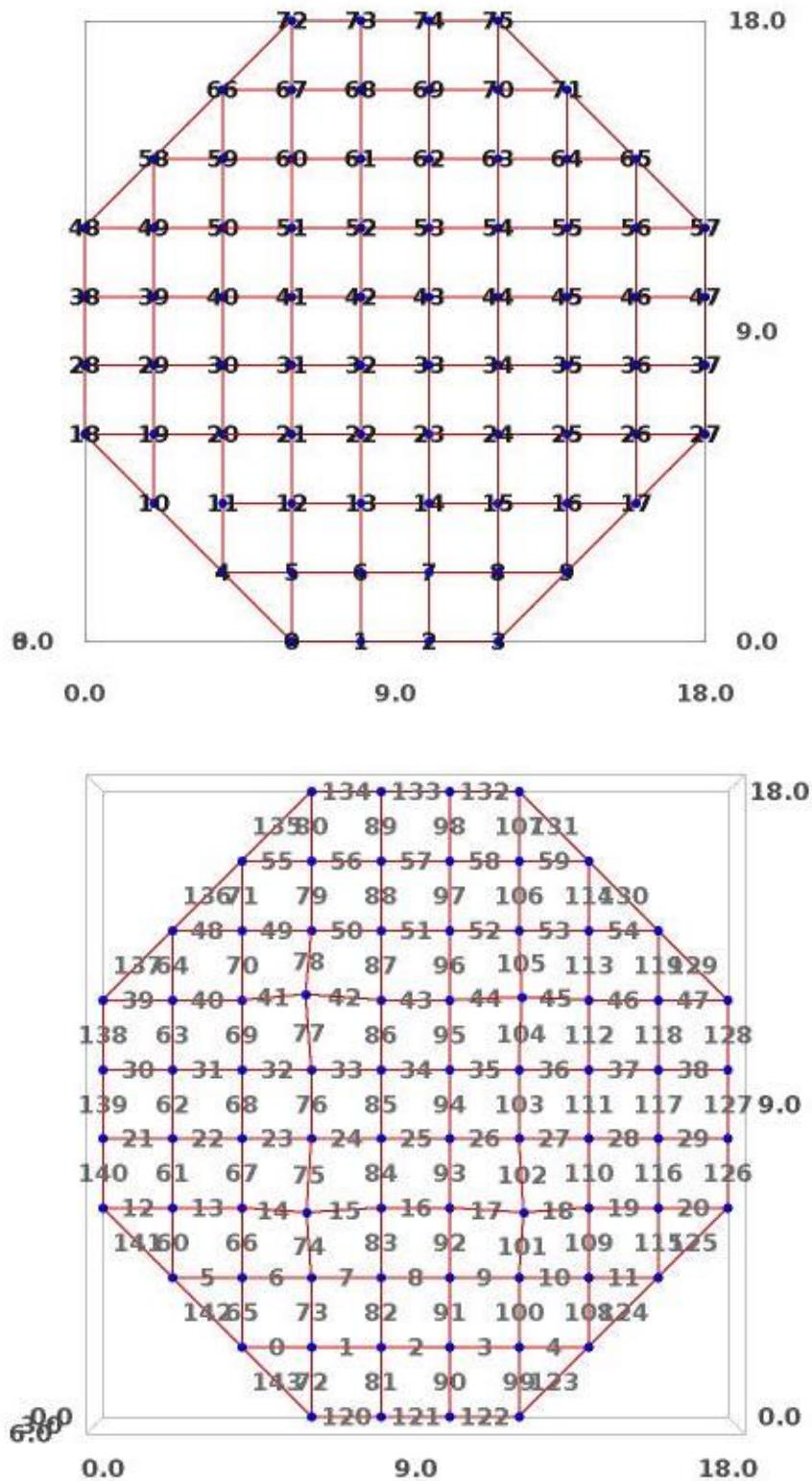
```
nds = make_nodes (4, [6., 0., 0.], [2., 0., 0.])
nds.extend (make_nodes (6, [4., 2., 0.], [2., 0., 0.]))
nds.extend (make_nodes (8, [2., 4., 0.], [2., 0., 0.]))
nds.extend (make_nodes (10, [0., 6., 0.], [2., 0., 0.]))...
nds[21] = [6., 6., 5.]
nds[24] = [12., 6., 5.]
nds[51] = [6., 12., 6.]
nds[54] = [12., 12., 3.]
```

Nakon definiranja čvorova, funkcijom `cable (nd1, nnds, step=1)` povezujemo ih u kabele, a kabele nakon toga dijelimo na elemente pomoću funkcije `make_elements_on_cables (cbcls)`.

```
cbcls = [cable (4, 6, 1)]
cbcls.append (cable (10, 8, 1))
cbcls.append (cable (18, 10, 1))
cbcls.append (cable (28, 10, 1))...
cbcls.append ([10, 19, 29, 39, 49, 58])
cbcls.append ([4, 11, 20, 30, 40, 50, 59, 66])
cbcls.append ([0, 5, 12, 21, 31, 41, 51, 60, 67, 72])
cbcls.append ([1, 6, 13, 22, 32, 42, 52, 61, 68, 73])...
# rubni kabeli:
cbcls.append (cable (0, 4, 1))
cbcls.append ([3, 9, 17, 27])
cbcls.append ([27, 37, 47, 57])...
print_indexed (cbcls)
```

Ležajni čvorovi su $supps = [0, 3, 18, 21, 24, 27, 48, 51, 54, 57, 72, 75]$, a rubni kabeli su $bnd_cbls = [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23]$.

Na slici 14. prikazana je mreža s označenim čvorovima i štapovima.

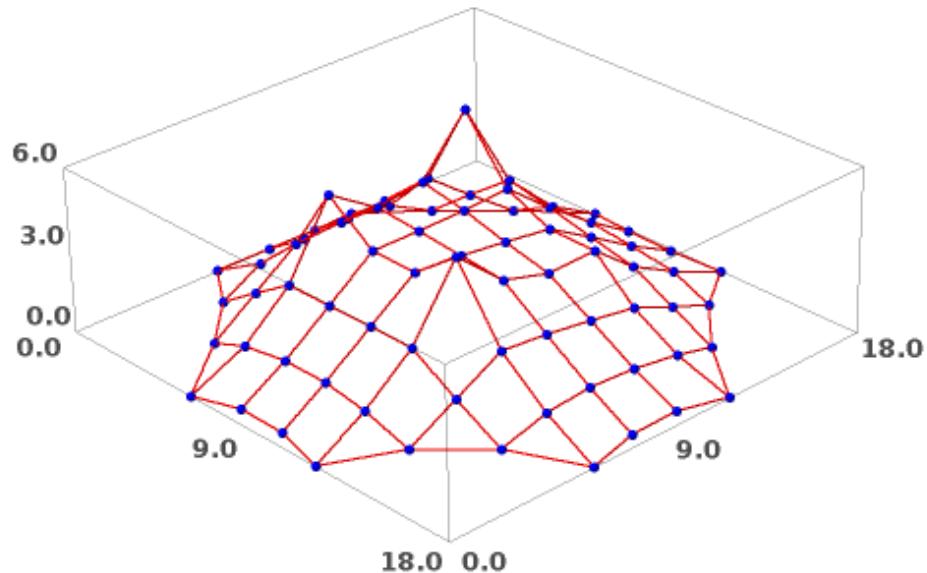


Slika 14.

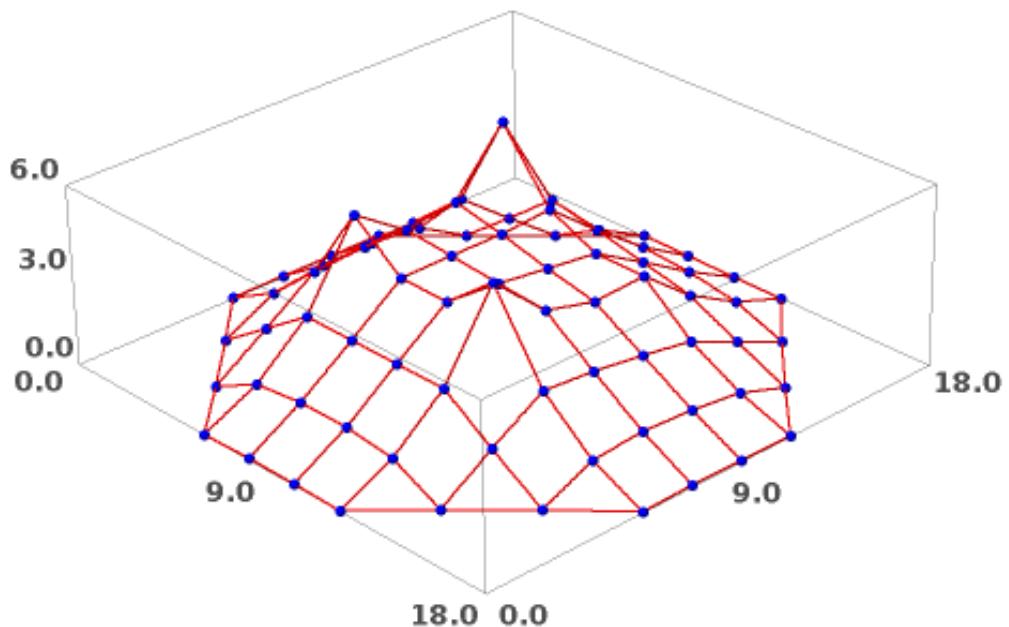
Funkcijom $qs = \text{make_force_densities}(\text{len}(els))$ i $qs = \text{set_value_on_cables}(10., bnd_cbls, tcei, qs)$ na unutarnjim i na rubnim kabelima zadajemo različite vrijednosti gustoća sila.

Na sljedećim slikama 15. a), b), c), d) prikazani su različiti oblici mreža ovisno o zadanim gustoćama sila u unutarnjim i rubnim kabelima:

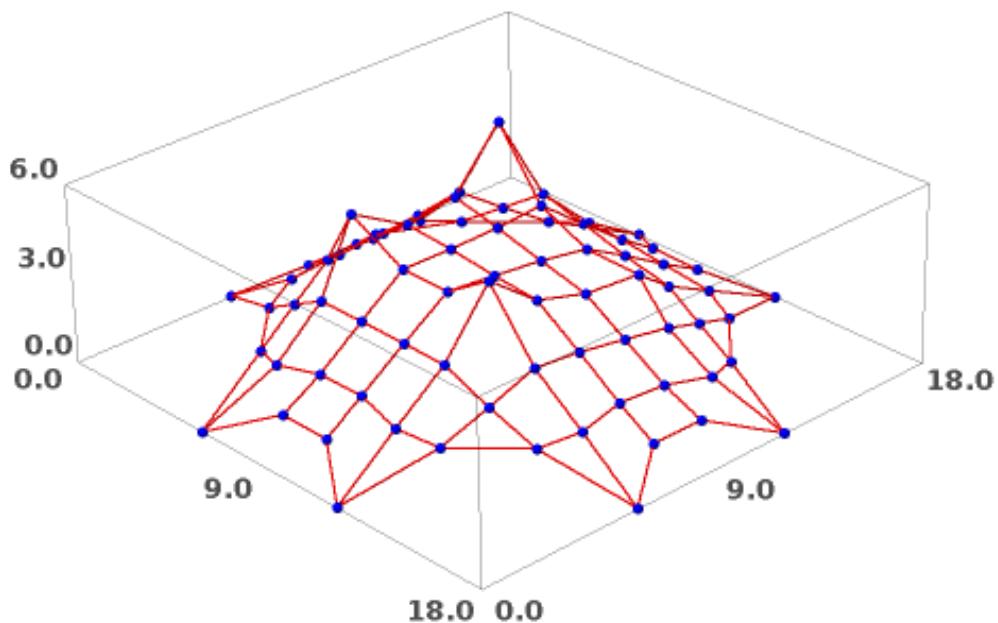
a) gustoća sila u unutarnjim= 1 i rubnim kabelima =5



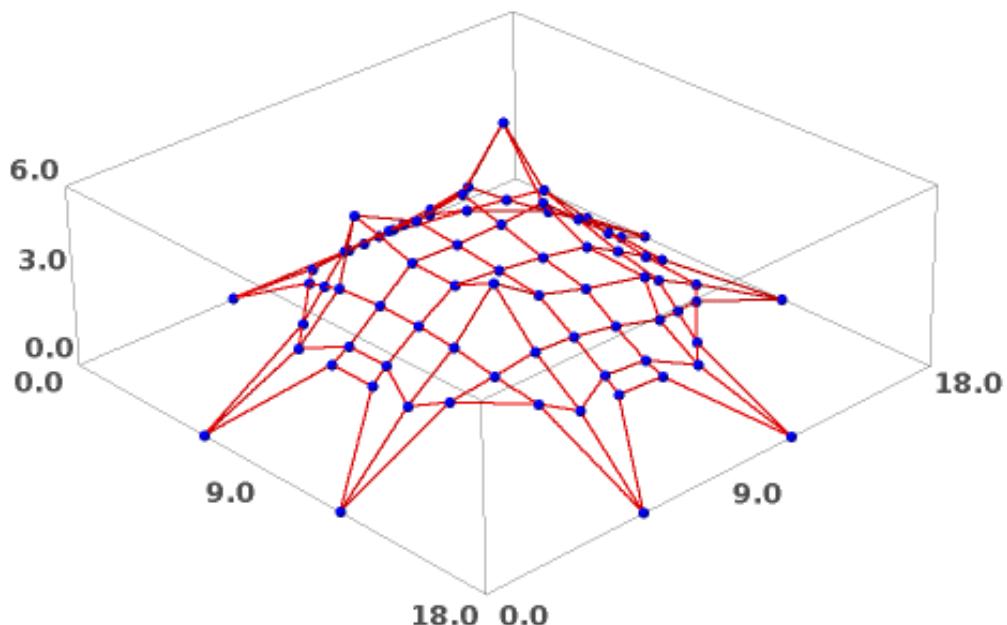
b) gustoća sila u unutarnjim= 1 i rubnim kabelima =50



c) gustoća sila u unutarnjim= 1 i rubnim kabelima =1



d) gustoća sila u unutarnjim= 1 i rubnim kabelima =0,2



Iz priloženog vidimo da će se mreža d) „skupiti“, a mreže a) i b) „proširiti“ u odnosu na mrežu c) gdje je iznos gustoća sila u unutarnjim i rubnim kabelima jednak i iznosi 1.

Nakon što smo zadali gustoću sila u unutarnjim i rubnim kabelima (a) gustoća sila u unutarnjim= 1 rubnim kabelima =5, funkcijom $nc = FDM(nds, els, supps, qs)$ provodimo proračun. Iz poznatih koordinata čvorova dobivamo duljine štapova, a iz izraza $f=ql$ dobivamo sile u štapovima.

```

l = list_of_element_lengths (els, nc)
f = list_of_element_forces (l, qs)

f
[1.90420204925501, 1.92673728822902, 1.94341115532227,
1.92716336197735,
1.90537543701880, 2.17152761790124, 2.14395793168986,
1.93415823286416,
1.94892056158209, 1.93414208168722, 2.15802352473350,
2.15782551151657,
2.41518611030498, 2.45106481363949, 3.10869909295118,
2.38858401847058,
1.98423655931174, 2.40937255269925, 3.21667315807053,
2.42774051928539,
2.37590414408064, 2.14937962446173, 2.30616658831630,
2.28260011602425,
1.96910706959089, 1.97854957275887, 1.96690593026053,
2.26227457426455,
2.21650069516654, 2.06346257990377, 2.17255002551562,
2.35115559224915,
2.34019323069732, 1.99527001872480, 2.01492584217091,
2.00155146695475,
2.14749337088664, 2.13750004617206, 2.02414488115121,
2.46545482715303,
2.60579106361290, 3.64334575205444, 2.97521951238749,
2.12625891276491,
2.00911393956563, 2.30357110298862, 2.17091232037919,
2.29355796756157,
2.24789876987690, 2.20992272879232, 1.96180229926878,
1.99034250765110,
1.96925425552090, 2.00689902862334, 2.01975640104738,
1.91951199929396,
1.91769694519762, 1.94941143803710, 1.93854998481179,
1.85436725513083,
1.91387611950781, 1.93236705701084, 1.94400880300582,
1.92487611377123,
1.94024442709936, 2.17236926179250, 2.16353005546214,
1.93577031371771,
1.95301962214148, 1.93997683369740, 2.25292526283765,
2.24974917379492,
2.40283158886068, 2.44487194812982, 3.14021323481794,
2.31983055356595,
1.99711977383037, 2.78621500067505, 3.71106633062511,
2.59221726589846,

```

2.43888148904242, 2.11996533997139, 2.27668617927479,
 2.28056727611193,
 1.96382787503840, 1.97058898374308, 1.96580729574060,
 2.33590419230856,
 2.29055348841342, 2.11308200566766, 2.11820331006258,
 2.27252586160967,
 2.26626572766685, 1.96975548602504, 1.98283724043206,
 1.98027387403874,
 2.14919103489664, 2.16199258691619, 2.04860723924020,
 2.39959107173353,
 2.43999721712097, 3.15299262640561, 2.56458419674232,
 2.04525828962797,
 2.01080519339076, 2.28077444183260, 2.17538177285709,
 2.30276457244195,
 2.15617892441027, 2.11973192679630, 1.94276963995636,
 1.96689508920484,
 1.95448556423978, 1.99284939318874, 2.01915303694271,
 1.88697611196446,
 1.91897334453281, 1.94601033866825, 1.93192565371226,
 1.84715645602983,
 10.2307373958668, 9.98231483530779, 10.2306157392024,
 14.4553494806891,
 14.1164062493260, 14.4533666135933, 10.2165823762030,
 9.98236428454933,
 10.2139602347384, 14.4062766557553, 14.1163985314842,
 14.4069890215477,
 10.2204645050370, 9.98242908962650, 10.2248391680615,
 14.4874673092083,
 14.1164062493261, 14.4897663292139, 10.2402325872873,
 9.98232619967451,
 10.2386025980422, 14.4629581476176, 14.1163985314842,
 14.4619271086874]

Sile u štapovima unutarnjih kabela :

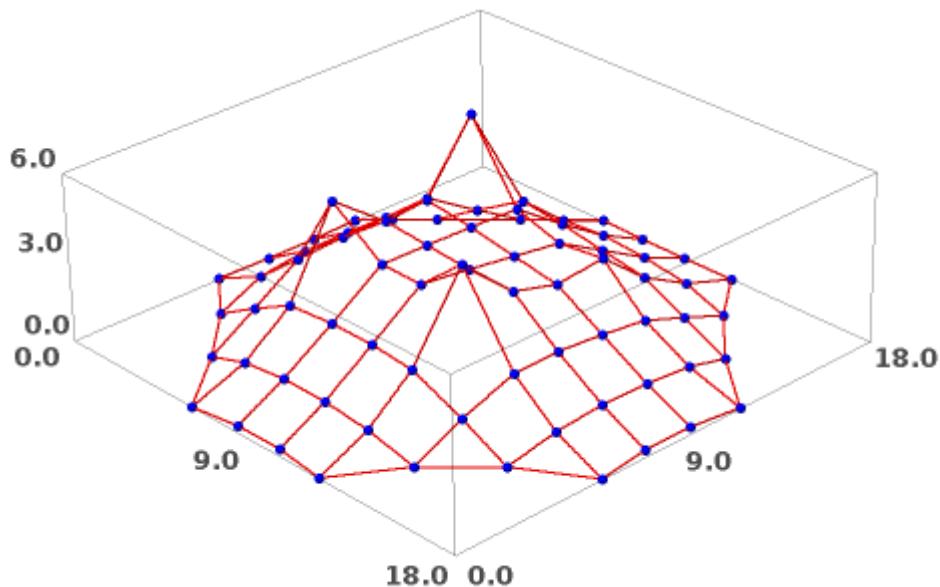
max (f_int), min (f_int)
 (3.71106633062511, 1.84715645602983)

Sile u štapovima rubnih kabela:

max (f_bnd), min (f_bnd)
 (14.4897663292139, 9.98231483530779)

Nakon zadavanja sila u unutarnjim štapovima $iefs = [1. \text{for } i \text{ in } ieis]$ i rubnim $befs = [5. \text{for } i \text{ in } beis]$, ponavljamo proračun metodom gustoća sila 2 puta s zjednačavanjem sila u štapovima. Pomoću funkcije $nc, f = multistepFDM(nds, els, supps, qs, eifs, [], 2)$

Pokrećemo iterativni postupak određivanja ravnotežnog položaja, te dobivamo:



Slika 16.

```
max (f_int), min (f_int)
(1.14314096292595, 0.882808383886283)
max (f_bnd), min (f_bnd)
(5.09506482396719, 4.91380843716918)
```

Na rubnim kabelima zadajemo duljine štapova:

```
[(120, 2.05664887466763), (121, 1.96348630335983), (122,
2.05538322603778), (123, 2.93226742893299), (124,
2.81982337493255),
(125, 2.92136277497243), (126, 2.05935146296290), (127,
1.96623692340560), (128, 2.05132324196847), (129,
2.92919324941110),
(130, 2.80255388785157), (131, 2.93618171931877), (132,
2.04827832671338), (133, 1.96520669195405), (134,
2.06230189430292),
(135, 2.91961764704828), (136, 2.82655441506258), (137,
2.92937578117514), (138, 2.05891518091882), (139,
1.96204954810142),
(140, 2.05339720612772), (141, 2.93325944733940), (142,
```

$2.81790685612106), (143, 2.92621548533303)]$

i ponavljamo proračun 2 puta sa zadanim silama u unutarnjim štapovima $S_u = 1$ i duljinama rubnih štapova: $nc, f = multistepFDM(nds, els, supps, qs, ieifs, beils, 2)$.

$\max(f_{\text{int}}), \min(f_{\text{int}})$

$(1.17942360057874, 0.881120369527577)$

$\max(f_{\text{bnd}}), \min(f_{\text{bnd}})$

$(14.1409955085951, 10.0101381013329)$

Zadat ćemo željenu toleranciju u iznosima sila i nerastegnutih duljina elemenata, odnosno razlike u tim vrijednostima, uz ograničenje na određeni broj koraka tj. na 1000 koraka .

Proračun ponavljamo do zadovoljenja zadanih točnosti:

1×10^{-3} sile, 1×10^{-4} duljine:

$nc, f = multistepFDM_wtol(nds, els, supps, qs, ieifs, beils, 1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-4}, 1000)$

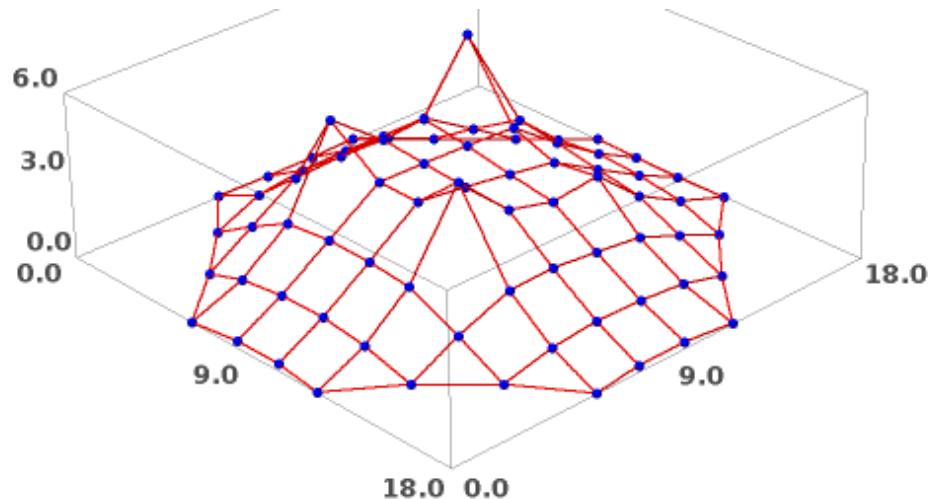
Nakon 1000 koraka nismo postigli željene toleracije u silama i duljinama. Program je stao te nam dao sljedeći rezultat pogreške od 0.0142356531545247

$\max(f_{\text{int}}), \min(f_{\text{int}})$

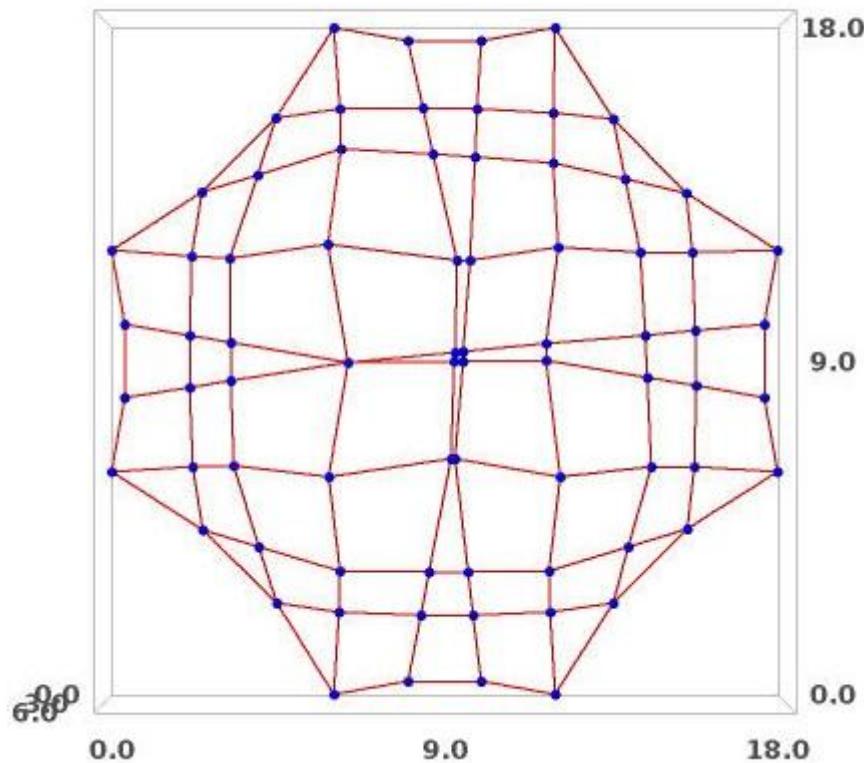
$(1.00000015448798, 0.985764346845475)$

$\max(f_{\text{bnd}}), \min(f_{\text{bnd}})$

$(5.24948881148041, 4.41346316544705)$



Slika 17.



Slika 18.

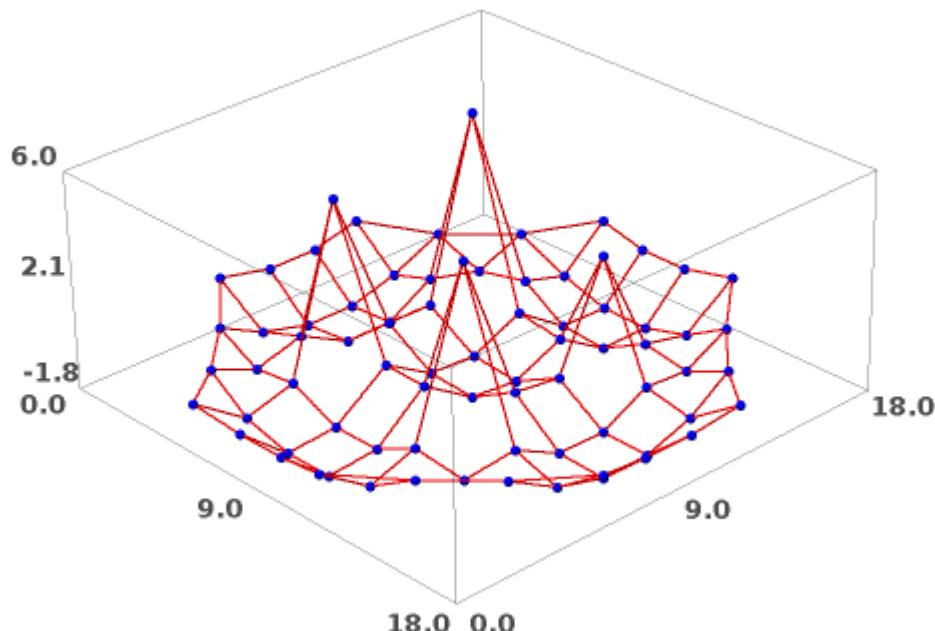
Nakon 1000 iteracija dobili smo mrežu (slika 18.) na kojoj vidimo da se užad otklizala. Primjer je rađen sa sprječavanjem klizanja po rubnim kabelima. Ono što bi trebalo napraviti, metodom pokušaja i pogreške , je zadati duljine nekih unutarnjih kabela i to upravo onih po kojima je klizanje najveće , a u nekim zadati sile, pa pokušati dobiti što manje promjene sila između odsječaka istog kabela uz što manje nepovoljno klizanje.

7. 1. Utjecaj opterećenja u svim slobodnim čvorovima

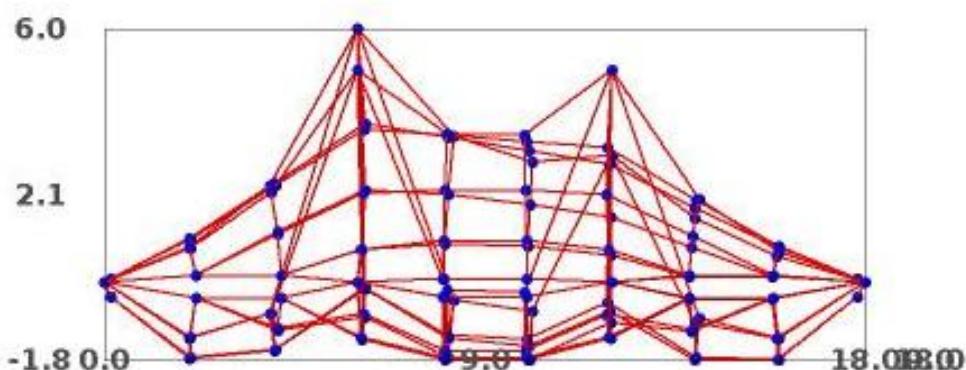
Funkcijom `free_nodes = other_nodes (supps, len (nds))` definiramo slobodne čvorove i pomoću `ext_fs3 = zip (free_nodes, [(0., 0., -1.)]*len (free_nodes))` zadajemo opterećenje po cijeloj mreži.

U ovom primjeru (slika 19.) zadat ćemo tri opterećenja različitog intenziteta: 1.0; 0.1 i 0.02; te ćemo dobivene oblike mreža usporediti s mrežom u ravnotežnom položaju.

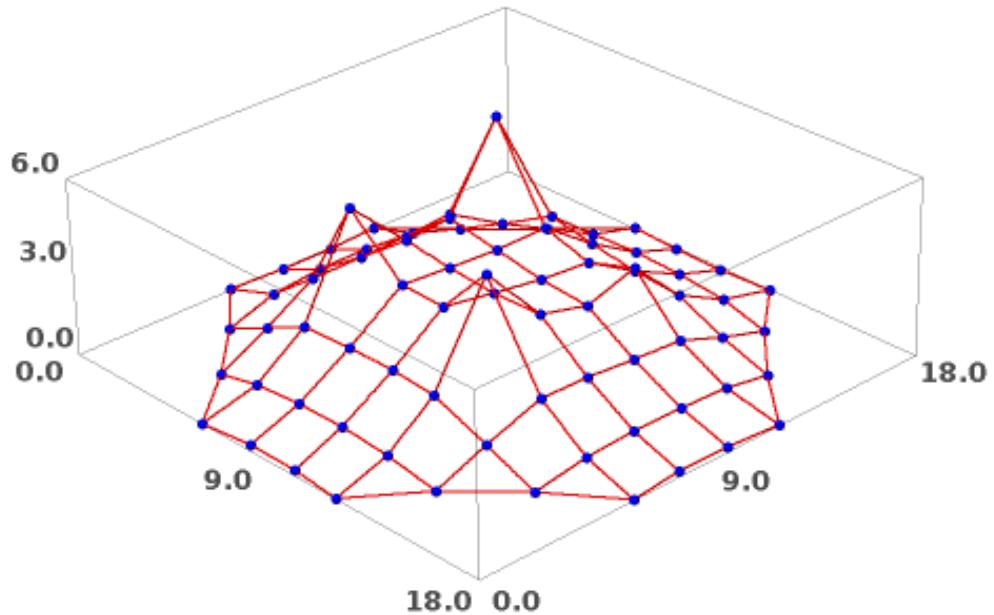
a) Opterećenje $f=1.0$



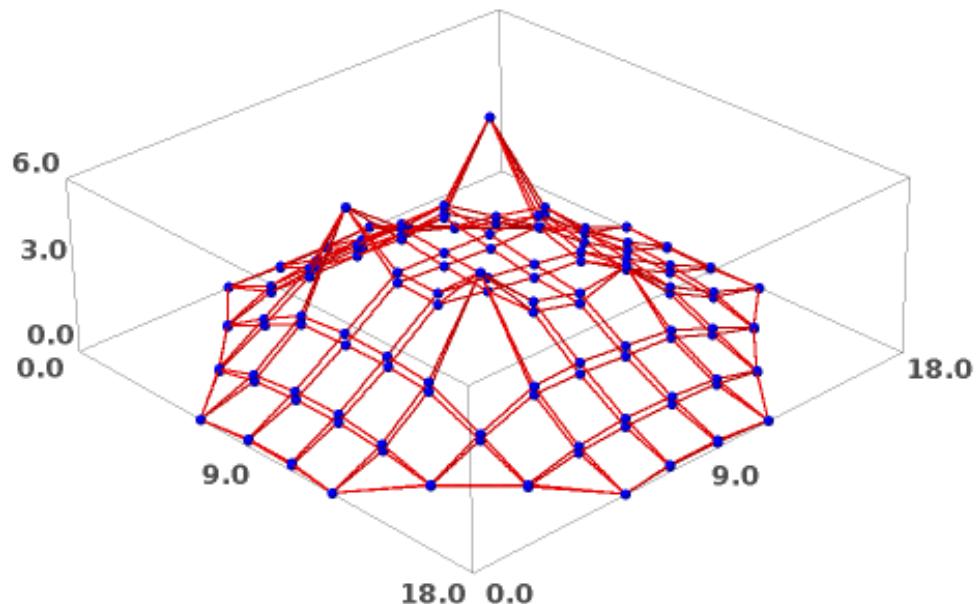
Prikaz kontura mreža bez opterećenja i s opterećenjem;pogled X - Z



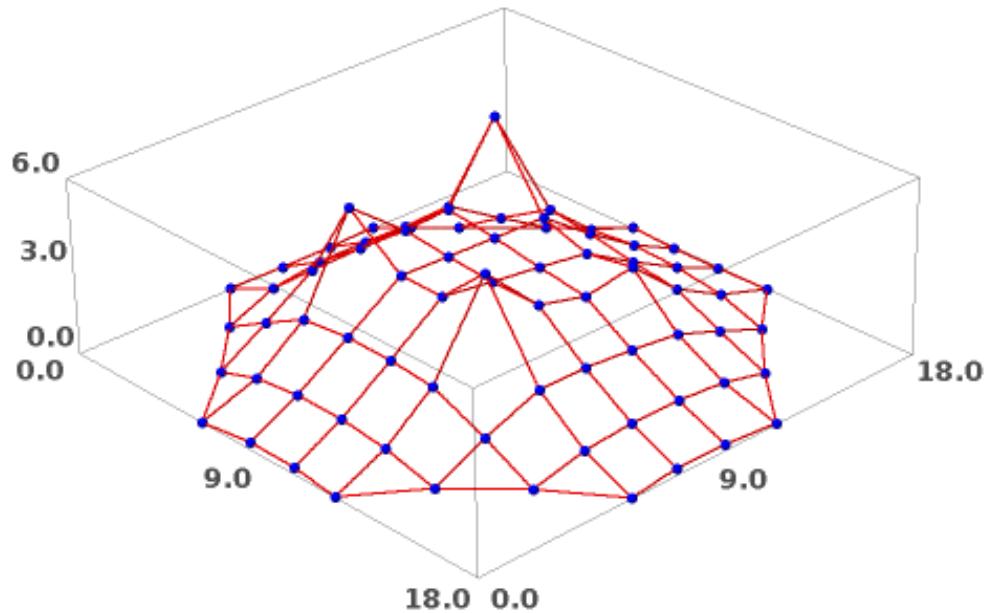
b) Opterećenje $f=0.1$



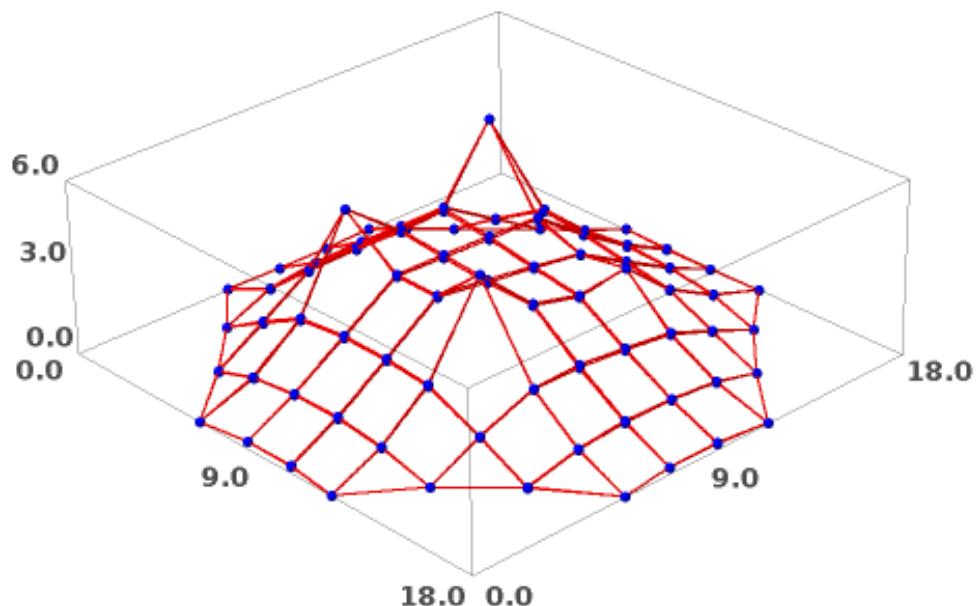
Prikaz kontura mreža bez opterećenja i s opterećenjem



c) Opterećenje $f=0.02$



Prikaz kontura mreža bez opterećenja i s opterećenjem



Slika19.

Iz priloženog možemo vidjeti da najveće odstupanje od ravnotežnog položaja ima mreža na koju djeluje vanjsko opterećenje iznosa 1,0 (slika 19.a)), a najmanje odstupanje ima mreža na slici 19.c) na koju djeluje opterećenje iznosa 0,02. Zaključujemo da vanjske sile čija je vrijednost puno manja od vrijednosti sila

prednapona u štapovima, neće imati znatniji utjecaj na progib mreže niti na njezin konačni oblik.

8. Zaključak

Konstrukcije od užadi prenose samo centričnu vlačnu silu i zbog toga se uvelike razlikuje od tradicionalnih, masivnih konstrukcija od betona, čelika i opeke. Glavna razlika konstrukcija od užadi, u odnosu na masivne konstrukcije, je što njezin oblik i okvirne dimenzije nisu unaprijed poznate, već ih trebamo pronaći.

Jedna od metoda nalaženja oblika je metoda gustoća sila. Razvijena je sedamdesetih godina prošlog stoljeća za potrebe Olimpijskog stadiona u Münchenu. Njezina prednost u odnosu na ostale metode je što nelinearan sustav jednadžbi pretvara u linearan. S vremenom se metoda gustoća sila pokazala kao nedovoljna, te se razvijaju brojna proširenja metode koja omogućuju zadavanje dodatnih ograničenja.

U ovom radu detaljnije je prikazana iteracijska primjena metode gustoća sila u kojoj se gustoće sila u nekom koraku računaju pomoću zadanih uvjeta i rezultata dobivenih iz prethodnog koraka. Kako bi se spriječilo klizanje u rubnim kabelima ova proširena metoda omogućava zadavanje kinematičkih ograničenja kojima osiguravamo zahtijevane duljine odabralih štapova.

U posljednjem dijelu rada zadali smo vanjsko opterećenje i promatrali njegov utjecaj na oblik mreže. Pokazali smo da vanjsko opterećenje u obliku koncentrirane sile neće imati znatan utjecaj na promjenu oblika mreže ako su sile prednapona puno veće od iznosa sila vanjskog opterećenja.

9. Literatura

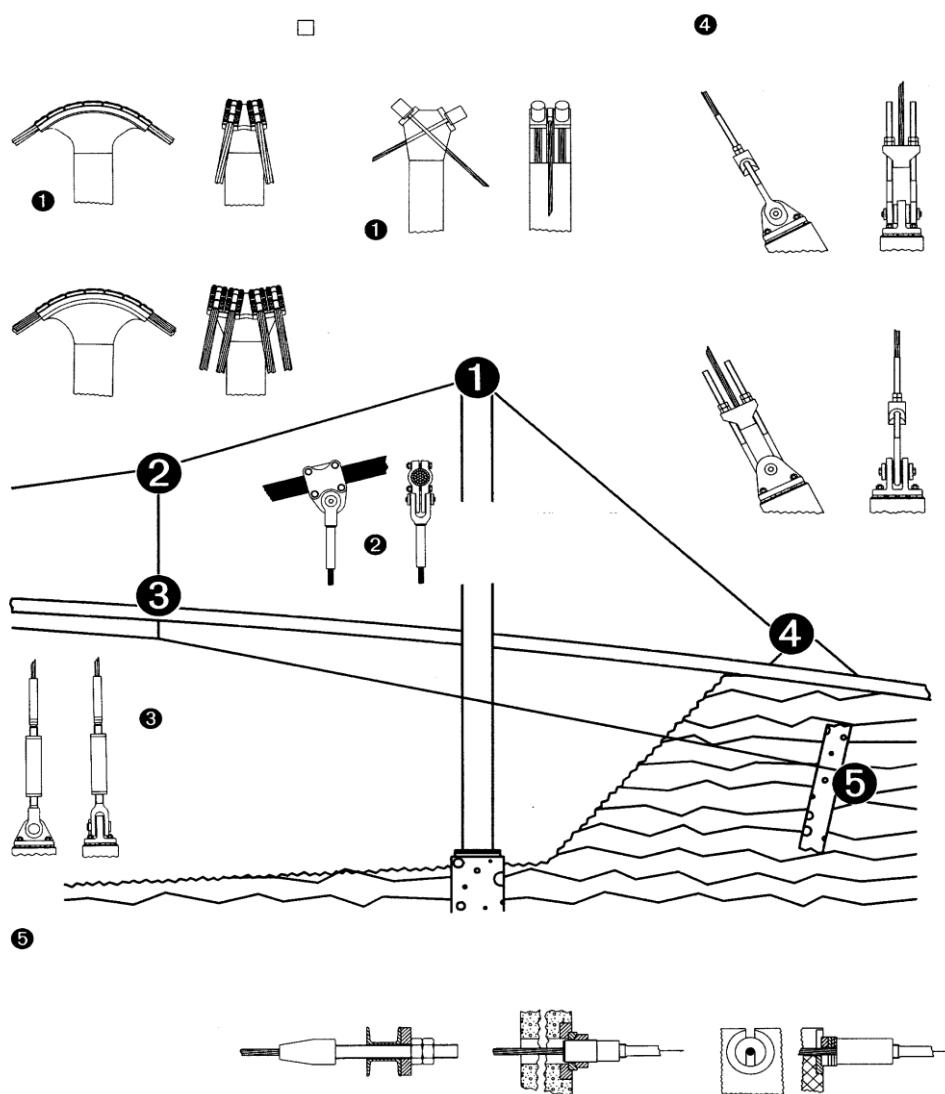
- [1] K. Fresl, P. Gidak, R. Vrančić: *Poopćene minimalne mreže u oblikovanju prednapetih konstrukcija od užadi*, Građevinar 65(2013)8, str. 707-720
- [2] J. Dvornik, D. Lazarević: *Prednapete gipke konstrukcije od užadi i tkanine*, Građevinar 47(1995)4, str. 185-199.
- [3] R. Vrančić: *Iteracijska primjena metode gustoća sila u oblikovanju konstrukcija od užadi*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, 2014, rad nagrađen Nagradom Rektora Sveučilišta u Zagrebu
- [4] S. Šajn: *Prednapete konstrukcije od užadi*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, 2013., završni rad
- [5] N. Smokrović *Metoda gustoće sila*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, 2011., završni rad
- [6] <http://www.biokovo.hr/> - Biokovo commerce, slike iz asortimana čelične užadi
- [7] B. Maurin, R. Motro: *Investigation of minimal forms with conjugate gradient method*, International Journal of Solids and Structures, 38 (2001), pp. 2387-2399
- [8] J. Dvornik, D. Lazarević: *Viseće konstrukcije od platna i užadi*, Građevinski godišnjak (1997), Hrvatsko društvo građevinskih inženjera, Zagreb.
- [9] H. J. Schek: *The force density method for form finding and computation od general networks*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3 (1974), pp. 115-134.
- [10] D. Dujmović: Separat 4: *Viseće konstrukcije*; Metalne konstrukcije 3, Građevinski fakultet u Zagrebu, 2015.
- [11] K. Gabrić : *Konstrukcije od užadi*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, 2014., završni rad

Prilog: Neki detalji uobičajenih visećih konstrukcija

(iz [10])

VISEĆI MOST

1. Oslonac glavnog kabela na pilon – 'sedlo'; Priključak glavnog kabela na glavu pilona
2. Priključak vješaljke na glavni kabel
3. Priključak vješaljke na kolničku konstrukciju
4. Priključak zateznog kabela na sidreni temelj; sa otvorenom priključnom pločom; sa zatvorenom 'U' priključnom pločom
5. Varijante priključaka zateznog kabela na temelj



DVOSTRUKA MREŽA OD KABELA

1. Priklučak mrežne konstrukcije na krajnji kabel
2. Priklučak kabela sa čvornom pločom
3. Priklučak zateznog kabela na pilon
4. Vijčana spona za povezivanje kabele
5. Priklučak zateznog kabela na temelj

