

Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet

ZAVRŠNI RAD

Konstrukcije od platna

Jelena Vukadin

Mentor: prof. dr. sc. Krešimir Fresl

Zagreb, rujan 2021.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. CRTICE IZ POVIJESTI.....	2
3. MATERIJALI.....	3
3.1. O tkaninama.....	5
3.2. Svojstva i karakteristike.....	7
3.3. Platno i mreža kao konstrukcija.....	8
4. POSTUPAK PROJEKTIRANJA I IZGRADNJE.....	9
4.1. Nalaženje oblika.....	9
4.2. Proračun konstrukcije.....	11
4.3. Krojenje i izrada radioničkih nacrt.....	11
5. O MINIMALNIM PLOHAMA.....	14
6. OBLIKOVANJE PREDNAPETIH MREŽA PRIMJENOM METODE GUSTOĆA SILA.....	16
7. USPOREDBA HIPARA S MREŽOM PREDNAPETIH KABELA.....	17
8. USPOREDBA MINIMALNE PLOHE S MINIMALNOM MREŽOM.....	25
9. ZAKLJUČAK.....	29
SAŽETAK.....	30
ABSTRACT.....	30
POPIS SLIKA.....	31
LITERATURA.....	32

1. UVOD

Zahvaljujući napretku znanosti te rapidnom razvoju tehnologije, posljednjih se godina intenzivno razvijaju *lagane konstrukcije* koje će udovoljiti zahtjevima ključnim za svladavanje velikih raspona. Podrazumijevaju različite tipova konstrukcija: vlačne konstrukcije, ljske, složenice (eng. *folded plates*), rebraste kupole (eng. *grid domes*), kabelske kupole (eng. *cable domes*), *tensegrity* konstrukcije [1]. Temeljno obilježje svih navedenih tipova konstrukcija je kontinuirana, prostorno zakrivljena ploha [2]. Nosivi elementi kao što su platno ili kabeli, koji tvore vlačnu konstrukciju, moraju formirati specifični geometrijski oblik koji osigurava isključivo vlačni prijenos sila. Sile vanjskih djelovanja prenose se isključivo napetošću membrane, odnosno kabela. Nedvojbeno je riječ o nekonvencionalnim građevinama.

Konstrukcije od platna su vlačne konstrukcije čiji je osnovni sustav membrana koja tvori trodimenzionalnu površinu. Građena je od strukturne tkanine čija je baza tkano platno, obloženo s obje strane. Zajedno s veličinom prednapona, oblik membrane određuju iznos i razdioba naprezanja i pomaka za zadano opterećenje [3]. Za razliku od konvencionalnih građevina, konstrukcije od platna mogu pokriti vrlo velika područja bez potpornih stupova. To ih čini osobito prikladnima za zgrade sportskih stadiona, fakulteta, gledališta, trgovačkih centara, prijevoznih čvorova itd. Mogu se relativno brzo izgraditi te mogu biti premještene, što ih čini pogodnima za privremenu uporabu. U prošlosti su povezane sa zdanjima poput cirkuskih šatora ili za vojnu namjenu. Najčešće se koriste kao krovni sustavi, nadstrešnice ili kao dekorativne komponente.

Jedne od prvih ljudskih građevina bili su šatori. Iako vlačne konstrukcije, malo se znalo o analitičkom modeliranju njihova ponašanja pod opterećenjem. Konstrukcije od platna su danas često nazivane „modernim šatorima“. Glavna karakteristika vlačnih konstrukcija (time i konstrukcija od platna) je optimalno iskorišten materijal. Vlačne konstrukcije prenose opterećenje samo vlačnim silama u svim presjecima, pa je materijal potpuno iskorišten [4]. Izložen je utjecaju membranskih sila, a pošteđen momenata savijanja. Iako apsolutno ekonomski optimalne u smislu utroška materijala, karakterizira ih i mala toplinska masa, odnosno zahtjevnija izolacija te je vjerojatniji kraći vijek trajanja u usporebi s konvencionalnim građevinama.

Zadnjih nekoliko desetljeća ubrzano raste broj i područje primjene vlačnih konstrukcija. Razvoj istih potaknut je razvojem materijala i tehnika projektiranja, što budi zanimanje inženjera koji žele sudjelovati u projektiranju i izvođenju ovih konstrukcija. U projektu vlačnih konstrukcija usko su povezani oblik i ponašanje konstrukcije te odabrani materijali i znanje o proizvodnji istih.

Istražuju se i izrađuju materijali za posebne namjene s ciljanim, unaprijed odabranim svojstvima. Takvi su materijali u početku proizvodnje vrlo skupi. Međutim, s vremenom se postupci izrade usavršavaju, pa proizvodi dobivaju ujednačenu kvalitetu i prihvatljivu cijenu. U nastavku je dan osvrt na tkanine čiju primjenu je moguće očekivati u budućnosti.



Slika 1: Skysong na ASU kampusu, Scottsdale, AZ, SAD [5]

2. CRTICE IZ POVIJESTI

Podrijetlo *konstrukcija od platna* može se pratiti više od 44 000 godina unazad do ledenog doba i Sibirske stepe, gdje su pronađeni ostaci jednostavnih skloništa izrađenih od životinjske kože raširene između štapova. Konstrukcije od platna su se prvotno razvijale u područjima s nezahvalnim klimatskim uvjetima koja su oskudjevala materijalima ili su za preživljavanje zahtjevala mobilnost [6].

Tijekom mnogih stoljeća, šator, čija je svrha nekada bila isključivo funkcionalna, evoluirao je u konstrukciju čija je namjena bila, gotovo u potpunosti, u rekreacijske svrhe.

Arhitekt Frei Otto započeo je iscrpna istraživanja strukturalnih principa koji stoje iza nove generacije konstrukcija od platna. Na koncu, njemu zahvaljujemo izvanredan razvoj modernih građevina koje uglavnom povezujemo s konstrukcijama od platna kao što su krov Hajj terminala u zračnoj luci Jeddah, Milenijska kupola i međunarodna zračna luka Denver.

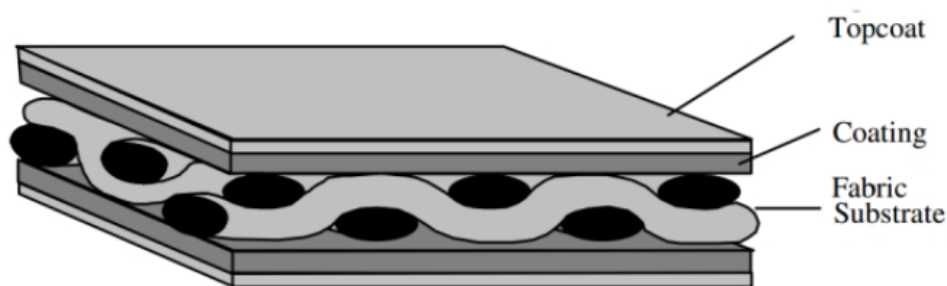
3. MATERIJALI

Najstarije tkanine nastale su od jednostavnih membrana životinjskoga ili biljnoga podrijetla. Kasnije su membrane izrezivane na trake i isprepletene kako bi tvorile veće, praktičnije tkanine. Razvoj metoda stvaranja strukturne tkanine te krojenja platna uznapredovao je i obećao proizvodnju današnjih fleksibilnih, kontinuiranih vlakana povećane čvrstoće.

Platna s premazima su najčešće korišteni materijali za lagane konstrukcije velikih raspona u tekstilnoj arhitekturi. Sastoje se od tkanih niti raspoređenih ortogonalno, paralelno ili su međusobno isprepletene.

Neobrađeno platno se obrađuje dodatnim slojevima, premazuje specijalnim pastama i sve to u svrhu zaštite platna od štetnih vanjskih djelovanja. U graditeljstvu se najviše koriste dva tipa materijala:

- poliesterska platna s PVC premazom i
- platna velike čvrstoće sa staklenim vlaknima i PTFE (teflon) ili silikonskim premazom.



Slika 2: Detalji strukturnoga platna [4]

Pamuk je bio prvi materijal koji je imao značajniju strukturnu čvrstoću, no moderne strukturne tkanine obično se stvaraju pomoću poliestera obloženog PVC-om ili stakla presvučenog PTFE-om.

Fluoropolimerni i poliolefinski premazi poliesterskih platna, premazana fluoropolimerna platna i PVC-om premazana aramidna platna manje se koriste. Ovisno o veličini sila koje se prenose u platnu, grupa materijala se specificira prema tipu vlakana, tkanju i vrsti premaza.

Glavna prednost PET vlakana je dimenzijska stabilnost u odnosu na djelovanja kemijskih i fizičkih utjecaja. Takva platna ne trunu i ne propadaju. PET spada u grupu djelomično kristalizirane termoplastike i počinje se otapati pri temperaturi 265°C. Iznad te temperature postaje mekan i ima viskozna svojstva.

Završni premazi zaštitnih fluoriranih polimernih lakova (PVDF) nanesenih na poliester presvučen PVC-om olakšavaju „čišćenje“ i pružaju dodatnu zaštitu. U prosječnim klimatskim uvjetima vijek trajanja tkanine je 15 do 20 godina ili oko 5 godina manje na mjestima gdje je velika izloženost sunčevoj svjetlosti [7].

Staklena tkanina presvučena PTFE-om je skuplja, ali je čvrsta i izdržljiva te može imati vijek trajanja od 30 do 50 godina. Prednost su joj „samočišćenje“ i rijetke intervencije kada je u pitanju održavanje konstrukcije.

U novije vrijeme razvijeni su materijali visokih performansi, poput stakla obloženog silikonom, tkanih PTFE vlakana, ETFE folija, laminiranih otvorenih tkanja i izoliranih materijala s promjenom faza. Međutim, poliester obložen PVC-om i staklo presvučeno PTFE-om ostaju industrijski standardi [6].

Ove vlačne tkanine (strukturne membrane, arhitektonske tkanine) dostupne su u širokom rasponu debljina, čvrstoća, boja i prozirnosti.



Slika 3: Aerodrom u Jeddahu, Hajj terminal [8]

3.1. O tkaninama

Tkanine se izrađuju od niti, najčešće postavljenih i isprepletenih u dvama okomitim smjerovima. Brojne su prirodne i sintetičke sirovine od kojih se izrađuju tkanine. Imaju razmjerno veliku krutost prilikom istezanja u smjeru vlakana, ali mnogo manju u kosim smjerovima. Naime, sustav niti koji u nedeformiranom stanju čini kvadratnu ili pravokutnu mrežu, gotovo uopće ne pruža otpor posmičnom deformiranju kvadrata u romb ili pravokutnika u romboid. Budući da posmično naprezanje možemo prikazati ekvivalentnim tlačnim i vlačnim naprezanjima, u tkanini okomito na tlačne trajektorije nastaju nabori jer materijal nije u stanju preuzeti tlačnu silu. Kritična sila izvijanja vlakna je jednaka nuli.



Slika 4: Detalji platna krovinskog sustava aerodroma Jeddah, Hajj terminal [8]

Različita platna imaju i različita svojstva (mehanička, optička, termička, hidroizolacijska, magnetska, električna, kemijska i ostala). Imaju razne namjene te pružaju i različit estetski ugođaj. U konstruktorskom inženjerstvu upotrebljavaju se isključivo tkanine od sintetičkih materijala.

Membranske konstrukcije sustava aktivnog oblika obično su sastavljene od nosivih elemenata različitih vrsta materijala, konstrukcijskih elemenata i geometrije. Predstavljaju spoj površinskih i linijskih rubnih elemenata. Oba tipa elemenata počinju nositi opterećenje kad poprime određeni oblik te pritom trebaju ispunjavati određene tehničke uvjete. Moraju ispunjavati osnovne zahtjeve za građevinu: moraju biti otporne na kemijske i biološke štetne utjecaje i skoro negorive u slučaju požara, moraju se prilagoditi posebnim zahtjevima težine i

ravnoteže i svim zahtjevima čvrstoće i krutosti te omogućiti raspodjelu naprezanja koja se poklapa s uvjetima vanjskog opterećenja.

Za membrane kao površinski nosive elemente, danas su najčešće dostupne dvije grupe materijala:

- Kompozitni tekstilni materijali: platna s premazima i bez premaza sa sintetički dobivenim vlaknima, koja se nazivaju tehnički tekstili
- Fluorokarbonatni polimeri kao ekstrudirani premazi, koji se opisuju kao tehničke plastike.

Poznavanje proizvodnje i svojstava materijala je, uz dimenzije, ključno za projektiranje membranskih konstrukcija željenog izgleda i funkcionalnosti.

Membranske površine stabiliziraju se pomoću zatvorenih rubova linijskim elementima kako ne bi došlo do nepoželjnih pomaka konstrukcije. Vlačne sile koje djeluju u ravnini membrane prenose se na potpurnu konstrukciju, gdje se dalje prenose do temelja.

Fleksibilni linijski vlačni elementi se mogu ugrađivati kao rubni detalji površine membrane. Postoje dva načina na koja rubni detalj površine membrane može biti riješen pomoću linijskih elemenata: ugradnja linijskih elemenata kao ojačanje rubu ili ugradnja linijskih elemenata za izravni prijenos rubnih opterećenja tangencijalno na zakrivljenost ruba površine membrane (fleksibilni rub). Obično su građeni od čeličnih žičanih užadi, trakasto oblikovanih tekstilnih remenja i keder sajle.

Tekstilna platna s premazima sastoje se od tri sloja sintetičkih polimera. Zadovoljavaju zahtjeve površinskih konstrukcija velikih raspona i najčešće su korišteni materijal u tekstilnoj gradnji.

Fluoroplastike izrađuju se u obliku tankog sloja (filma, folije). Skoro su prozirne te su sve popularnije u tekstilnoj arhitekturi. U odnosu na tekstilna platna s premazima, manja im je relativno mala čvrstoća, pa se koriste samo za manje raspona [7].

3.2. Svojstva i karakteristike

Konstrukcije od platna su strukturno nosive i stabilne zahvaljujući dvostrukoj zakrivljenosti. Ploha dvostuke zakrivljenosti može biti :

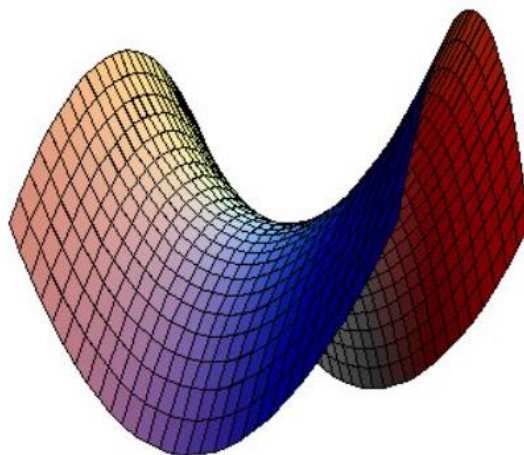
- Antiklastična (sedlasta) – dvije osi tkanine se savijaju u suprotim smjerovima.
- Sinklastična (u obliku kupole) – dvije osi tkanine krivudaju u istom smjeru.

Membrana predstavlja plohu oslonjenu na minimalno četiri točke. Konkretno, kod konstrukcija od platna jedna od četiri točke mora biti izvan ravnine određene preostalim trima točkama kako bi ploha bila dvostruke zakrivljenosti (antiklastična, sedlasta ploha).

Tkanina može biti vrlo tanka (čak 1 mm), a vlačna sila na koju se konstrukcija osigurava kako bi ostala stabilna pod opterećenjem može biti velika, pa stoga potrebna potporna konstrukcija može biti značajna za prijenos opterećenja na temelje.

Prenapete mreže kabela i membrane karakterizira međudnos geometrije i raspodjele naprezanja. Zahvaljujući vezi između oblika i distribucije sila, nemoguće je projektirati vlačne konstrukcije izravno. Geometrija vlačnih konstrukcija nije poznata prije proračuna, već mora slijediti stroga pravila. Važno je minimiziranje savijanja, odnosno minimiziranje deformacijske energije, a ne težine, kao što naziv „lagane konstrukcije“ implicira [9].

Nelinearno, dinamičko ponašanje arhitektonskih materijala može se modelirati pomoću specijaliziranog softvera za pronalaženje oblika (kreiranje numeričkoga modela). Projektantima je omogućeno mijenjanje elemenata, rubnih uvjeta i geometrije dizajna te brzo određuju najučinkovitije strukturno rješenje. Softver se također može koristiti za generiranje uzoraka rezanja za automatsko rezanje komponenti od tkanine u svrhu stvaranja željene forme. O numeričkome modelu će biti govora u nastavku.



Slika 5: Hiperbolički paraboloid, primjer plohe dvostruke zakrivljenosti

[10]

3.3. Platno i mreža kao konstrukcija

„Osmisliti konstrukciju znači povezati znanje s intuicijom i iskustvo s maštom radi otkrića učinkovitog i izvorno oblikovanoga statičkog sistema.“ – Jörg Schlaich

Projektiranje vlačnih konstrukcija zapravo je potraga za kompromisom između dvaju oprečnih uvjeta koje valja zadovoljiti.

S jedne strane, sile prednaprezanja moraju biti što manje zbog osjetljivosti tanke užadi i platna, jednostavnog načina spajanja, manjih lokalnih sila i detalja sidrenja, te lakše komplementarne konstrukcije.

S druge strane, moraju biti dovoljno velike kako pri djelovanju vanjskog opterećenja, osobito dinamičkoga djelovanja vjetra, konstrukcija ne bi olabavila. Kada se u nekom elementu zbroje sile prednapinjanja i vanjskog opterećenja, rezultat je tlačna sila koju uža ili tkanina ne mogu preuzeti. Jasno je kako sila mora iščeznuti iz elementa, a prijenos opterećenja biti riješen na drugi način.

Ako se membrana izravno oslanja na pylon, javlja se koncentracija naprezanja na malom dijelu površine. Treba predvidjeti krutu kapu na vrhu piona ili primjenom užadi posredno osloniti membranu. Singularni ležaj treba izbjegavati kod membrana, dok je isti kod mreža regularan detalj.

Pri izvedbi viseće konstrukcije potrebno je mjeriti koordinate i uskladiti ih s proračunatima, a s ciljem smanjenja pogrešaka koje nastaju zbog razlike između računске i ostvarene sile u užetu, trenja između užadi, ekscentričnosti čvorova, gubitka prednapona, popuštanja spojeva, raznih grešaka u izvedbi, deformacije komplementarne konstrukcije i mnogih drugih utjecaja koje nije moguće unaprijed dovoljno točno uzeti u obzir [11].

4. POSTUPAK PROJEKTIRANJA I IZGRADNJE

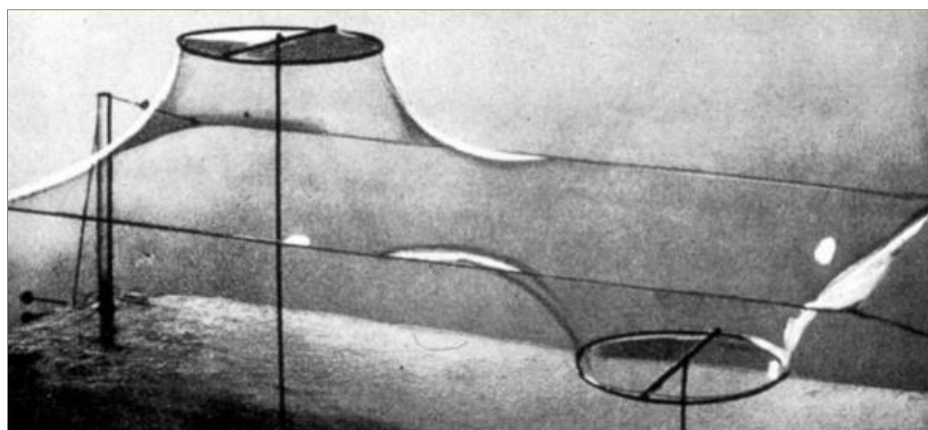
Iako jednostavne izgledom, jednostavnim se ne bi moglo nazvati i oblikovanje membranskih konstrukcija. Složenost projektiranja je posljedica geometrijske nelinearnosti i promjene oblika uzrokovane djelovanjima ili relaksacijom vlačnih elemenata. Početni oblik konstrukcije rezultat je preliminarnog statičkog proračuna poznatog kao *nalaženje oblika*. Isti osigurava svakoj točki konstrukcije ravnotežni položaj, što se postiže prednapinjanjem vlačnih elemenata. Cilj je ostvariti arhitektonski atraktivan, a s druge strane statički učinkovit oblik membranske konstrukcije što se postiže aktivnom suradnjom arhitekata, projektanata, izvođača, proizvođača materijala itd.

Proces projektiranja sadrži tri glavne faze:

- a. nalaženje oblika,
- b. proračun konstrukcije te
- c. krojenje i izradu radioničkih nacрта.

4.1. Nalaženje oblika

Nalaženje oblika (engl. *form finding*) je temelj projektiranja membranskih konstrukcija. Frei Otto, njemački građevinski i arhitektonski inženjer, 60-ih godina prošloga stoljeća uvodi fizikalni model kao metodu određivanja ravnotežnog oblika. Problem traženja oblika je usko povezan s određivanjem minimalnih ploha o kojima će se, u nastavku rada, više govoriti. Eksperimentalno se takva ploha može dobiti kao opna od sapunice između zadanih rubnih uvjeta. Opna od sapunice je ploha s minimalnom potencijalnom energijom. Između zadanih rubnih uvjeta, opušta se i zadržava oblik kojim se minimizira unutarnje vlačno naprezanje. Otto razvija, po uzoru na fizikalni model gdje je minimalna ploha dobivena kao opna od sapunice, tehniku upotrebe tankih žica i malih spajalica za traženje ravnotežnog oblika, s ciljem što preciznijeg određivanja koordinata točaka dobivene plohe.



Slika 6: Minimalna ploha dobivena kao opna od sapunice [12]

Fizikalni modeli se koriste u raznim fazama izrade projekta, ne samo kao početna vizualizacija ravnotežnoga oblika, iako im je to danas osnovna svrha. Prije intenzivnoga razvoja znanosti i tehnologije, bili su jedini način traženja oblika iako praćeni brojnim manjkavostima od kojih je bitno istaknuti očitavanje koordinata točaka dobivene plohe. Primjena znanja o svojstvima konstrukcije, skupljenih proučavanjem fizikalnoga modela, na stvarnu konstrukciju može rezultirati velikim greškama.

Traženje oblika provodi se u dvije faze. Prva faza je izrada fizikalnoga modela za zadane rubne uvjete služeći se jednom od metoda *form finding*-a (opna od sapunice, rastezljiva tkanina ili rastezljive niti). Kada je dobiven željeni oblik, slijedi druga faza u kojoj se formira numerički model.

Među brojnim projektima Frei Otta, definitivno se ističe revolucionarna konstrukcija minhenskog Olimpijskog stadiona. Prva je to konstrukcija na koju je primijenjena numerička metoda u svrhu nalaženja oblika. Predstavlja prekretnicu između fizikalnih modela praćenih jednostavnim ručnim 2D analizama i modernoga doba računalnoga modeliranja vlačnih konstrukcija, njihove 3D analize i krojenja [13]. Zbog netolerancije pogreški prilikom očitavanja s fizikalnoga modela, projektanti spomenutoga projekta ostvarili su veću točnost pomoću analitičkih rješenja što je dovelo do razvoja prvog softvera namijenjenog isključivo analizi vlačnih konstrukcija. Dakle, u drugoj fazi traženja oblika se koriste specijalizirani računalni programi [9].

Nalaženje oblika analizom numeričkoga modela rezultat će:

1. optimalnim oblikom konstrukcije, tj. stabilnom minimalnom plohom, ili
2. oblikom konstrukcije koja je u stanju statičke ravnoteže, s tim da naprezanja ne moraju biti ista u svim elementima mreže i u svakom smjeru.

Prilikom traženja oblika, u obzir se ne uzimaju vanjska djelovanja, ali se nanosi početno prednapinjanje kojim se kontrolira, i po potrebi mijenja, početni oblik te se osigurava postojanost vlačnih naprezanja i prevenira gubitak vlačnih naprezanja odnosno nestabilnost konstrukcije. Dobiveni oblik membrane s kojim se nastavlja proračun konstrukcije, funkcija je omjera naprezanja u glavnim smjerovima platna i rubnih uvjeta.

Odabir ležajnih točaka definira oblik konstrukcije. Geometrija ležajnih točaka uz definirani prednapon upućuje na određeni ravnotežni oblik. Kada su zadani rubni uvjeti konstrukcije i distribucija unutarnjih, prednaponskih sila, postoji *samo jedna* ploha koja je u svakoj točki u ravnoteži pod zadanim uvjetima. Oblik baš te plohe određuje se matematičkim postupkom zvanim traženje oblika. Ploha koja je rezultat navedenog postupka je dvostruke zakrivljenosti (engl. *doubly curved surface*). Takva ploha nema mogućnost razmotavanja u ravninu bez

deformiranja, pa kao takva zahtijeva posebne metode i procese proizvodnje elemenata vlačnih konstrukcija (sedlasta ploha).

4.2. Proračun konstrukcije

U procesu projektiranja, nakon pronalaska prihvatljivog oblika slijedi proračun konstrukcije, u kojemu se u obzir uzimaju vanjska djelovanja. Ista se nanose na početni oblik dobiven u prvoj fazi projektiranja. Proračun membranskih konstrukcija, zbog fleksibilnosti membrane i prostorne zakrivljenosti, nije obuhvaćen europskom normom. Kruti dio konstrukcije, na koji se oslanja vlačna konstrukcija, proračunava se po pripadajućim normama Eurokod, ovisno radi li se o drvu, čeliku ili aluminiju.

Uz prednapinjanje, djelovanja koja uzimamo u obzir odgovaraju djelovanjima na konvencionalne građevine. Sastoje se od opterećenja izazvanih vjetrom, pokretnog opterećenja (kiša, snijeg), a sva se ta opterećenja kombiniraju s prednaponom i vlastitom težinom. Membranske su konstrukcije osjetljive na nejednoliko raspodijeljeno opterećenje, a točno određivanje opterećenja je zahtjevno zbog fleksibilnosti površine. Obzirom da norma ne postoji, veliku ulogu u projektiranju ovih konstrukcija imaju iskustvo i ispitivanja na fizikalnim modelima.

Vlastita težina najmanje utječe na ponašanje membranskih konstrukcija. Upravo zahvaljujući maloj težini mogu savladati velike raspone, o čemu je bilo govora u uvodu. Najznačajnije stalno opterećenje je prednapon. Veliki utjecaj na ponašanje konstrukcije imaju vjetar i snijeg. Potrebna je dovoljna veličina prednapona i zakrivljenosti kako se pri djelovanju vjetra ne bi pojavila opuštena mjesta. Temperaturne promjene i potresno opterećenje se ne uzimaju u obzir jer do sada nisu uočeni znatni utjecaji. Koncentrirano opterećenje predstavlja poseban problem, upravo zbog spomenute fleksibilnosti membrane. Zbog toga se moguća točkasta opterećenja kao što su rasvjetna tijela postavljaju na potpornu konstrukciju.

Treba li prednapon uzeti kao opterećenje ili kao svojstvo krutosti pri provjeri graničnih stanja nosivosti i uporabljivosti? – odgovor na pitanje valja ostaviti inženjeru jer projektiranje membranskih konstrukcija uvelike ovisi o iskustvu i osobnoj procjeni inženjera.

4.3. Krojenje i izrada radioničkih nacрта

Ploha dobivena postupkom traženja oblika nema mogućnost razmotavanja u ravninu bez deformiranja i kao takva zahtijeva posebne metode i procese proizvodnje elemenata vlačnih konstrukcija.

Kako bi se platnene mreže mogle koristiti kao nosivi elementi, moraju biti podijeljene u trake. Iste se izrezuju i spajaju u skladu s geometrijskim i konstrukcijskim zahtjevima projektiranja kako bi se dobio željeni izgled platnene membrane koji je u skladu s postavljenim zahtjevima.

Utvrđivanje trodimenzionalnih šablona za rezanje s određivanjem rasporeda traka i dimenzioniranjem pojedine trake membranske površine zove se *krojenje* (engl. *patterning*), a ovisno je o obliku i površini koja se treba dobiti [14].

Oblik ravnoteže zakrivljene površine membrane, proračunate i eksperimentalno ispitane, mora biti podijeljen na dvodimenzionalne pojedinačne trake, projicirane na ravninu, koje se potom mogu rezati (radionički nacrti). Kako bi se geometrijske površine matematički mogle razviti iz trodimenzionalnog oblika u dvodimenzionalne površine, njihova Gaussova zakrivljenost u svakoj točki mora biti jednaka nuli. Zakrivljene konstrukcije, koje same nalaze svoju formu, uvijek imaju negativnu Gaussovu zakrivljenost i stoga se ne mogu razviti iz trodimenzionalnog oblika u dvodimenzionalni. Kako bi se proizveli dvodimenzionalni dijelovi, razlike u duljinama nastale zbog matematički–geometrijskih ograničenja moraju se nadoknaditi kroz proračun krojenja, a koji se bazira na deformacijskim svojstvima materijala.

Ključno je odabrati veličinu tkanine. Teži se smanjiti veličinu platna kako bi iskrivljenje bilo što manje, a s druge strane, treba minimizirati količinu otpada platna. Ako je u pitanju odabir više manjih traka, bit će više šavova koji predstavljaju linije diskontinuiteta. Nasuprot, odabir manjeg broja velikih traka rezultirat će povećanjem zakrivljenosti te će dovesti do mogućnosti pojave nabiranja tkanine iako će biti manje šavova, što znači i manje linija diskontinuiteta.

Izrezani komadi platna po izradi se spajaju lijepljenjem ili varenjem kako bi se dobio trodimenzionalni oblik konstrukcije.

Glavni nosivi smjer površine membrane je smjer najvećih deformacija. Osnova u tkanom platnu ima veći modul elastičnosti nego ispuna te je veća vlačna čvrstoća u duljem smjeru platna. Stoga treba osnovu položiti u glavnom nosivom smjeru jer se u tom slučaju može očekivati manji progib uslijed opterećenja. Druga prednost takvog izgleda trake je što slabiji šav ne mora nositi najveće moguće naprezanje u poprečnom smjeru.

Raspodjela traka u glavnom nosivom smjeru može biti paralelna, radijalna ili kombinacija tih dviju vrsta raspodjela. Površina membrane s paralelno raspoređenim trakama obično daje dobru raspodjelu naprezanja. Za radijalne šablone je potrebno više materijala i teže su za dimenzioniranje i kompenziranje.

Povećanjem krutosti se smanjuju deformacije te je jasno kako je materijal vrlo važan faktor u određivanju izgleda traka. Cilj je izabrati izgled traka čije će izrezivanje dati najmanji posmik.

Povećanje zakrivljenosti površine izravno je povezano s načinom izrezivanja pojedinih traka i podjelom membrane na trake. Vrlo zakrivljene površine imaju pozitivan utjecaj na nosivost, ali otežavaju postupak krojenja. Kada je površina jako zakrivljena, a materijal krut, potreban je precizan proračun krojenja kako bi se postigla jednolika raspodjela naprezanja u površini

membrane. Što je površina više zakrivljena i što su trake dulje, to će biti veći posmik, što se tada mora kompenzirati s proračunom. Pogodnija raspodjela naprezanja se može postići većom zakrivljenošću površina te kraćim i užim trakama. Odnos „širina – duljina“ je vrlo važan kod prijenosa opterećenja.

Kako se razlike u duljinama mogu kompenzirati samo na uglovima izrezanih traka, materijal na područjima uglova mora prihvatiti potencijalno velike posmike i smicanje između osnove i ispune, tj. kutno izvrtnje. S većim širinama traka, takva se naprezanja mogu očekivati u područjima uglova zbog nedovoljnog materijalnog kapaciteta. Na takvim se mjestima moraju provesti mjere ojačanja.

Preopterećenje u područjima uglova može se smanjiti smanjenjem pojedinačnih traka, no to može biti vrlo problematično. Rasporedom dvostrukih ili trostrukih traka u uglovima može se dosta smanjiti pojava neželjenih naprezanja na mjestima uglova.



Slika 7: Konstrukcija od platna kao krovni sustav toplica u Bad Wildbadu, Njemačka [15]

5. O MINIMALNIM PLOHAMA

Problem traženja oblika blisko je povezan s određivanjem minimalnih ploha. *Minimalna ploha* je definirana kao ploha čija je srednja zakrivljenost jednaka nuli. Na takvoj su plohi naprezanja jednaka u svakoj točki i u svim smjerovima tangencijalne ravnine. Ima najmanju površinu od svih ploha koje zadovoljavaju iste rubne uvjete. Minimalne plohe dobiju se minimalizacijom površine za dane rubne uvjete. Zadovoljavaju Lagrangeovu diferencijalnu jednadžbu:

$$(1 + f_y^2)f_{xx} + 2f_x f_y f_{xy} + (1 + f_x^2)f_{yy} = 0$$

Kod ploha koje imaju relativno male visinske razlike, prve derivacije daju male iznose ($f_x \approx 0, f_y \approx 0$) pa ne utječu bitno na Lagrangeovu jednadžbu. Ako se zanemare ti članovi, Lagrangeova jednadžba aproksimira se Laplaceovom:

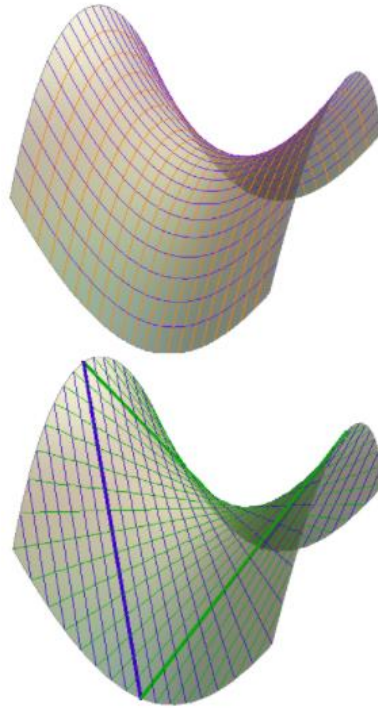
$$f_{xx} + f_{yy} = 0$$

Kod ploha koje imaju relativno velike visinske razlike, ti članovi nisu zanemarivi.

Minimalna ploha vrlo je povoljan oblik za prednapete membranske konstrukcije. Osnovna je prednost uniformno naprezanje, odnosno naprezanje jednako u svim točkama i u svim smjerovima. Dakle, nema kritičnih mjesta na kojima može doći do popuštanja membrane jer nigdje na plohi nema ekstremnih naprezanja. Minimalna ploha po svojoj definiciji zauzima minimum prostora što znači i minimalan utrošak materijala. Oblik deformirane plohe opterećene samo prednaponskim silama ne ovisi o svojstvima materijala, niti o apsolutnom iznosu prednaponskih sila, nego samo o omjeru i razdiobi tih sila. Navedeno implicira kako sile ne smiju biti negativne. Vlačne konstrukcije koje teže obliku minimalne plohe imaju malu ili gotovo nikakvu krutost na tlak i posmik te nema momenta savijanja. Zahvaljujući navedenim karakteristikama jasno je kako je riječ o optimalnim konstrukcijama.

Treba uzeti u obzir kako kod izvođenja uvjeti nisu idealni, tj. često postoje ograničenja i prepreke koje onemogućuju izvođenje minimalne plohe te projektant može mijenjati oblik mijenjajući prednaprezanje u membrani ili kabelima po iznosu i smjeru. Teoretski, to je nemoguće kod minimalnih ploha pa govorimo o aproksimacijama.

Hiperbolički paraboloid (hipar) beskonačna je kvadrika negativne Gaussove zakrivljenosti s dva sustava izvodnica i dvije direkcijske ravnine. U matematičkim klasifikacijama minimalne plohe hipra nema, no u nekim se radovima on tretira kao ista, što je, ukoliko se gleda stroga definicija minimalne plohe, neispravno. Ispravno ga je odrediti kao pravčastu plohu.



Slika 8: Hipar s iscrtanim sustavom parabola (gore) i pravaca (dolje) [16]

Hipar smješten simetrično u odnosu na ishodište ima jednadžbu:

$$z = f(x, y) = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}.$$

Takav hipar, s poluosima a i b , ne zadovoljava Lagrangeovu diferencijalnu jednadžbu. Dakle, nije minimalna ploha.

Istostrani hipar ($a = b$) čija je jednadžba:

$$f(x, y) = c(x^2 - y^2),$$

zadovoljava Lagrangeovu jednadžbu samo za točke u ravninama $y = x$. Kako je $c \ll 1$, za ostale točke, taj izraz teži nuli sve brže što je c manji. Dobivena ploha nije minimalna, ali se u okolini ishodišta i za velike vrijednosti poluosu a ponaša slično minimalnoj. Hipar nije minimalna ploha, ali konačni dio hipra je aproksimira.

U nastavku će biti dana usporedba ravnotežne mreže, koja predstavlja aproksimaciju hipara, s pravčastom plohom zadanom analitičkim izrazom te usporedba minimalne mreže s minimalnom plohom s istim rubnim uvjetima.

6. OBLIKOVANJE PREDNAPETIH MREŽA PRIMJENOM METODE GUSTOĆA SILA

Nalaženje oblika konstrukcije od prednapetih kabela podrazumijeva određivanje početne konfiguracije koja obuhvaća njezin geometrijski oblik i razdiobu prednaponskih sila u kabelima.

Temeljne varijable u nalaženju oblika prednapetih konstrukcija od užadi su topologija i geometrija mreže užadi, geometrijski rubni uvjeti te vrijednosti prednaponskih sila u užadi ili omjeri tih vrijednosti. Geometrijski rubni uvjeti su određeni zadanim koordinatama ležajnih čvorova. Jedan od načina kojim se može utjecati na promjenu oblika mreže je promjena razmještaja i oblika oslonaca, odnosno geometrijskih rubnih uvjeta.

Mreže prednapetih kabela oblikovane su numerički primjenom metode gustoća sila. Ista podrazumijeva opisivanje stanja ravnoteže pomoću sustava linearnih jednadžbi koji se sastavlja pomoću omjera sile i duljine elemenata, nazvanog „gustoćom sila“ u elementima mreže. Jedna vrijednost je pridružena svakom elementu, a rješenje linearnog sustava jednadžbi je jedinstven oblik konstrukcije koji je u ravnoteži.

Metoda gustoća sila temelji se na linearizaciji nelinearnog sustava jednadžbi, a rješenje sustava su koordinate točaka ravnotežne mreže. Jedini potreban podatak prije rješavanja sustava je tzv. gustoća sila svakog elementa.

Ako se promijeni gustoća sila svih elemenata za istu vrijednost, oblik se ne mijenja. Promjenom omjera gustoće sila elemenata, mijenjaju se oblik i rješenje sustava. Postupak se ponavlja dok se ne dobije zadovoljavajući oblik konstrukcije.

Formulacije zadaće nalaženja oblika ovise o tome koje se varijable zadaju, a koje su nepoznanica. Upravo različite formulacije nalaženja oblika bit će prezentirane u nastavku.

Programska podrška

Primjenom metode gustoća sila u traženju oblika prednapetih vlačnih konstrukcija, ravnotežni položaj određivan je numerički. Korišten je program Rhinoceros i Grasshopper (vizualni programski jezik i okruženje unutar Rhinoceros 3D), Heteroptera (podrška za Grasshopper) te matematički softver otvorenog tipa SageMath kojemu je u pozadini programski jezik Phyton.

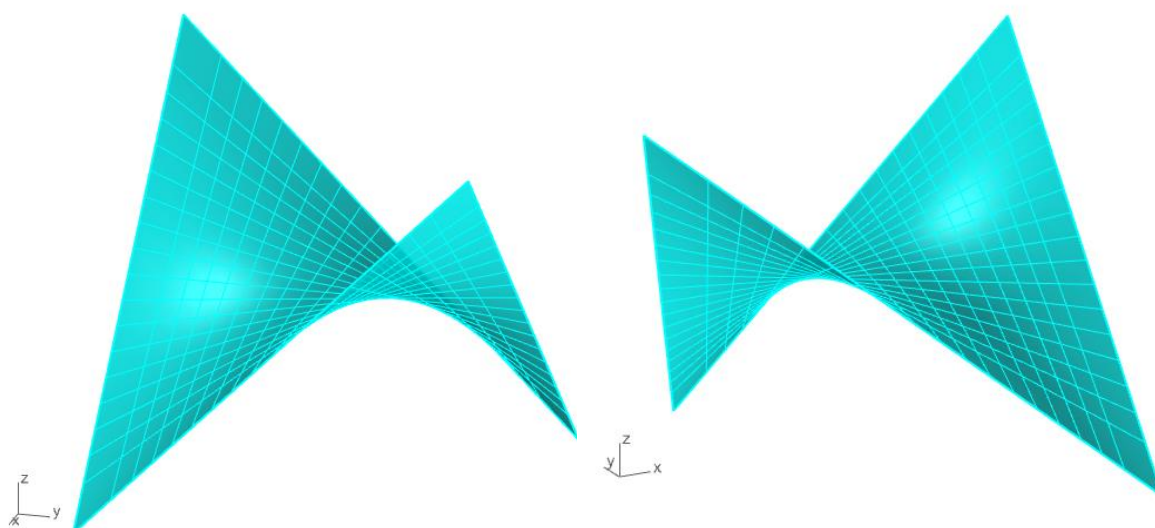
7. USPOREDBA HIPARA S MREŽOM PREDNAPETIH KABELA

Aproksimacije su vršene mrežama tlocrtnih dimenzija 20×20 m. Variran je broj kabela mreže, ali i tlocrtni raster kabela, obzirom da je hipar je po definiciji pravčasta ploha. U sjecištu dvaju kabela nalazi se čvor. Rubni uvjete mreže, odnosno koordinate rubnih čvorova dobivene su pomoću rubnih krivulja plohe na rubovima intervala. Ispitano je o čemu ovisi razina uspjeha pri aproksimaciji plohe mrežom prednapetih kabela.

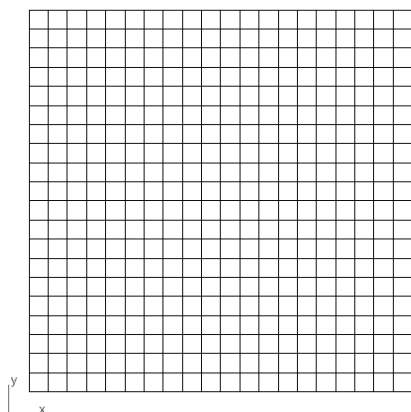
Definirani su unutarnji i rubni kabeli te rubni čvorovi. Rubni čvorovi s novim koordinatama dobivenima pomoću analitičkog izraza za pravčastu plohu hipara na rubovima intervala predstavljaju rubne uvjete za ravnotežnu mrežu koja je uspoređna s pravčastom plohom.

Iz informacija o unutarnjim i rubnim kabelima generirana je mreža. U situaciji kada su svi rubni čvorovi ujedno i ležajni, gustoća sila nema veliki utjecaj na oblik mreže, te je svim elementima dodjeljena jedinična gustoća sila. Dakle, mreže su dobivene proračunom za zadanu vrijednost gustoća sila, bez ponavljanja postupka.

Hipar je pravčasta ploha. Ima dva sustava izvodnica, odnosno svakom njegovom točkom prolaze dvije izvodnice – svaka iz jednog sustava. Zadavanjem rubnih uvjeta, jedan sustav izvodnica predstavljaju kabeli u x smjeru, a drugi sustav kabeli u y smjeru te sve točke na izvodnicama zadovoljavaju analitički izraz za hipar. Čvorovi mreže se nalaze na „sjecištu“ kabela (izvodnica) i odstupanje z koordinata je jednako nuli. Međutim, ako preklopimo hipar i plohu koja aproksimira mrežu, jasno je postoje određena odstupanja.



Slika 9: Hipar

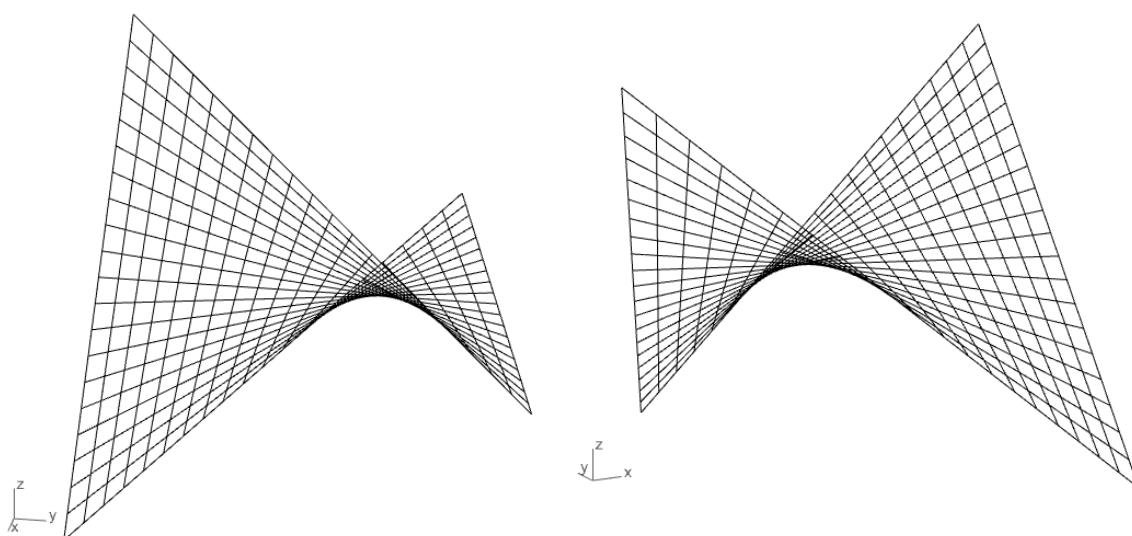


Prvu mrežu (u nastavu Mreža 1) tvori 21 kabel u x smjeru i 21 kabel u y smjeru koji su međusobno udaljeni 1 m.

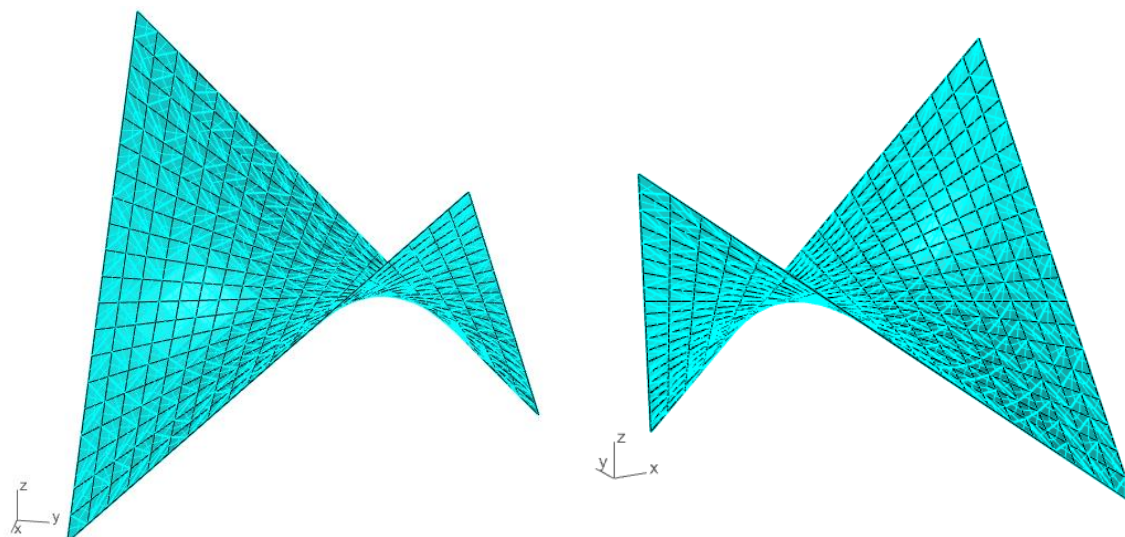
Tlocrt je pravokutnog rastera.

Ukupno ima 441 čvor.

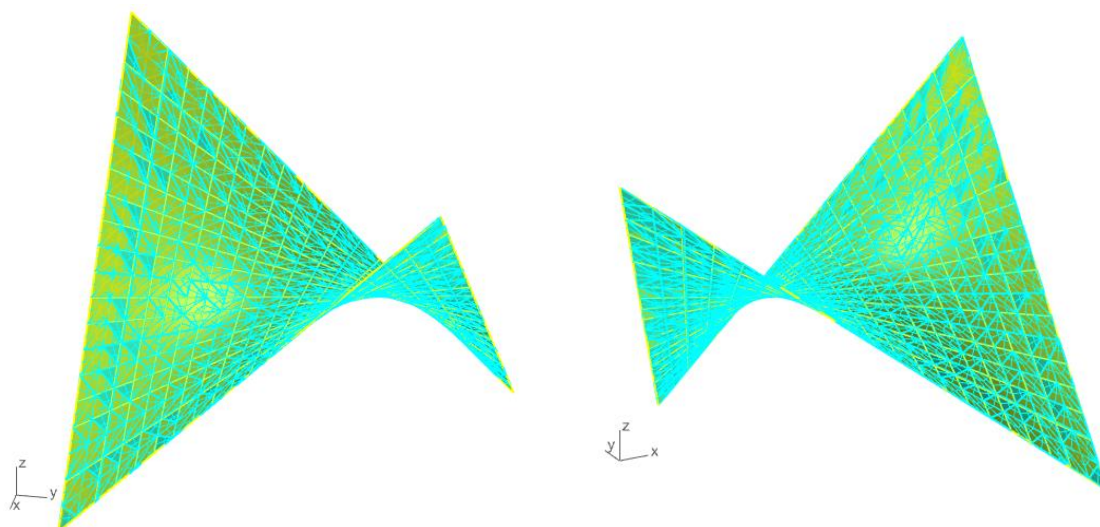
Slika 10: Mreža 1



Slika 11: Ravnotežni oblik Mreže 1



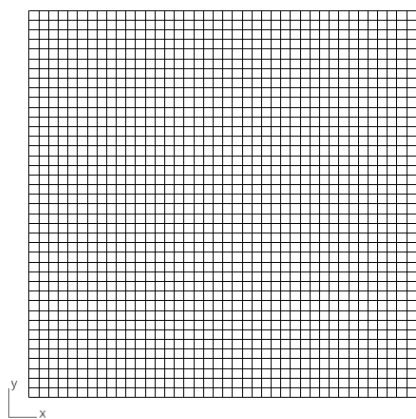
Slika 12: Hipar i ravnotežni položaj mreže se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove



Slika 13: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 1

Razlika volumena:

$$V_h - V_1 = -0,033333$$

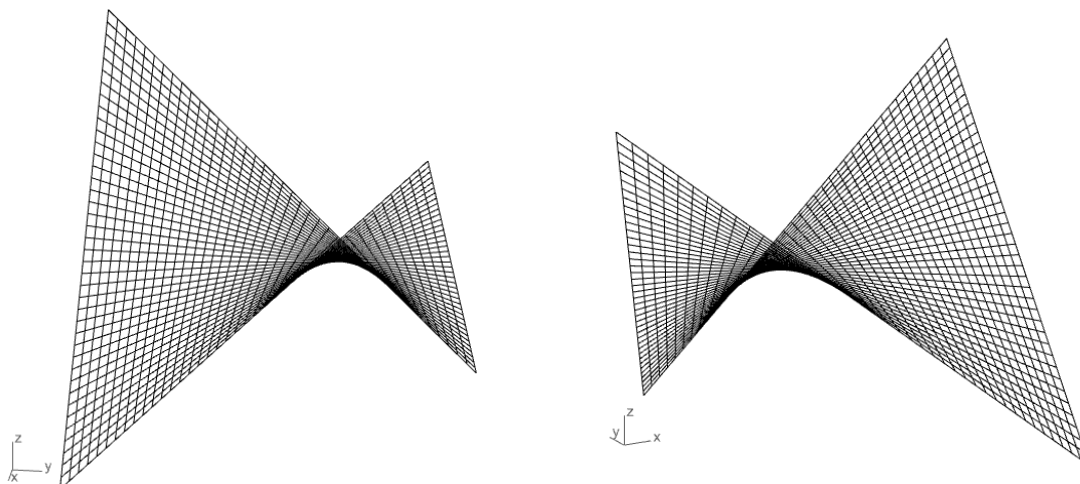


Drugu mrežu (u nastavu Mreža 2) tvori 41 kabel u x smjeru i 41 kabel u y smjeru koji su međusobno udaljeni 0,5 m.

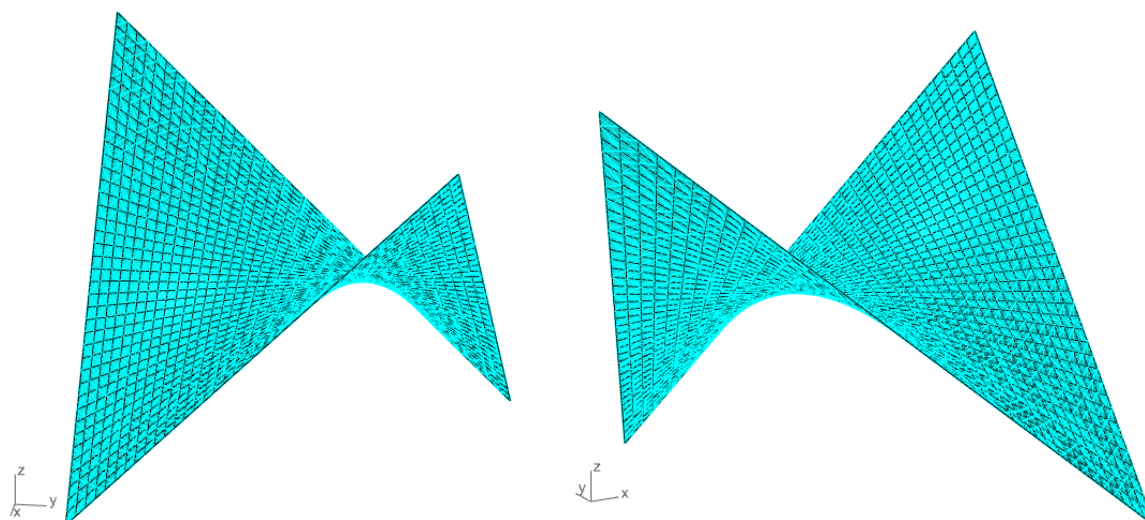
Tlocrt je pravokutnog rastera.

Ukupno ima 1681 čvor.

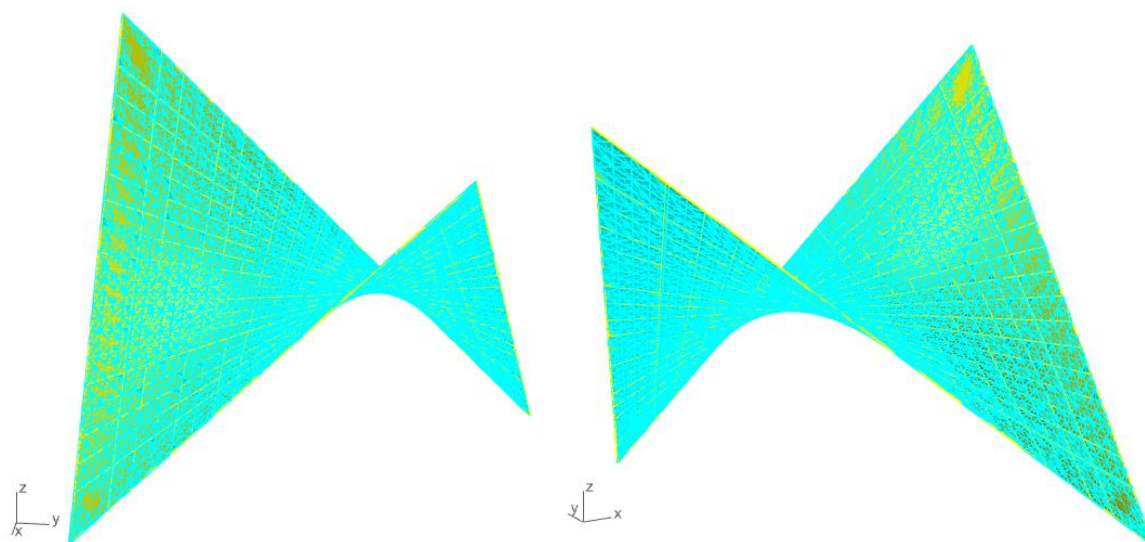
Slika 15: Mreža 2



Slika 14: Ravnotežni oblik Mreže 2



Slika 16: Hipar i ravnotežni oblik Mreže 2 se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove



Slika 17: Preklop hipara i plohe koja aproksimira Mrežu 2

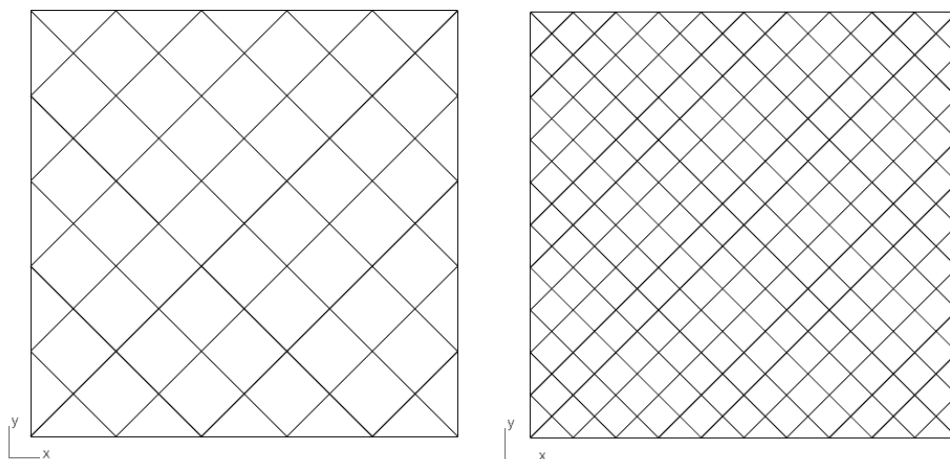
Razlika volumena:

$$V_h - V_2 = 0.017708$$

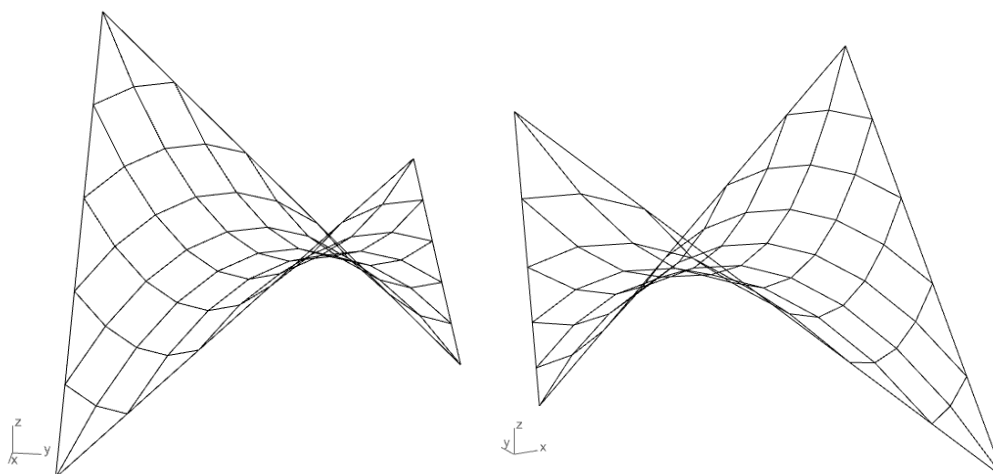
Odstupanje z koordinata čvorova u slučaju Mreže 2 je istovrijedno odstupanju čvorova Mreže 1. Dakle, jednako je nuli.

U slučaju aproksimacije hipara Mrežom 2, dobivena je manja razlika volumena što je posljedica većeg broja kabela (izvodnica). Moguće je bolje aproksimirati pravčastu plohu – hipar.

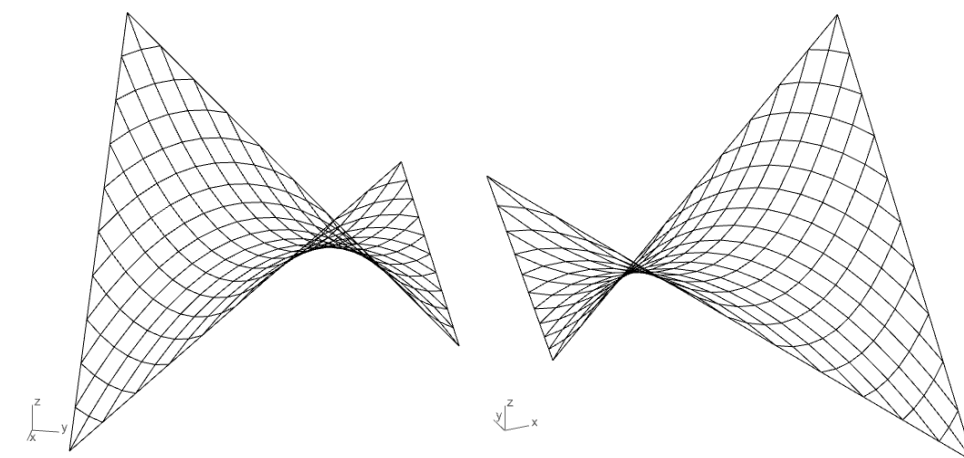
U nastavku će se promatrati aproksimacije hipara mrežama s dijagonalno suočenim kabelima. Mreža 3 ima 120 elemenata i 61 čvor, a Mreža 4, 440 elemenata i 221 čvor.



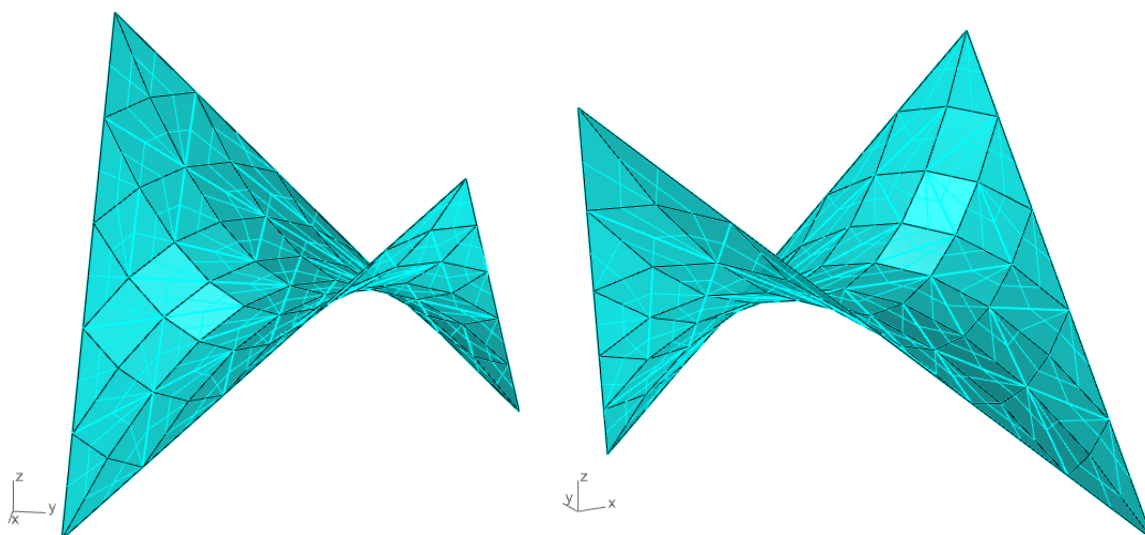
Slika 18: Mreža 3 (levo) i Mreža 4 (desno)



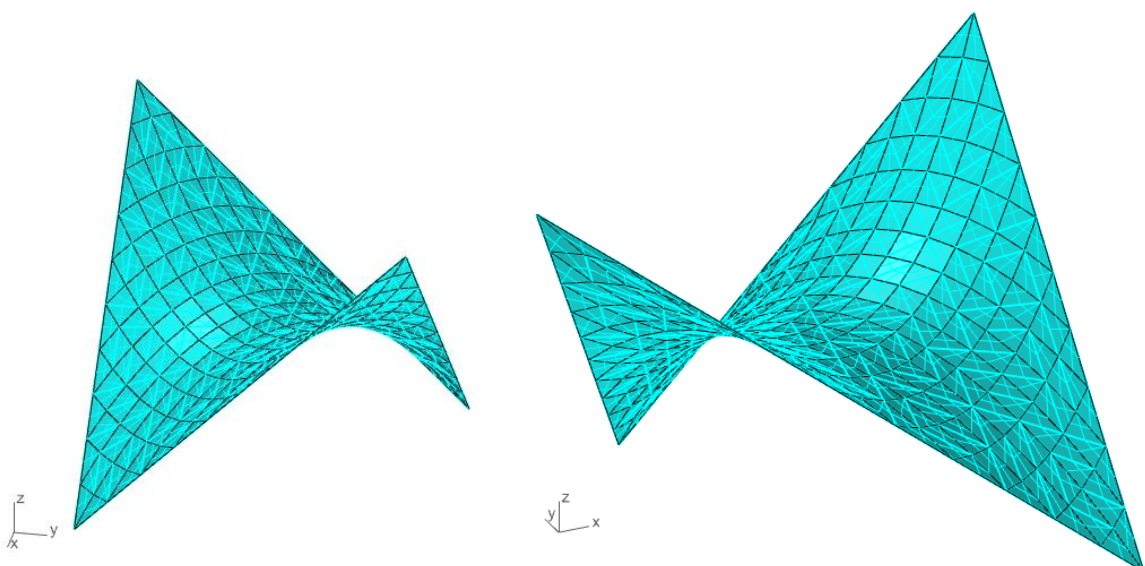
Slika 19: Ravnotežni položaj Mreže 3



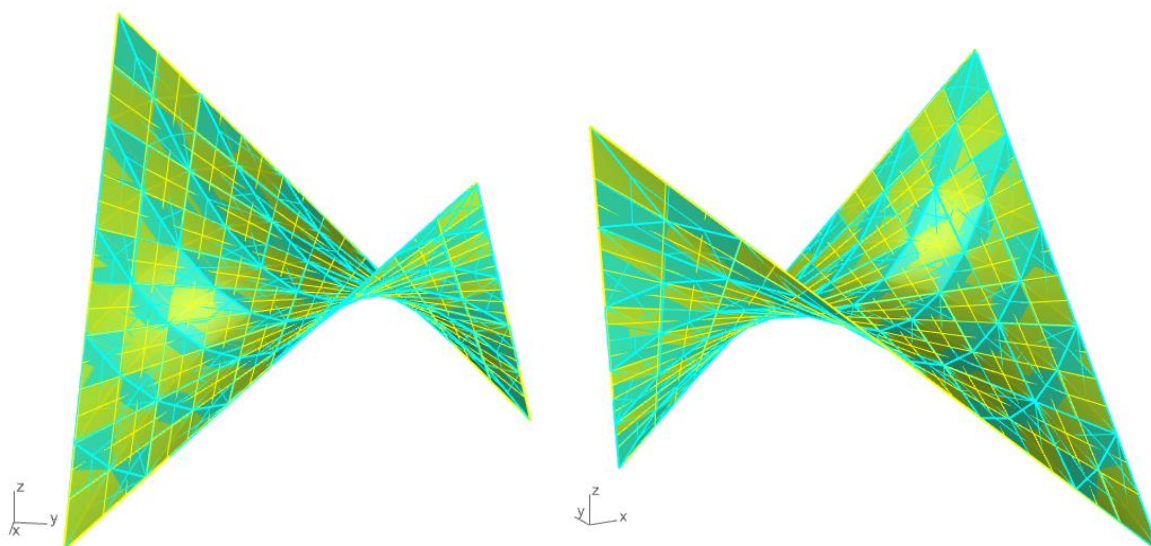
Slika 20: Ravnotežni položaj Mreže 4



Slika 21: Hipar i ravnotežni oblik Mreže 3 se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove

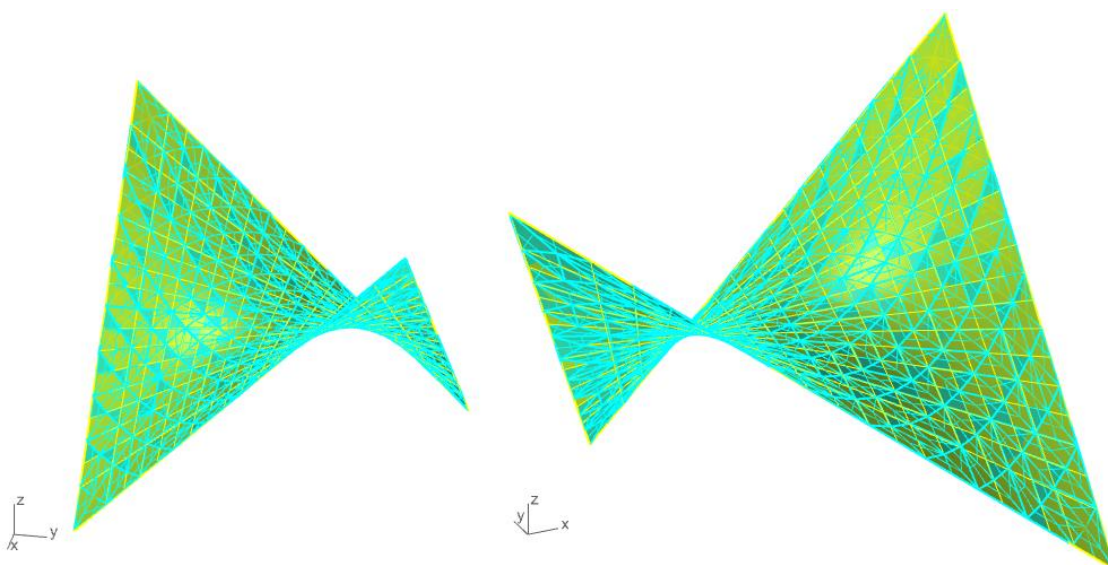


Slika 22: Hipar i ravnotežni oblik Mreže 4 se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove



Slika 23: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 3

$$V_h - V_3 = -1.4552e^{-11}$$



Slika 24: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 4

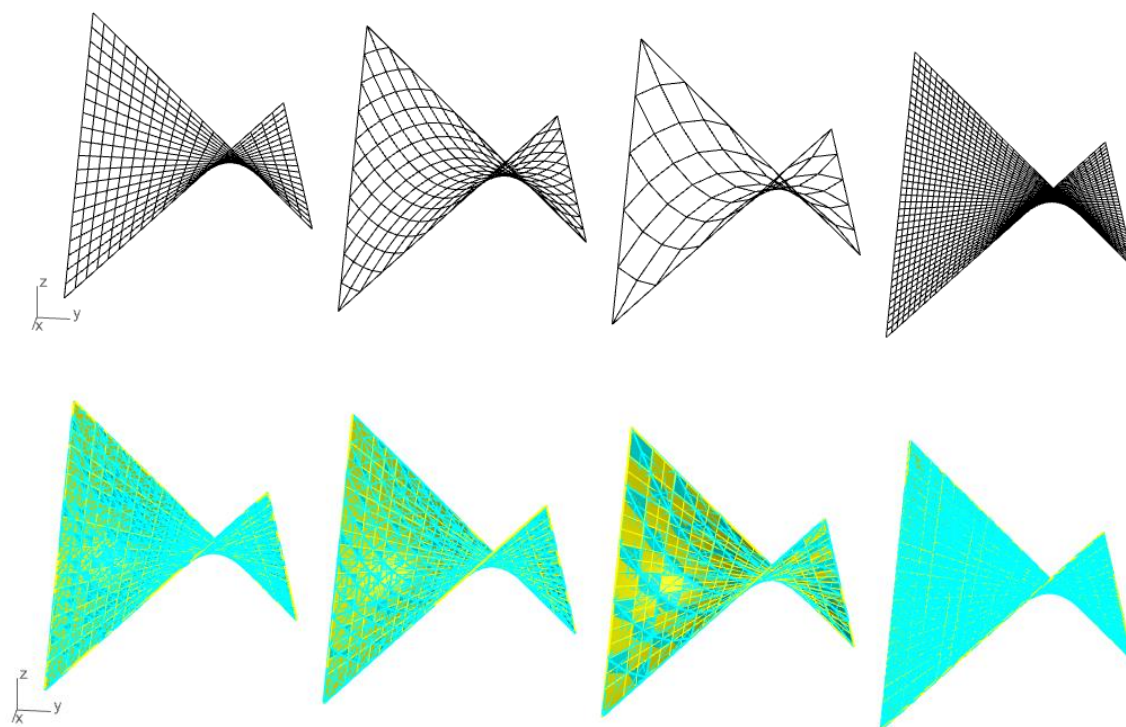
$$V_h - V_4 = 3.638e^{-12}$$

Uočavaju se pravilna poligonalna odstupanja aproksimacije hipara mrežom dijagonalno postavljenih kabela od plohe hipara zadane analitičkim izrazom.

Odstupanje z koordinata čvorova za dijagonalno „suočene“ kabele, također je jednako nuli.

Razlika volumena je manja za veći broj čvorova.

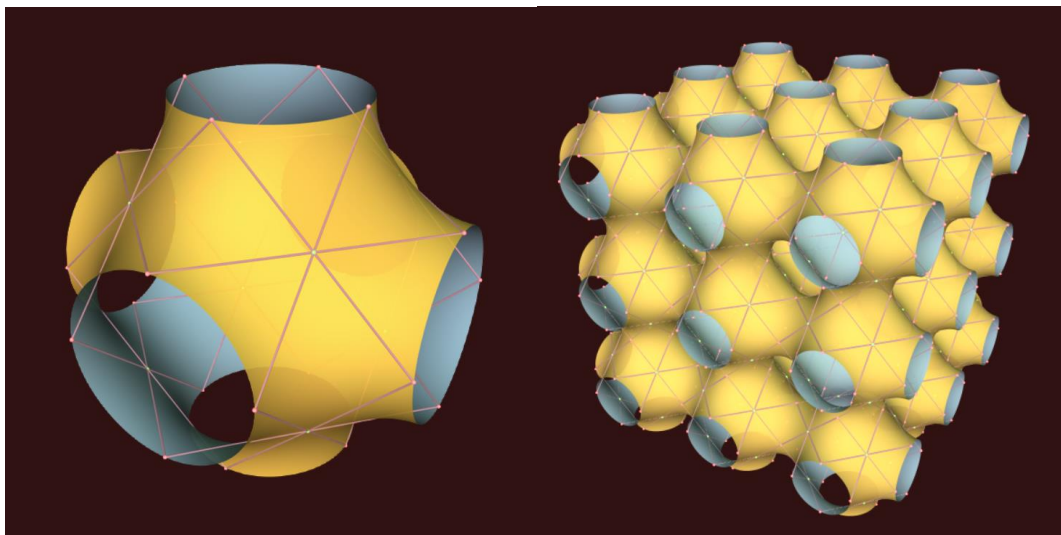
Dobivene rezultate potrebno je dodatno analizirati što premašuje granice ovoga rada.



Slika 25: Usporedba razlika volumena četiriju mreža, Mreža 1, Mreža 4, Mreža 3, Mreža 2 (slijeva nadesno)

8. USPOREDBA MINIMALNE PLOHE S MINIMALNOM MREŽOM

U diferencijalnoj geometriji, Schwarzove minimalne plohe su periodične minimalne plohe koje je prvotno opisao Hermann Schwarz.



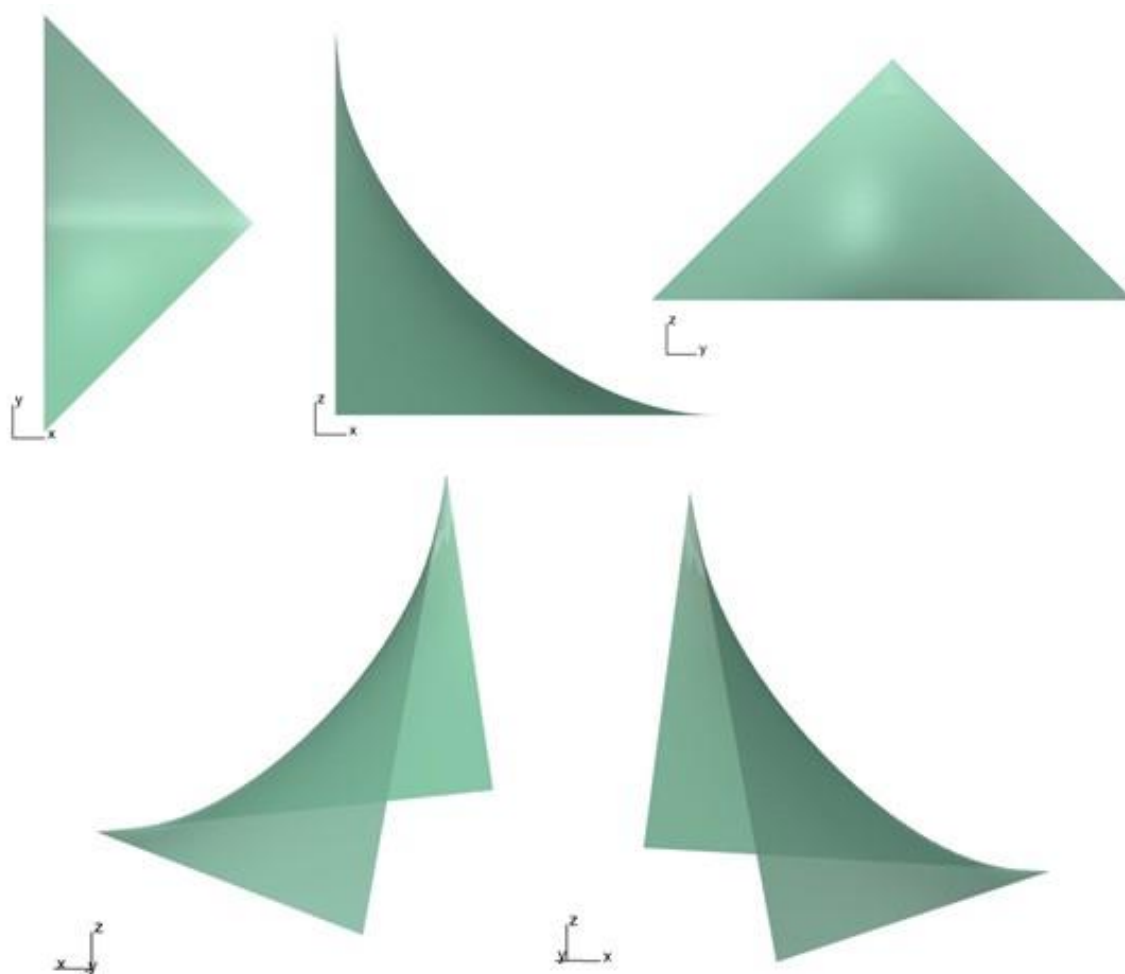
Slika 26: Schwarzova minimalna ploha, Schwarz P („Primitive“) [17]

Plohe su generirane pomoću argumenata simetrije: s obzirom na rješenje Plateauovog problema poligona, refleksije ploha preko graničnih linija također proizvode valjane minimalne plohe koje se mogu kontinuirano pridružiti izvornom rješenju. Ako se minimalna ploha susreće s ravninom pod pravim kutom, tada se zrcalna slika u ravnini također može pridružiti plohi. Stoga se, s obzirom na odgovarajući početni poligon upisan u jediničnu ćeliju, mogu konstruirati periodične plohe [18].

Postoji više oblika Schwarzovih ploha. Promatran je Schwarz P, takozvana primitivna Schwarzova ploha koja na određenim intervalima dobro aproksimira pravčastu plohu – hipar. Nazvana je „primitivnom“ jer ima dva isprepletana kongruentna labirinta, svaki s oblikom napuhane cjevaste verzije jednostavne kubične rešetke. Dok standardna P ploha ima kubičnu simetriju, jedinična ćelija može biti bilo koja pravokutna „kutija“ na području plohe. Jedinične ćelije zapravo kriju minimalne plohe s istom topologijom [18].

Može se aproksimirati površinom čija je implicitna jednačba:

$$\cos(x) + \cos(y) + \cos(z) = 0$$

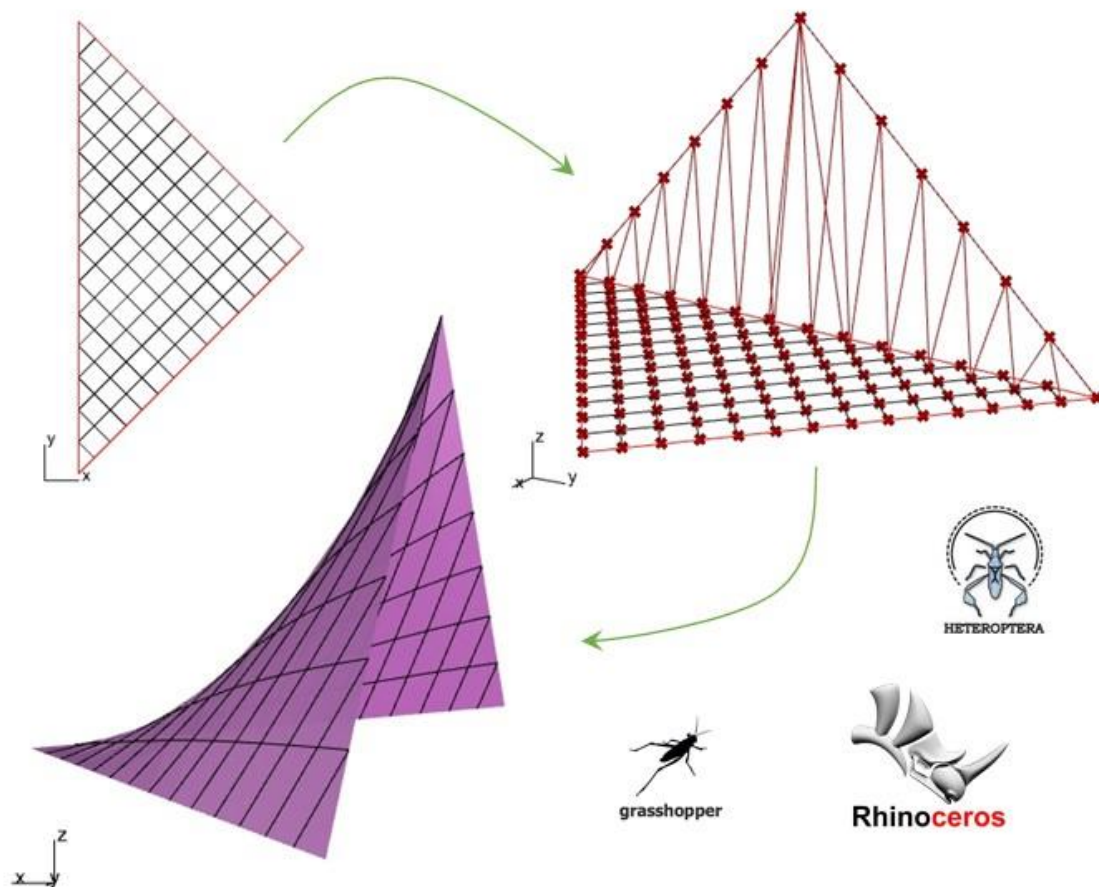


Slika 27: Schwarzova minimalna ploha na intervalu $(x, \pi/2, \pi)$, $(y, -\pi/2, \pi/2)$, $(z, \pi/2, \pi)$

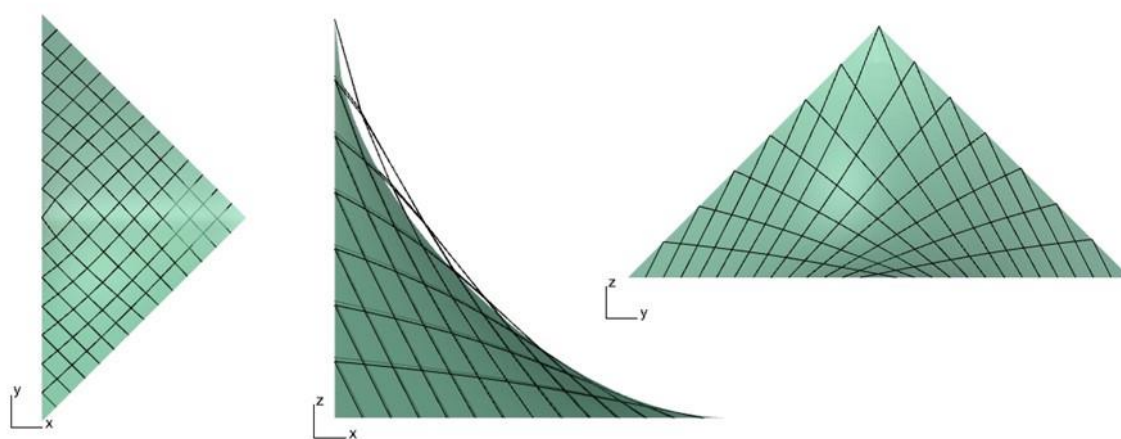
Uspoređena je Schwarzova minimalna ploha promatrana u granicama $(x, \pi/2, \pi)$, $(y, -\pi/2, \pi/2)$, $(z, \pi/2, \pi)$ s minimalnom mrežom.

Minimalna mreža je oblik mreže kod kojeg je zbroj duljina kabela najmanji mogući, odnosno manji od zbroja duljina kabela u bilo kojem drugom položaju. Dobivena je metodom gustoća sila iteracijski, za zadane vrijednosti sila. Vrijednost gustoće sila definira se za unutarnje elemente dok kod rubnih ostaje nedefinirana jer su rubni čvorovi ujedno i ležajni, odnosno definirani su rubovima intervala na kojemu promatramo Schwarzovu minimalnu plohu. U SageMathu pozivom funkcije „multistepFDM“ proveden je postupak iteracije.

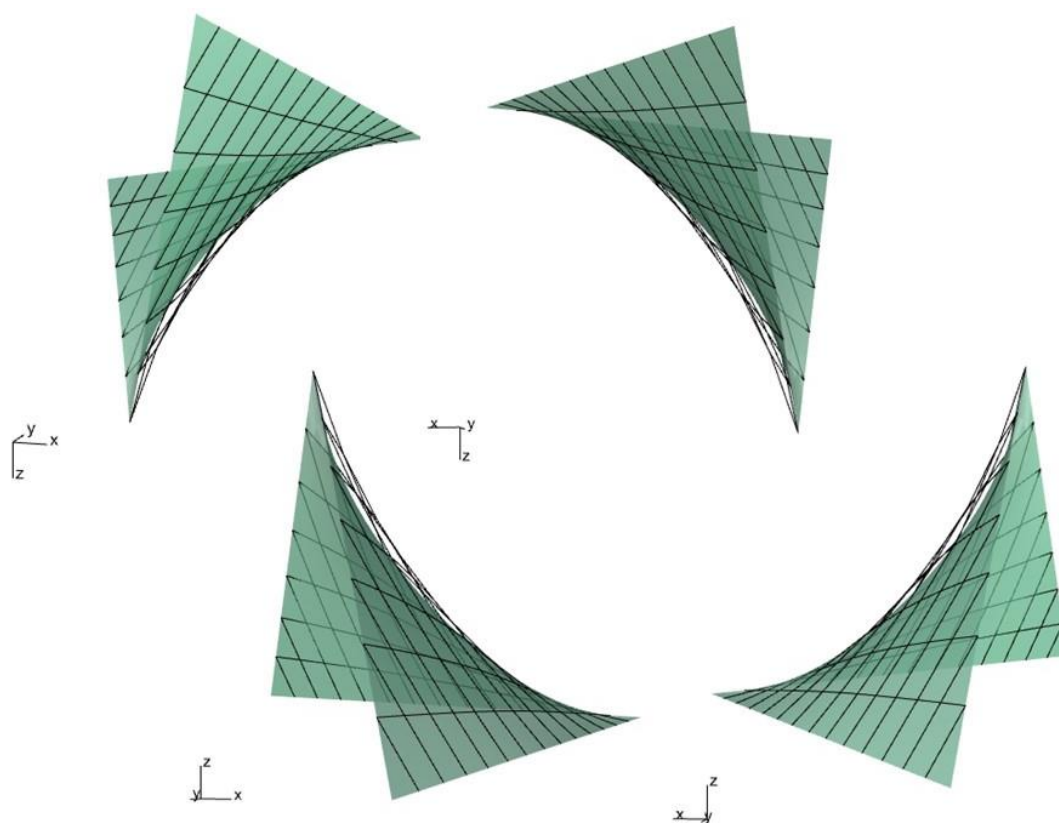
Dobivena minimalna mreža je aproksimirana plohom te je vizualno uspoređena sa Schwarzovom minimalnom plohom. Uočavaju se odstupanja koja je moguće smanjiti povećanjem broja kabela, time i elemenata minimalne mreže.



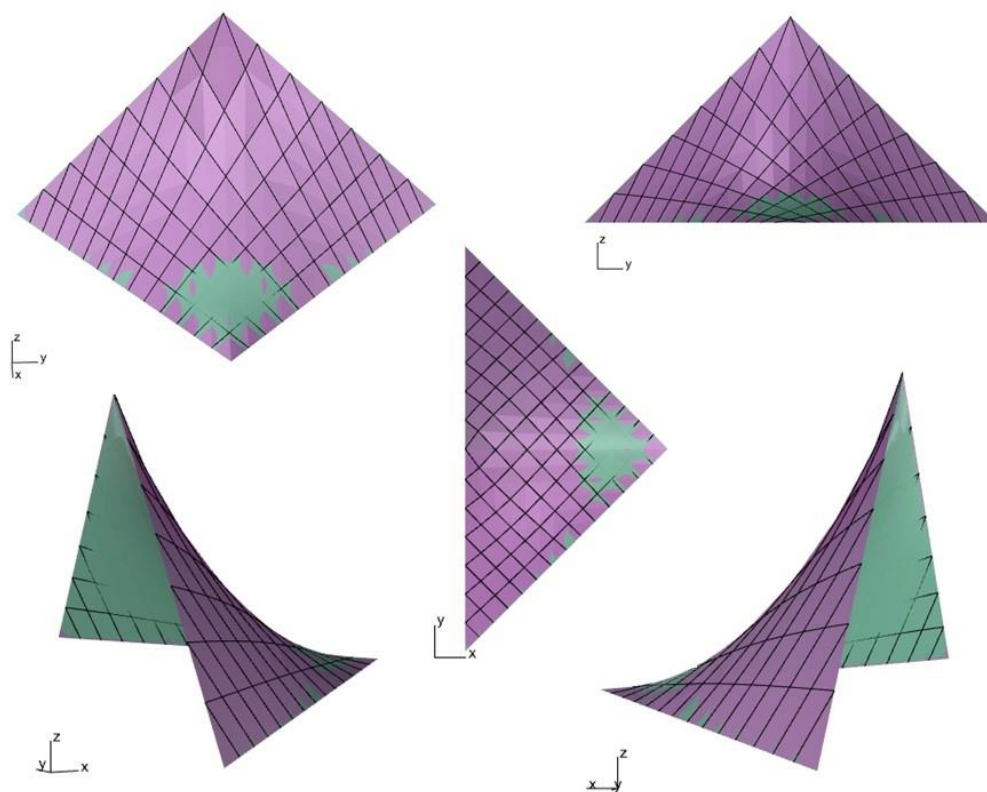
Slika 28: Formiranje minimalne mreže u Rhinocerosu 3D koristeći programsku podršku



Slika 29: Usporedba minimalne plohe i minimalne mreže u ravninama xy, xz i yz



Slika 30: Usporedba minimalne plohe i minimalne mreže u prostoru



Slika 31: Usporedba - minimalna ploha, minimalna mreža i ploha koja aproksimira minimalnu mrežu

9. ZAKLJUČAK

Kod prednapetih konstrukcija od platna, vrlo je važno poznavanje mehaničkih svojstava i ponašanja platna kao nosivog građevnog materijala. Ponašanje materijala koji se koriste kao nosivi elementi važno je za uspješnu primjenu materijala kod prednapetih konstrukcija od platna. Relevantna svojstva za mehaničko ponašanje nosivog elementa su dimenzije, svojstva materijala i kompozicija kompozitnog materijala. Poznavanje postupka prerade i krojenja platna te svojstva tkanine koja će se primijeniti, preduvjet je za proizvodnju i projektiranje konstrukcije koja će zadovoljiti estetske i funkcionalne uvjete.

Konstrukcije od platna se ističu također specifičnošću oblikovanja. Za razliku od konvencionalnih građevina kod kojih je oblik konstrukcije unaprijed poznat, kod konstrukcija od platna je najprije potrebno pronaći ravnotežni oblik jednom od metoda nalaženja oblika, a ono uglavnom teži postizanju minimalne plohe.

Provedenom usporedbom ploha s prednapetim mrežama kabela te s minimalnom mrežom, moguće je zaključiti kako je broj kabela mreže ključni kod opisivanja plohe prednapetom mrežom. Što je broj kabela, a time i elemenata mreže, veći, odstupanje ravnotežnog oblika mreže u odnosu na plohu će biti manje. Dakle, povećanje broja kabela i odstupanje mreže od plohe su obrnuto proporcionalni.

Ravnotežne mreže su dobivene različitim formulacijama nalaženja oblika: zadavanjem gustoća sila unutarnjih elemenata i zadavanjem željenih sila unutarnjih elemenata, pri čemu je metoda gustoća sila primijenjena iteracijski.

SAŽETAK

U radu su prikazane osnovne karakteristike membranskih konstrukcija te su opisani koraci u postupku projektiranja i izgradnje membranskih konstrukcija s njihovim specifičnostima. Posebna je pozornost posvećena postupku proračuna membranskih konstrukcija. Istaknuto je temeljno obilježje po kojem se te konstrukcije razlikuju od konvencionalnih tipova konstrukcija – nalaženje oblika. Opisana su temeljna obilježja materijala od kojih su izgrađene konstrukcije od platna. U završnom dijelu je dana usporedba ravnotežne mreže koja je aproksimacija hipara s pravčastom plohom zadanom analitičkim izrazom te s minimalnom plohom s istim rubnim uvjetima.

Ključne riječi: membranska konstrukcija, konstrukcija od platna, nalaženje oblika, minimalna ploha

ABSTRACT

Main characteristics of membrane structures are presented in this paper with overview of design and construction process particularities. Particular attention is given to the structural design of tensile membrane structures. Form finding, the main aspect by which they differ from conventional structural types, is emphasized. The main properties of the materials from which fabric tensile constructions are built are described. Finally, the equilibrium net, which is the approximation of a hyperparabola is compared with the hyperparabola surface, given by analytical expression, and with the minimal net with equal boundary conditions.

Keywords: membrane structure, fabric structure, form finding, minimal surface

POPIS SLIKA

Slika 1: Skysong na ASU kampusu, Scottsdale, AZ, SAD [5]	2
Slika 2: Detalji strukturnoga platna [4]	3
Slika 3: Aerodrom u Jeddahu, Hajj terminal [8]	4
Slika 4: Detalji platna krovišnog sustava aerodroma Jeddah, Hajj terminal [8]	5
Slika 5: Hiperbolički paraboloid, primjer plohe dvostruke zakrivljenosti [10]	7
Slika 6: Minimalna ploha dobivena kao opna od sapunice [12]	9
Slika 7: Konstrukcija od platna kao krovišni sustav toplica u Bad Wildbadu, Njemačka [15]...	13
Slika 8: Hipar s iscrtanim sustavom parabola (gore) i pravaca (dolje) [16]	15
Slika 9: Hipar	17
Slika 10: Mreža 1.....	18
Slika 11: Ravnotežni oblik Mreže 1	18
Slika 12: Hipar i ravnotežni položaj mreže se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove.....	18
Slika 13: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 1	19
Slika 15: Mreža 2	19
Slika 14: Ravnotežni oblik Mreže 2	19
Slika 16: Hipar i ravnotežni oblik Mreže 2 se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove	20
Slika 17: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 2	20
Slika 18: Mreža 3 (lijevo) i Mreža 4 (desno).....	21
Slika 19: Ravnotežni položaj Mreže 3.....	21
Slika 20: Ravnotežni položaj Mreže 4	21
Slika 21: Hipar i ravnotežni oblik Mreže 3 se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove	22
Slika 22: Hipar i ravnotežni oblik Mreže 4 se preklapaju - $\Delta z = 0$ za sve čvorove.....	22
Slika 23: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 3	23
Slika 24: Preklop hipra i plohe koja aproksimira Mrežu 4	23
Slika 25: Usporedba razlika volumena četiriju mreža, Mreža 1, Mreža 4, Mreža 3, Mreža 2 (slijeva nadesno)	24
Slika 26: Schwarzova minimalna ploha, Schwarz P („Primitive“) [17].....	25
Slika 27: Schwarzova minimalna ploha na intervalu $(x, \pi/2, \pi)$, $(y, -\pi/2, \pi/2)$, $(z, \pi/2, \pi)$..	26
Slika 28: Formiranje minimalne mreže u Rhinocerosu 3D koristeći programsku podršku....	27
Slika 29: Usporedba minimalne plohe i minimalne mreže u ravninama xy , xz i yz	27
Slika 30: Usporedba minimalne plohe i minimalne mreže u prostoru.....	28
Slika 31: Usporedba - minimalna ploha, minimalna mreža i ploha koja aproksimira minimalnu mrežu.....	28

LITERATURA

- [1] Vassart, N., Motro, R.: Multiparametered formfinding method: Application to tensegrity systems, *International Journal of Space Structures*, 14 (1999), 2, pp. 147-154.
- [2] Maurin, B., Motro, R.: The surface stress density method as a form-finding tool for tensile membranes, *Engineering Structures*, 20 (1998) 8, pp. 712-719.
- [3] Berger, H.: *Light Structures, Structures of Light. The Art and Engineering of Tensile Architecture*, 2005.
- [4] Šamec, E., Fresl, K.: Ocjena primjenjivosti bezmrežnih postupaka u oblikovanju prednapetih gipkih konstrukcija, 1. Simpozij doktorskog studija građevinarstva, Lakušić, Stjepan (ur.), Zagreb, Građevinski fakultet u Zagrebu, pp. 159-166, 2015.
- [5] <https://www.archiexpo.com/prod/fabritec-structures/product-151879-1749375.html> (Pristupljeno: 28. srpnja 2021.)
- [6] https://www.designingbuildings.co.uk/wiki/Fabric_structures (Pristupljeno: 01. kolovoza 2021.)
- [7] Baniček, M.: *Platna kao nosivi materijal za prednapete konstrukcije od užadi i platna, Polimeri i kompoziti u konstrukcijama*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, seminarski rad, Zagreb, 2015.
- [8] https://www.archdaily.com/777599/ad-classics-hajj-terminal-king-abdulaziz-airport-som?ad_medium=gallery (Pristupljeno: 01. kolovoza 2021.)
- [9] Gidak, P.: *Primjena metode gustoće sila na oblikovanje prednapetih mreža*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, magistarski rad, Zagreb, 2011.
- [10] <http://e.math.hr/old/live/index-print.html> (Pristupljeno: 06. kolovoza 2021.)
- [11] Dvornik, J., Lazarević, D., Bićanić, N.: *O načelima i postupcima proračuna građevinskih konstrukcija*, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2019.
- [12] Zexin, S., Mei, H.: *Robotic Form-Finding and Construction Based on the Architectural Projection Logic*, 216 (2017).
- [13] W. Nerdinger, Ed., *Frei Otto, Complete Works - Lightweight Construction, Natural Design*, Birkhauser, Basel, 2005.
- [14] Šamec, E., Baniček, M.: *Posebности projektiranja membranskih konstrukcija*, Zagreb, 2017.

- [15] <https://www.baulinks.de/webplugin/2012/1924.php4> (Pristupljeno: 31. kolovoza 2021.)
- [16] <https://www.grad.hr/geometrija/udzbenik/3/3-4-3b.html> (Pristupljeno: 1. rujna 2021.)
- [17] <https://minimal.sitehost.iu.edu/archive/Triply/genus3/PLines/web/index.html>
(Pristupljeno: 3. rujna 2021.)
- [18] https://en.wikipedia.org/wiki/Schwarz_minimal_surface (Pristupljeno: 3. rujna 2021.)