

# Spojeni sistemi u ravnini

K. F.

**spojeni sistem:** svrhovito i sustavno oblikovan sklop međusobno povezanih tijela

**konstrukcija:** spojeni sistem koji može, održavajući oblik (to jest, bez znatnijih ili neželjenih pomaka), preuzeti i na podlogu<sup>1</sup> prenijeti vlastitu težinu, predviđena opterećenja i druga predviđena djelovanja

**(poopćeni) pomaci:** pomaci po pravcima (translacijski pomaci) i zaokreti (rotacijski pomaci)

pomaci u ravnini  $xz$ :

$$\vec{p} = \vec{u} + \vec{w} = u\vec{i} + w\vec{k}$$

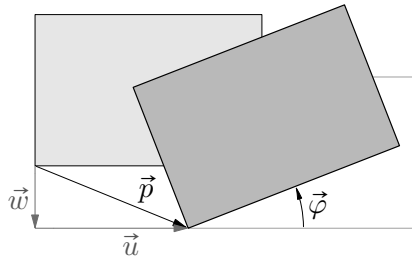
$$\vec{\varphi} = \varphi\vec{j}$$

pomaci u ravnini  $xy$ :

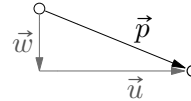
$$\vec{p} = \vec{u} + \vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j}$$

$$\vec{\varphi} = \varphi\vec{k}$$

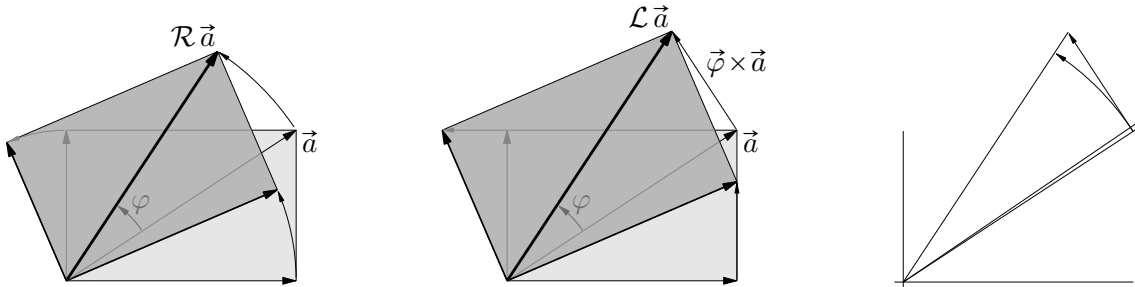
tijelo (u ravnini  $xz$ ):



zglobni čvor<sup>2</sup> (u ravnini  $xz$ ):



teorija „malih” pomaka:



$$\operatorname{tg} \varphi \cong \varphi, \quad \sin \varphi \cong \varphi, \quad \cos \varphi \cong 1$$

**(poopćene) sile:** sile i momenti

**geometrijski nepromjenjiv spojeni sistem:**

- *kinematička definicija:* nisu mogući pomaci i zaokreti cijeloga sistema ili nekih njegovih dijelova u odnosu na podlogu (apsolutni pomaci), kao ni pomaci i zaokreti nekih dijelova sistema u odnosu na druge dijelove (relativni pomaci) — međusobne udaljenosti bilo kojih dviju točaka sistema ili bilo koje točke sistema i bilo koje točke podloge ne mogu se promijeniti
- *statička definicija:* sistem može ostati u ravnoteži pod bilo kakvim opterećenjem

<sup>1</sup> podloga: tlo ili neki drugi sistem

<sup>2</sup> zglobni čvor: zglob ili višestruki zglob u koji su spojeni samo zglobni štapovi; u proračunskom se modelu prikazuje (materijalnom) točkom

**veze:** elementi spojenih sistema koji međusobno povezuju dijelove sistema ili ga spajaju s podlogom

- *kinematička karakterizacija:* veza sprečava apsolutne ili relativne pomake po određenim pravcima, ili pak apsolutne ili relativne zaokrete oko određenih osi
- *statička karakterizacija:* veza omogućava prijenos sila na određenim pravcima ili prijenos momenata oko određenih osi između dijelova sistema ili sistema i podloge
  - ◊ prijenos sila — na pravcima spriječenih pomaka
  - ◊ prijenos momenata — oko osi oko kojih su spriječeni zaokreti
  - ◊ komplementarnost dopuštenih pomaka i sila koje veza prenosi

vanjske veze (ležajevi, ležajne veze)

- sprečavaju apsolutne pomake ili zaokrete sistema ili njegovih dijelova (*kinem.*)
- omogućuju prijenos sila ili momenata između sistema i podloge (*stat.*)

unutarnje veze

- sprečavaju relativne pomake ili zaokrete dijelova sistema (*kinem.*)
- omogućuju prijenos sila ili momenata između dijelova sistema (*stat.*)

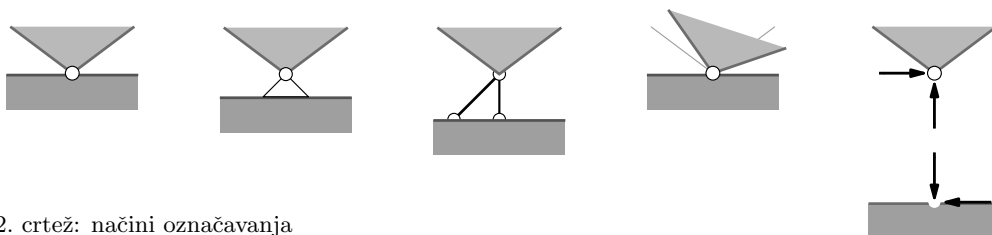
idealne veze:

- pomaci na pravcima veza i zaokreti oko osi veza potpuno su spriječeni
- kontaktne plohe, po kojima su pomaci dopušteni, dijelovi su ravnine, kugle ili valjka
- između kontaktnih ploha nema trenja
- (u većini slučajeva) prijenos sila i momenata u točki

**spojevi:** dvostrane veze

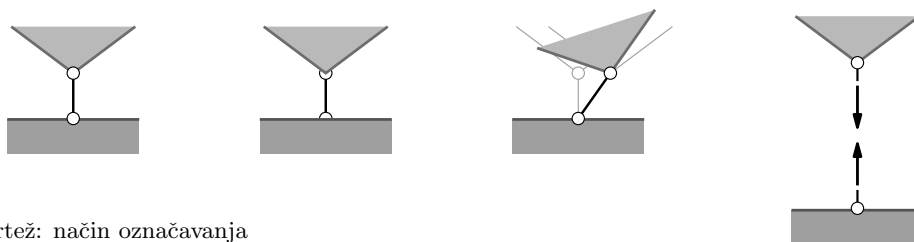
**spojevi u ravnini:**

- (nepomični) zglob



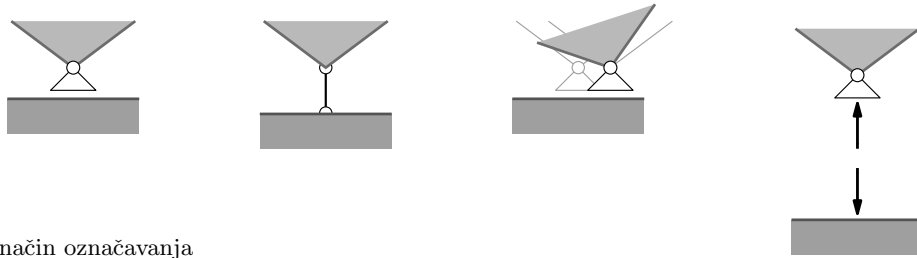
1. & 2. crtež: načini označavanja
3. crtež: ekvivalentni spoj ostvaren pomoću zglobnih štapova
4. crtež: mogući (poopćeni) pomak
5. crtež: sile koje spoj prenosi

- zglobni štap



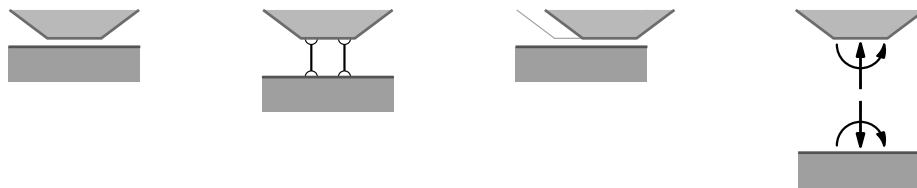
1. & 2. crtež: način označavanja
3. crtež: mogući pomaci (u okviru teorije malih pomaka)
4. crtež: sila koju spoj prenosi

- pomični zglob



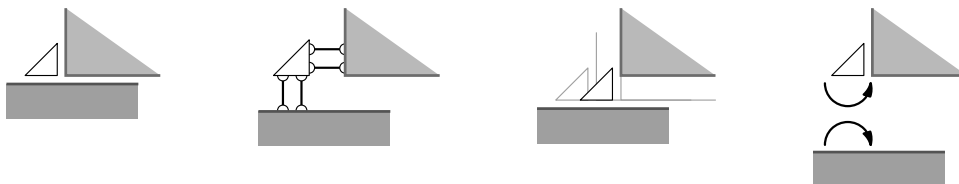
1. crtež: način označavanja
2. crtež: ekvivalentni spoj ostvaren pomoću zglobnoga štapa
3. crtež: mogući pomaci
4. crtež: sila koju spoj prenosi

- klizni spoj



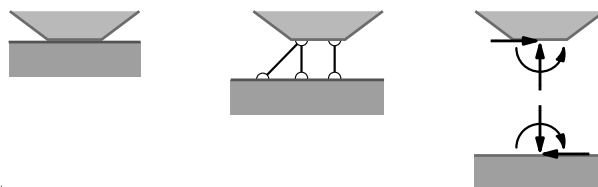
1. crtež: način označavanja
2. crtež: ekvivalentni spoj ostvaren pomoću zglobnih štapova
3. crtež: mogući pomaci
4. crtež: (poopćene) sile koje spoj prenosi

- momentni spoj



1. crtež: način označavanja
2. crtež: ekvivalentni spoj ostvaren pomoću zglobnih štapova
3. crtež: mogući pomaci
4. crtež: sila koju spoj prenosi

- upeti/kruti spoj



1. crtež: način označavanja
2. crtež: ekvivalentni spoj ostvaren pomoću zglobnih štapova
3. crtež: sile koje spoj prenosi

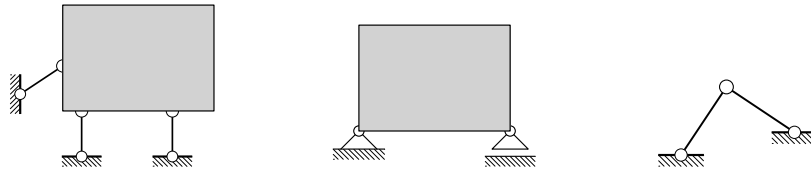
### klasifikacija spojenih sistema:

- **statički određeni geometrijski nepromjenjivi sistemi:**

- ◊ *statička definicija:* sistemi koji mogu ostati u stanju ravnoteže za opterećenje po volji, pri čemu postoji jedinstveni skup sila u spojevima koje zadovoljavaju uvjete ravnoteže sistema i njegovih pogodno odabranih dijelova

- ◇ *kinematička definicija*: geometrijski nepromjenjivi sistemi s najmanjim mogućim brojem ispravno raspoređenih vanjskih i unutarnjih spojeva

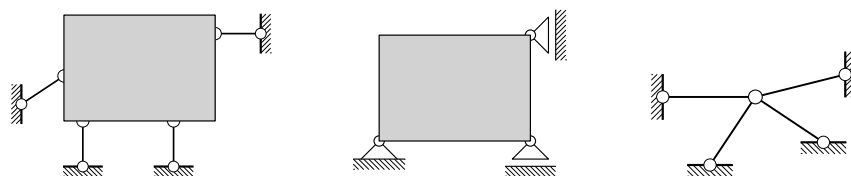
primjeri:



- **statički neodređeni geometrijski nepromjenjivi sistemi:**

- ◇ *statička definicija*: sistemi koji mogu ostati u stanju ravnoteže za bilo koje opterećenje, ali postoji beskonačno mnogo skupova sila u spojevima koje zadovoljavaju uvjete ravnoteže
- ◇ *kinematička definicija*: geometrijski nepromjenjivi sistemi s brojem spojeva većim od najmanje potrebnoga

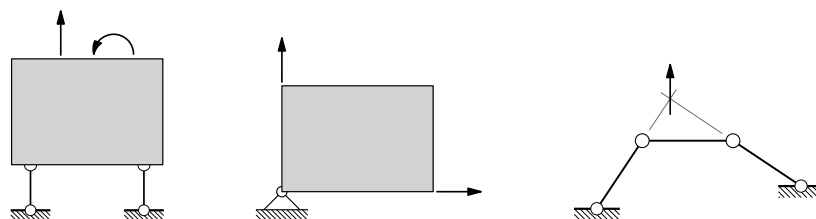
primjeri:



- **mehanizmi (u užem smislu) ili kinematički lanci:**

- ◇ *statička definicija*: sistemi koji mogu ostati u stanju ravnoteže samo za neka opterećenja, a skup je sila u spojevima koje zadovoljavaju uvjete ravnoteže jedinstven
- ◇ *kinematička definicija*: geometrijski promjenjivi sistemi koji se dodavanjem spojeva mogu pretvoriti u statički određene geometrijski nepromjenjive sisteme (ili, obratno: sistemi koji su nastali iz statički određenih geometrijski nepromjenjivih sistema „uklaňanjem” spojeva)

primjeri (mehanizmi s jednim *stupnjem slobode* — s jednim mogućim pomakom [kojim?]; naznačene su sile koje mogu preuzeti):

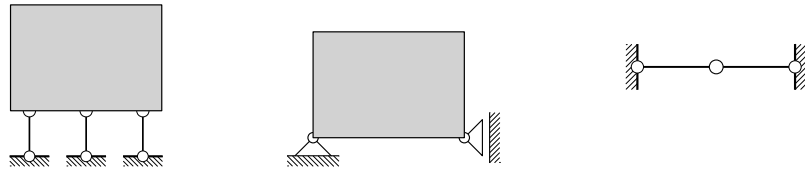


[dodajte spojeve potrebne za geometrijsku nepromjenjivost!]

- **mehanizmi koji sadrže kinematičku preodređenost:**

- ◇ *statička definicija*: sistemi koji mogu ostati u stanju ravnoteže samo za neka opterećenja, ali uvjeti ravnoteže ne daju jedinstveni skup sila u spojevima
- ◇ *kinematička definicija*: geometrijski promjenjivi sistemi koji se dodavanjem dovoljnoga broja spojeva za geometrijsku nepromjenjivost pretvaraju u statički neodređene

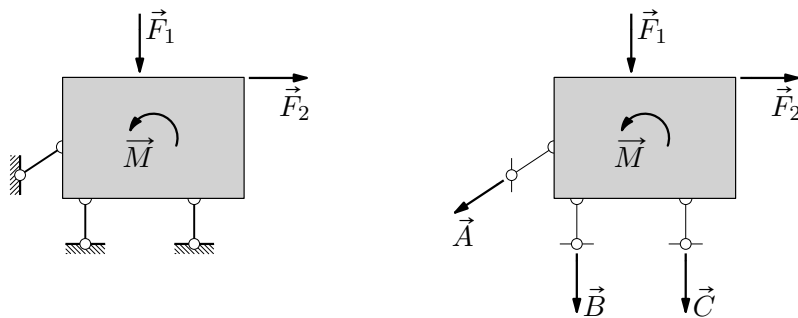
primjeri:



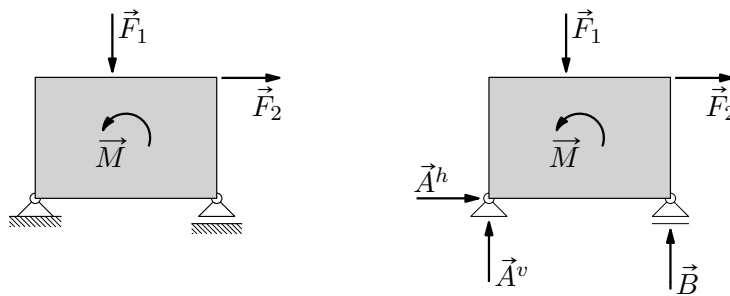
[koji su pomaci mogući?]

**nalaženje sila u vanjskim spojevima jednostavnih statički određenih geometrijski nepromjenjivih sistema:**

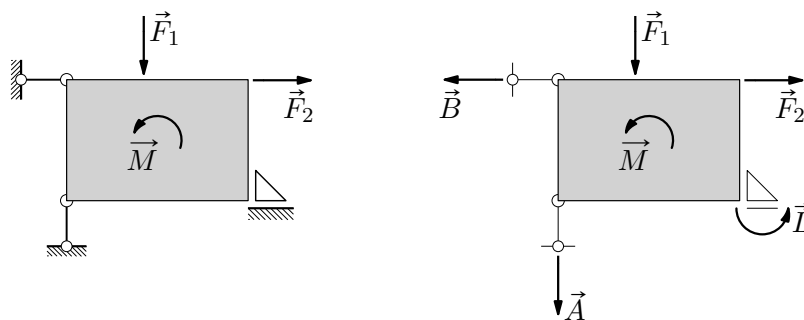
- *ravnoteža tijela* — nalaženje vrijednosti sila na tri zadana pravca:



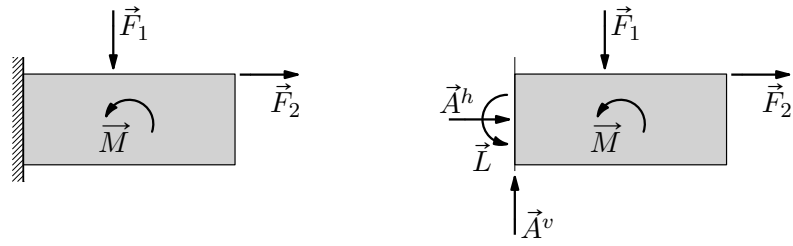
- *ravnoteža tijela* — nalaženje sile u zadanoj točki i vrijednosti sile na zadanu pravcu (ili nalaženje vrijednosti sila na dva pogodno odabrana pravca koja prolaze zadanom točkom i vrijednosti sile na zadanu pravcu):



- *ravnoteža tijela* — nalaženje vrijednosti sila na dva zadana pravca i vrijednosti momenta:



- *ravnoteža tijela* — nalaženje sile u zadanoj točki i vrijednosti momenta (ili nalaženje vrijednosti sile na dva odabrana pravca koja prolaze zadanom točkom i vrijednosti momenta):



- *ravnoteža zglobnoga čvora* — nalaženje vrijednosti sile na dva zadana pravca:

