Ravnoteža mehanizama

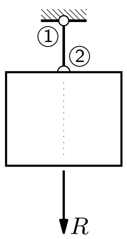
K. F.

mehanizmi (u užem smislu) ili **kinematički lanci**:

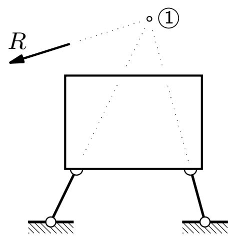
- *statička definicija*: sistemi koji mogu ostati u stanju ravnoteže samo za neka opterećenja, a skup je sila u vezama koje pritom zadovoljavaju uvjete ravnoteže jedinstven
- *kinematička definicija*: geometrijski promjenjivi sistemi koji dodavanjem veza postaju geometrijski nepromjenivima i statički određenima; ili, obratno: sistemi koji su nastali iz geometrijski nepromjenjivih i statički određenih raskidanjem veza

osnovne zadaće:

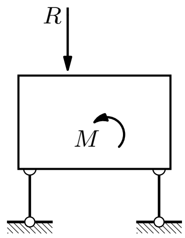
1. zadan je ravnotežni oblik mehanizma; treba odrediti opterećenja koja mehanizam (u tom obliku) može preuzeti



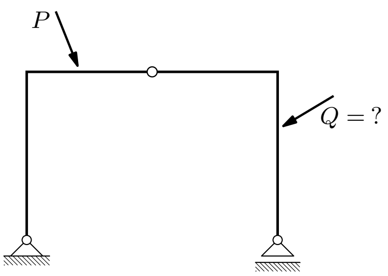
$$\sum M_{/1} \;=\; 0$$
$$\sum M_{/2} \;=\; 0$$

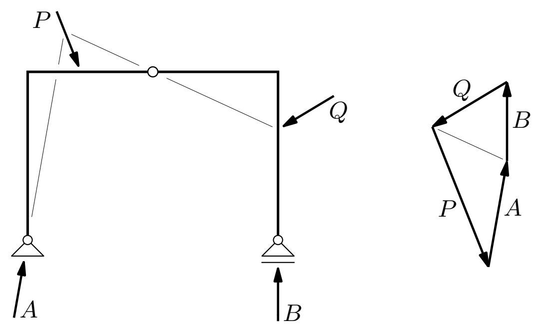


$$\sum M_{/1} \;=\; 0$$

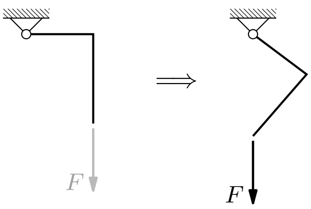


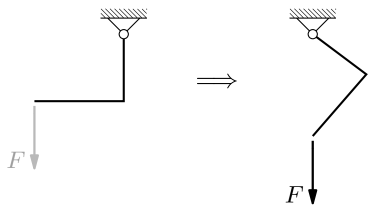
$$\sum F_x \;=\; 0$$

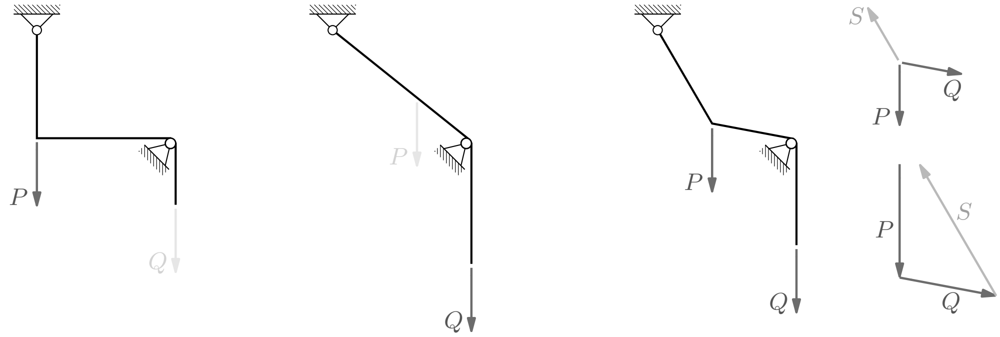




2. zadani su neopterećeni oblik mehanizma (koji ne mora biti i najčešće nije jedinstven) i načini djelovanja opterećenja u svim oblicima koje mehanizam može poprimiti; treba odrediti ravnotežni oblik

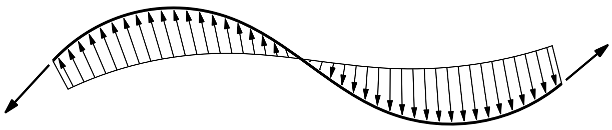






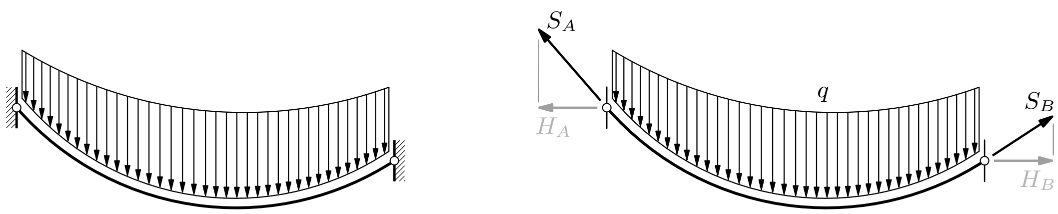
idealno uže: „štap” koji ne pruža otpor savijanju

- kažemo da je idealno uže (apsolutno) gipko ili, sinonimno, (apsolutno) savitljivo

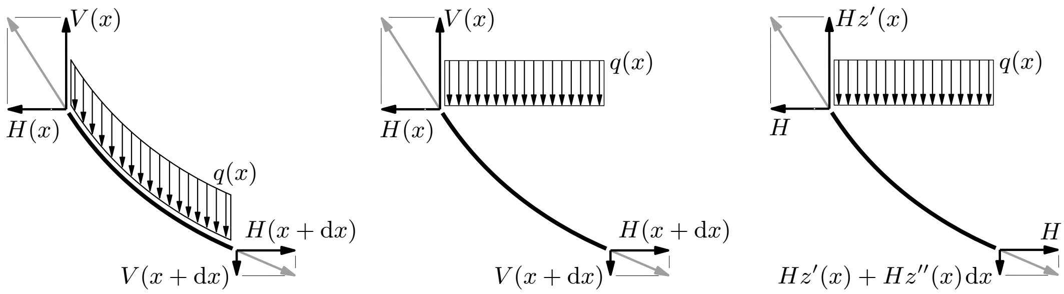


- pretpostavljemo uz to da je uže nerastezljivo
- budući da u poprečnim presjecima nema momenata savijanja, iz jednadžbe ravnoteže momenata za dio užeta može se pokazati da su sile u presjecima uzdužne — tangencijalne na krivulju koja opisuje os
- izvode općih diferencijalnih jednadžbi ravnoteže možete pronaći u udžbeniku H. Wernera *Mehanika I. Statika* (HSGI, Zagreb, 2007.) na stranicama 370.–373.

lančanica: idealno uže opterećeno međusobno paralelnim silama



- $\sum F_x \;=\; -H_A \,+\, H_B \;=\; 0 \qquad \Rightarrow \qquad H_A \;=\; H_B \;=\; H$
- izvod diferencijalne jednadžbe lančanice:



$$\sum F_x \;=\; -H(x) \,+\, H(x+\mathrm{d}x) \;=\; 0 \qquad \Rightarrow \qquad H(x+\mathrm{d}x) \;=\; H(x) \;=\; H$$

$$\frac{V(x)}{H} = \frac{dz}{dx} = z'(x) \qquad \Rightarrow \qquad V(x) = H\,z'(x)$$

$\sum F_z = 0$:

$$-V(x) + q(x)\,\mathrm{d}x + V(x+\mathrm{d}x) = 0$$

$$-H\,z'(x) + q(x)\,\mathrm{d}x + H\,z'(x+\mathrm{d}x) = 0$$

$$-H\,z'(x) + q(x)\,\mathrm{d}x + H\,z'(x) + H\,z''(x)\,\mathrm{d}x = 0$$

$$q(x)\,\mathrm{d}x + H\,z''(x)\,\mathrm{d}x = 0$$

$$\boxed{z''(x) = -\frac{q(x)}{H}}$$

- osnovne zadaće:
  1. zadano: oblik lančanice (funkcija z) i vrijednost komponente H
     traži se funkcija q kojom je opisano opterećenje
     rješavanje: dvije uzastopne derivacije
  2. zadano: funkcija opterećenja q, vrijednost H i koordinate krajnjih točaka (rubni uvjeti)
     traži se funkcija z kojom je opisan oblik lančanice
     rješavanje: ako q ne ovisi o z, dvije uzastopne integracije, a u općem slučaju rješavanje diferencijalne jednadžbe analitičkim ili numeričkim postupcima;
     konstante integracije određuju se primjenom rubnih uvjeta
  3. zadano: funkcija opterećenja q, koordinate krajnjih točaka (rubni uvjeti) i duljina lančanice ℓ
     traži se funkcija z kojom je opisan oblik lančanice
     dodatna, integralna jednadžba: duljina luka krivulje $\ell = \displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \big(z'(x)\big)^2}\,\mathrm{d}x$
     $\Big[$duljina elementa luka: $\mathrm{d}s = \sqrt{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}z^2} = \sqrt{\mathrm{d}x^2 + (z'\,\mathrm{d}x)^2} = \sqrt{1 + (z')^2}\,\mathrm{d}x\Big]$
     rješavanje: iteracijski/numerički postupci

- parabolična lančanica:

  $q(x) = q_0$

$$z''(x) = -\frac{q_0}{H}$$

$$z'(x) = -\frac{q_0}{H}\,x + C_1$$

$$z(x) = -\frac{q_0}{2\,H}\,x^2 + C_1\,x + C_2$$

konstante C_1 i C_2 određuju se primjenom rubnih uvjeta $z(x_\ell) = z_\ell$ i $z(x_\mathrm{r}) = z_\mathrm{r}$

- hiperbolična lančanica:

$$q_s(s) = q_0$$

$$q_s(s)\,\mathrm{d}s = q(x)\,\mathrm{d}x \qquad \Rightarrow \qquad q(x) = q_s(s)\,\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x} = q_0\,\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x} = q_0\sqrt{1+\big(z'(x)\big)^2}$$

$$z''(x) = -\frac{q_0}{H}\sqrt{1+\big(z'(x)\big)^2}$$

$$z(x) - z_0 = -\frac{H}{q_0}\,\mathrm{ch}\,\frac{q_0\,(x-x_0)}{H} \qquad \big[\,x_0\,\&\,z_0 \text{ — konstante integracije}\,\big]$$


- lančani poligon: „materijalizirani” verižni poligon