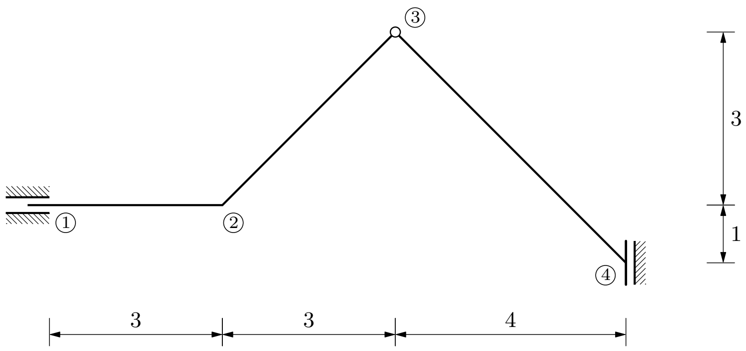
GS 2. — 21. veljače 2023.

Zadatak 1. (Odulji strip o planovima pomakā)

Navedite nepoznanice za inženjersku metodu pomakā! Izrazite kutove $\psi_{\{1,2\}}$, $\psi_{\{2,3\}}$ i $\psi_{\{3,4\}}$ u ovisnosti o duljinama neovisnih translacijskih pomakā!

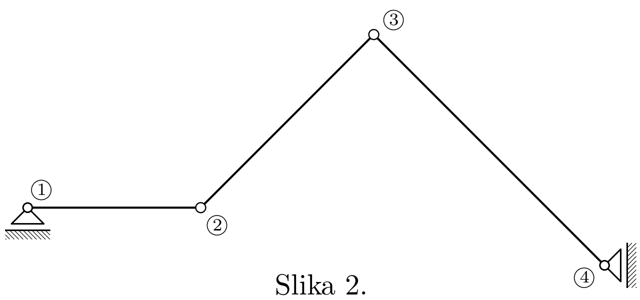


Slika 1.

1. Nepoznanice

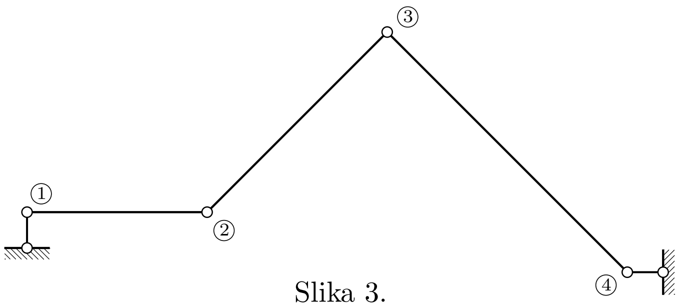
Slobodni su čvorovi čvorovi 2 i 3. Čvor 3 je zglobni čvor, pa je od kutova zaokretā čvorova nepoznat samo kut zaokreta čvora 2, φ_2.

Za prepoznavanje neovisnih translacijskih pomaka crtamo zglobnu shemu sistema (slika 2.).



Slika 2.

Radi preglednijega prebrojavanja stupnjeva slobode te njihovoga dodavanja i oduzimanja, odnosno omogućavanja i sprečavanja pomakā čvorova pogodno je ležajeve zglobne sheme zamijeniti zglobnim štapovima (slika 3.).



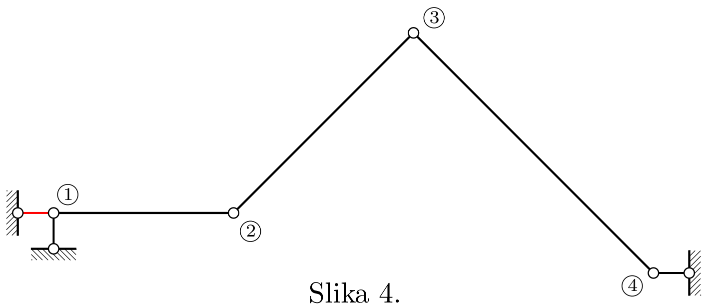
Slika 3.

Prema Maxwellovu pravilu, poznatom još iz *Mehanike 1.*, za geometrijsku nepromjenjivost ravninskoga sistema zglobnih štapova koji sadrži n_f slobodnih čvorova i podlogu treba najmanje $b = n_\mathrm{f} \cdot 2$ ispravno raspoređenih zglobnih štapova. (Uz to je sistem s n_f slobodnih čvorova i $b = n_\mathrm{f} \cdot 2$ ispravno raspoređenih zglobnih štapova statički određen.) Razlika broja slobodnih čvorova pomnoženoga s dva i broja štapova, $s_\mathrm{min.} = n_\mathrm{f} \cdot 2 - b$, najmanji je mogući broj stupnjeva slobode sistema (ako štapovi nisu ispravno raspoređeni, broj će stupnjeva slobode biti veći od njega).

Za zglobnu shemu sa slike 3. je $s_\mathrm{min.} = 4 \cdot 2 - 5 = 3$, pa taj sistem ima najmanje tri stupnja slobode. To znači da u zadanom sistemu sa slike 1. postoje barem tri neovisna translacijska pomaka.

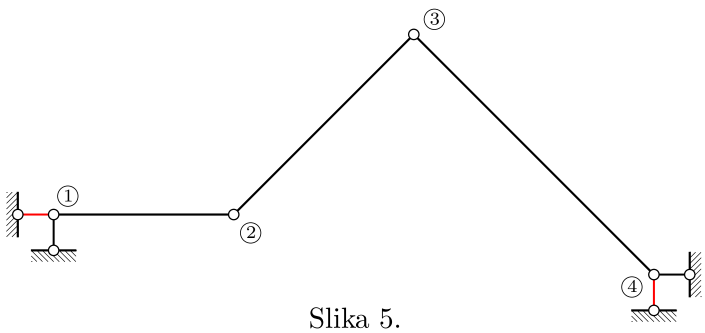
Ni jedan slobodni čvor zglobne sheme sa slike 3. nije s podlogom neposredno spojen dvama zglobnim štapovima. Isto tako, ni jedan slobodni čvor nije s podlogom povezan štapom i lancem štapova koji su na jednom pravcu (koji se ne podudara s osi prvoga štapa) ili dvama lancima štapova koji su u svakom lancu na jednom pravcu (a ta se dva pravca ne podudaraju).[1] Ni jedan slobodni čvor stoga nije nepomičan.

Čvor 1 će, spojimo li ga s podlogom još i horizontalonim štapom, postati nepomičnim — bit će spojen s podlogom dvama štapovima koji nisu na pravcu (slika 4.). (Dodani štap ne mora biti horizontalan, ali ne smije biti vertikalan.)



Slika 4.

Isto će tako čvor 4 biti nepomičan ako ga s podlogom spojimo još i vertikalnim štapom (slika 5.).

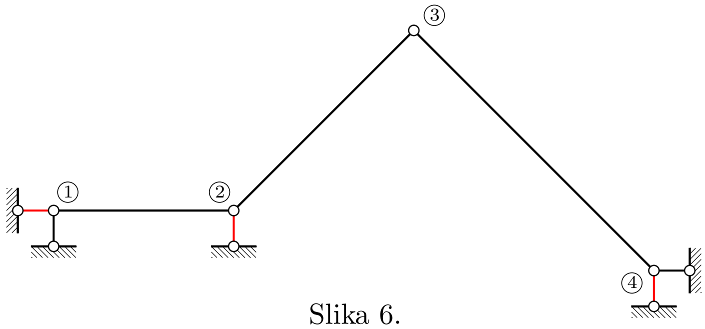


Slika 5.

Dobiveni je sistem četverozglobni mehanizam koji ima najmanje jedan stupanj slobode. Spojimo li čvor 2 s podlogom štapom koji nije horizontalan, i on će biti nepomičan — jednim je štapom spojen s podlogom, drugim s nepomičnim čvorom 1, a osī

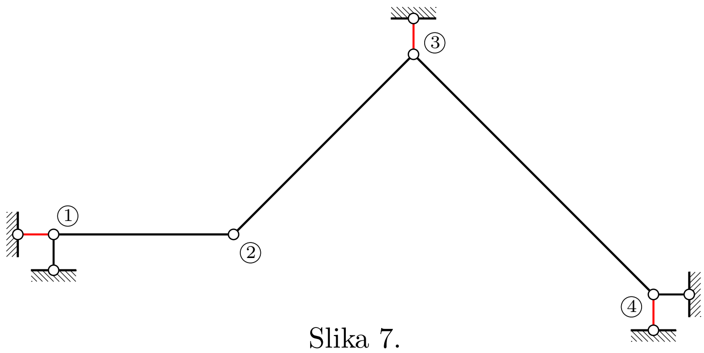
[1] Ova rečenica vjerojatno zvuči zagonetno. Vratit ćemo se na nju na stranici 4, kad zglobnu shemu pretvorimo u geometrijski nepromjenjivi sistem.

se tih dvaju štapova ne poklapaju (slika 6.). Čvor 3 je sada spojen s dva nepomična čvora (2 i 4) dvama štapovima koji nisu na istome pravcu, pa je i taj čvor nepomičan. Dobiveni je sistem, prema tome, geometrijski nepromjeniv, zglobna shema sa slike 3. ima tri stupnja slobode, a zadani je sistem sa slike 1. sistem s tri neovisna translacijska pomaka; označit ćemo ih s $\vec{u}_1$, $\vec{w}_2$ i $\vec{w}_4$. Nepoznanice su njihove duljine u_1, w_2 i w_4.



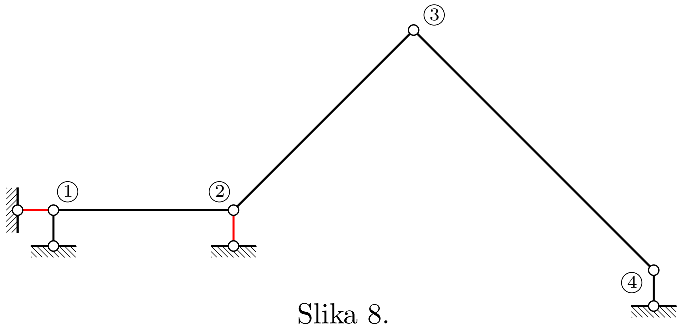
Slika 6.

Umjesto čvora 2 s podlogom možemo spojiti čvor 3 štapom os kojega se ne poklapa ni s osi štapa $\{2, 3\}$ ni s osi štapa $\{3, 4\}$, pa on postaje nepomičnim, jer je spojen s podlogom i s nepomičnim čvorom 4 štapovima kojima se osi ne poklapaju (slika 7.), a nepomičan je onda i čvor 2, jer je spojen s nepomičnim čvorovima 1 i 3 štapovima osi kojih se ne poklapaju. Neovisni su translacijski pomaci sistema sa slike 1. sada $\vec{u}_1$, $\vec{w}_3$ i $\vec{w}_4$.



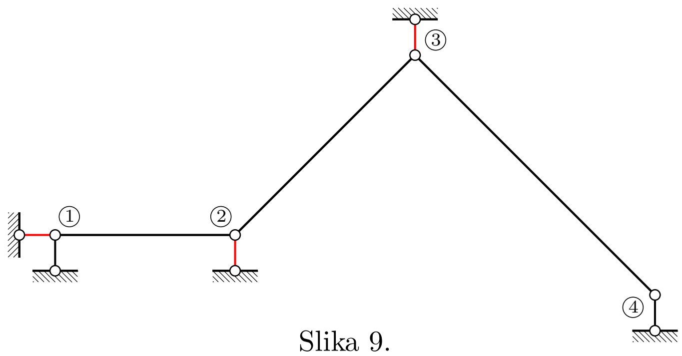
Slika 7.

Moguć je i drukčiji redoslijed spajanjā: nakon što smo čvor 1 učinili nepomičnim spojivši ga s podlogom horizontalnim štapom (slika 4.), s podlogom možemo spojiti čvor 2 (štapom koji nije horizontalan; slika 8.), te će i on postati nepomičnim (spojen je s podlogom i s nepomičnim čvorom 1 štapovima osi kojih se ne poklapaju).



Slika 8.

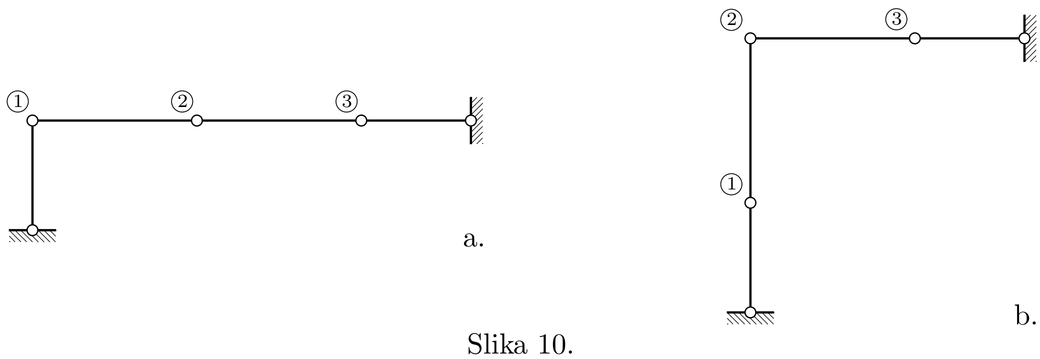
Ostatak je sistema (slobodni čvorovi 3 i 4 i štapovi $\{2,3\}$, $\{3,4\}$ i $\{4,\text{podloga}\}$ s nepomičnim čvorom 2 i podlogom) četverozglobni mehanizam s (najmanje) jednim stupnjem slobode. Spojimo li s podlogom još i čvor 3 ispravno postavljenim štapom (slika 9.), i taj će čvor postati nepomičnim [dodani štap ne mora biti vertikalan; koji uvjet mora zadovoljiti njegova os?], te će cijeli sistem postati geometrijski nepromjenjivim [obrazložite!]. Neovisni translacijski pomaci sistema sa slike 1. mogu, prema tome, biti i $\vec{u}_1$, $\vec{w}_2$ i $\vec{w}_3$.



Slika 9.

Prije no što pređemo na drugi dio zadatka, pokušat ću osvijetliti tajanstvenu rečenicu „[...] ni jedan slobodni čvor nije s podlogom povezan štapom i lancem štapova koji su na jednom pravcu (koji se ne podudara s osi prvoga štapa) ili dvama lancima štapova koji su u svakom lancu na jednom pravcu (a ta se dva pravca ne podudaraju)" koja je bila jednom od premisa na temelju kojih smo zaključili da u sistemu sa slike 3. niti jedan slobodni čvor nije nepomičan.

Iako je čvor 1 sistema prikazanoga na slici 10.a. s podlogom neposredno spojen samo vertikalnim štapom koji onemogućava njegovo pomicanje po vertikalnom pravcu, taj je čvor nepomičan, jer je njegovo pomicanje po horizontalnom pravcu spriječeno lancem štapova na tom pravcu. Ostali slobodni čvorovi toga lanca (2 i 3), međutim, nisu nepomični — mogu se pomicati po vertikalnim pravcima.



Slika 10.

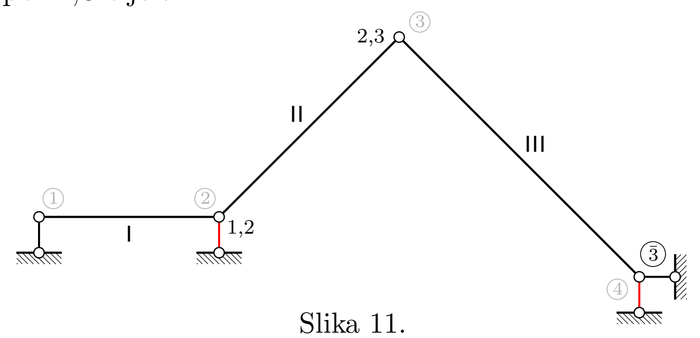
Čvor 2 sistema sa slike 10.b. s podlogom nije neposredno spojen, ali je ipak nepomičan: pomake po vertikalnom pravcu sprečava lanac štapova na tom pravcu, a pomake po horizontalnom pravcu lanac štapova na njemu. No, dok je čvor 2 nepomičan, čvorovi 1 i 3 to nisu: čvor 1 može se pomicati po horizontalnom, a čvor 3 po vertikalnom pravcu.

2. Kutovi zaokretā štapova kao krutih tijela

Budući da su duljine neovisnih translacijskih pomaka nepoznanice, kutove $\psi_{\{1,2\}}$, $\psi_{\{2,3\}}$ i $\psi_{\{3,4\}}$ moramo izraziti kao funkcije tih duljina. Izraze za kutove zaokretā štapova izvodimo s pomoću planova pomakā ili dijagrama projekcija pomakā mehanizama koji nastaju uklanjanjem spojeva koje smo dodali pretvarajući zglobnu shemu u geometrijski nepromjenjivi sistem. ***Planove pomakā i dijagrame projekcija pomakā na odabrane osi crtamo za mehanizme s jednim stupnjem slobode!*** To znači da iz geometrijski nepromjenjivoga sistema uklanjamo redom samo po *jedan spoj*.

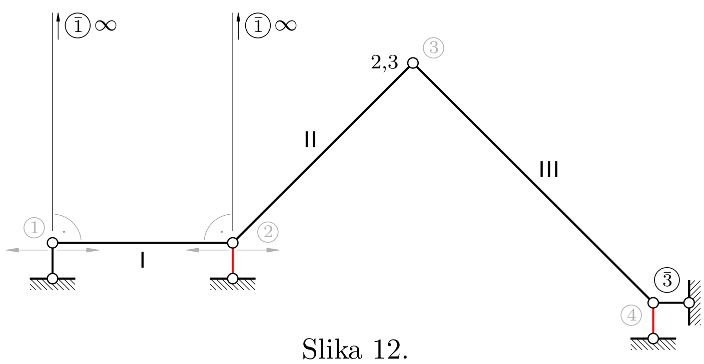
Zglobnu shemu sa slike 3. pretvorili smo u geometrijski nepromjenivi sistem prikazan na slici 6. sprečanjem pomaka čvora 1 po horizontalnom pravcu te pomakā čvorova 2 i 4 po vertikalnim pravcima. Dodali smo tri spoja, pa postoje tri mehanizma s jednim stupnjem slobode koji nastaju uklanjanjem jednoga od njih, a zadržavanjem ostalih dvaju.

Za prvi ćemo mehanizam ukloniti horizontalni zglobni štap kojim smo čvor 1 spojili s podlogom sprečavajući njegov horizontalni pomak (slika 11.). (Druga dva dodana štapa, rekoh, ostaju u sistemu.) Raskidanjem jednoga spoja geometrijski nepromjenjivoga sistema nastao je mehanizam s jednim stupnjem slobode, sastavljen od tri tijela. Nepomični čvor 4 apsolutni je pol $\bar{3}$ tijela III. Čvor 2 relativni je pol 1,2 tijelā I i II, dok je čvor 3 relativni pol 2,3 tijelā II i III.

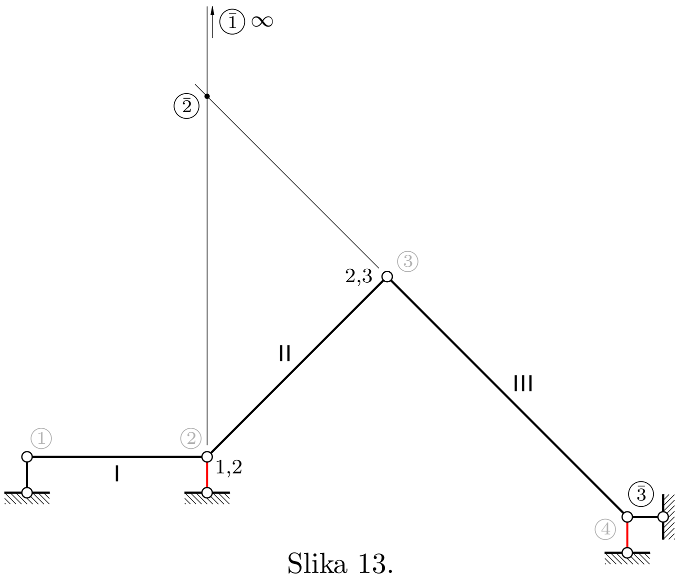


Slika 11.

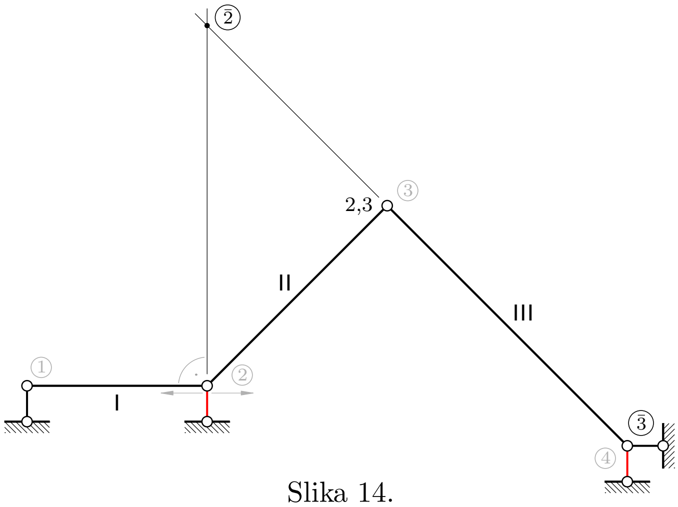
Čvorovi 1 i 2 spojeni su s podlogom vertikalnim štapovima, pa se mogu gibati samo po horizontalnom pravcu (slika 12.). Pravac na kojem je apsolutni pol tijela kojemu neka točka pripada na okomici je na pravac njezina mogućega pomaka. Kako su čvorovi 1 i 2 točke tijela I, njegov će apsolutni pol $\bar{1}$ biti zajednička neizmjerno daleka točka vertikala koje prolaze tim točkama (ista slika).



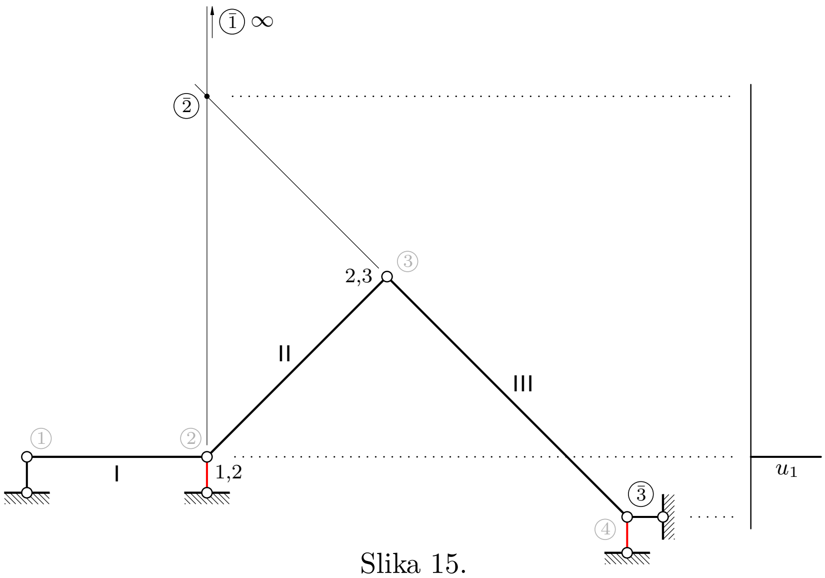
Slika 12.



Slika 13.



Slika 14.



Slika 15.

Uz poznate polove $\bar{1}$ i $\bar{3}$ apsolutni pol $\bar{2}$ tijela **II** možemo odrediti dvjema primjenama Kennedyjeva teorema: apsolutni pol $\bar{1}$, relativni pol 1,2 i apsolutni pol $\bar{2}$ su na pravcu; isto su tako na pravcu apsolutni pol $\bar{3}$, relativni pol 2,3 i apsolutni pol $\bar{2}$:

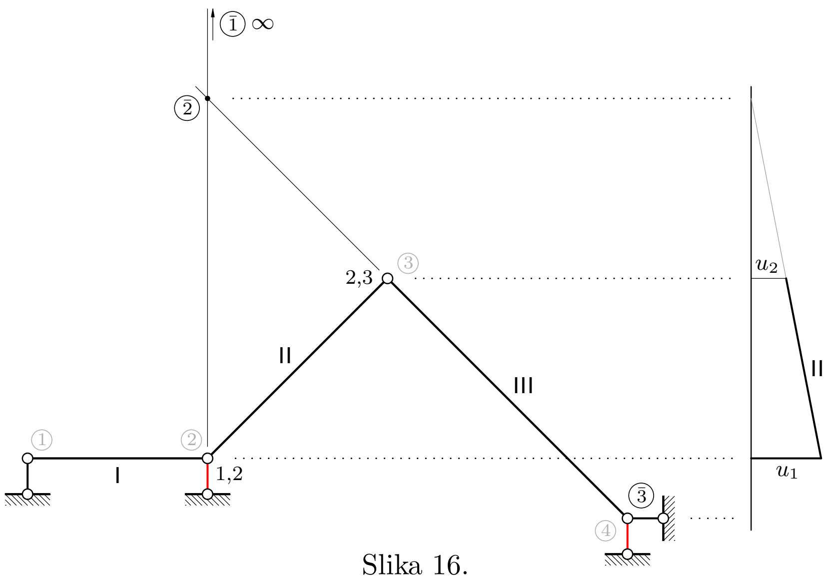
$$\left.\begin{array}{l}\bar{1};\;\; 1{,}2;\;\; \bar{2}\\[1ex] \bar{3};\;\; 2{,}3;\;\; \bar{2}\end{array}\right\}\quad \bar{2}.$$

Prema tome, apsolutni je pol $\bar{2}$ sjecište pravca koji prolazi točkama $\bar{1}$ i 1,2 i pravca koji prolazi točkama 2,3 i $\bar{3}$ (slika 13. na prethodnoj stranici).

Pol $\bar{2}$ možemo naći i na sljedeći način (priča je drukčija, ali je „povlačenje crta” isto): na pravcu su apsolutni pol $\bar{3}$, relativni pol 2,3 i apsolutni pol $\bar{2}$; čvor 2 pripada tijelu **I**, ali i tijelu **II**, pa apsolutni pol $\bar{2}$ mora biti na okomici na pravac mogućega pomaka toga čvora (slika 14. na prethodnoj stranici).

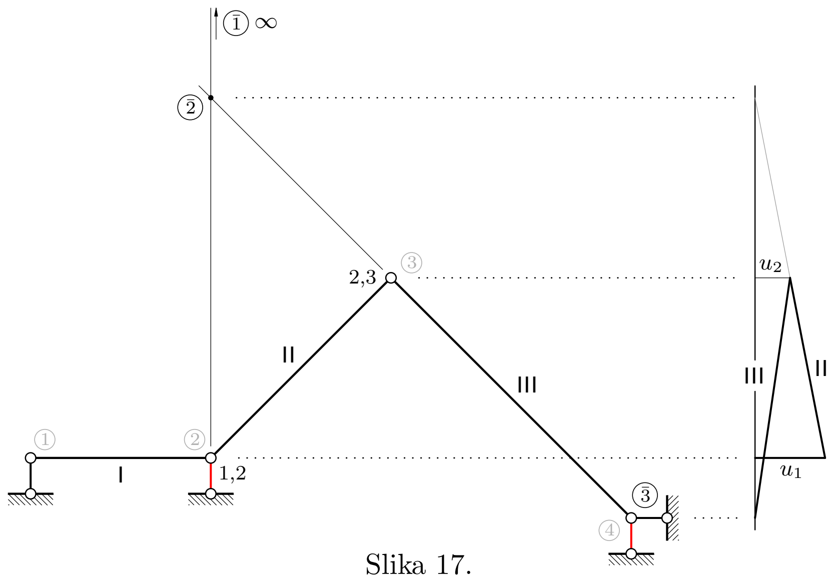
Nakon što smo odredili apsolutne polove svih tijela od kojih je mehanizam sastavljen, možemo nacrtati plan pomakā ili dijagram(e) projekcija pomakā. Budući da je prvi neovisni translacijski pomak $\vec{u}_1$ pomak čvora 1 po horizontalnom pravcu, nacrtat ćemo dijagram projekcija pomakā na horizontalnu os. Duljinu u_1 i smisao pomaka (slijȇva nȁdesno ili zdȇsna nȁlijēvo) odabiremo po volji. Kako je tijelo **I** horizontalni štap, projekcije su pomaka svih njegovih točaka na horizontalnu os ista dužina (slika 15. na prethodnoj stranici). (Apsolutni je pol tijela **I** neizmjerno daleka točka vertikalnih pravaca, pa su pomaci svih njegovih točaka translacije po istom horizontalnom pravcu, a projekcije su pomakā jednake pomacima.)

Čvor 2 relativni je pol 1,2 tijelā **I** i **II**, pa je projekcija pomaka jedne točke tijela **II** na horizontalnu os poznata. Kako je apsolutni pol $\bar{2}$ nepomičan, poznata je projekcija pomaka i druge točke toga tijela (steže se u točku), pa možemo nacrtati odsječak pravca koji je prikaz projekcija krajnjih točaka pomakā svih njegovih točaka na horizontalnu os (slika 16.; apsolutni je pol $\bar{2}$ „izvan” tijela **II**, te je prikaz projekcija krajnjih točaka pomakā toga tijela odsječak odsječka). I projekcije krajnjih točaka pomakā zovemo projekcijama pomakā.



Slika 16.

Budući da je čvor 3 relativni pol 2,3 tijelā II i III, nakon crtanja projekcija pomakā tijela II poznate su projekcije pomakā dviju točaka tijela III (druga je točka apsolutni pol $\bar{3}$), tako da sada možemo nacrtati i odsječak pravca koji je prikaz projekcija pomakā njegovih točaka (slika 17.).



Slika 17.

Nacrtanim dijagramom projekcija pomakā na horizontalnu os određeni su kutovi zaokretā svih štapova sistema kao funkcije duljine u_1 pomaka $\vec{u}_1$. Pomak je štapa $\{1,2\}$ (tijela I) translacijski, pa se njegova os ne zaokreće, tako da je

$$\psi_{\{1,2\}}(u_1) \;=\; \psi_{\mathsf{I}} \;=\; 0.$$

Apsolutni pol $\bar{2}$ i relativni pol 1,2 na istome su vertikalnom pravcu. Ako je duljina dužine kojoj su ti polovi krajnje točke $\ell_{\bar{2};1,2}$, onda je

$$\psi_{\{2,3\}}(u_1) \;=\; \psi_{\mathsf{II}} \;=\; \frac{u_1}{\ell_{\bar{2};1,2}} \;=\; \frac{u_1}{6};$$

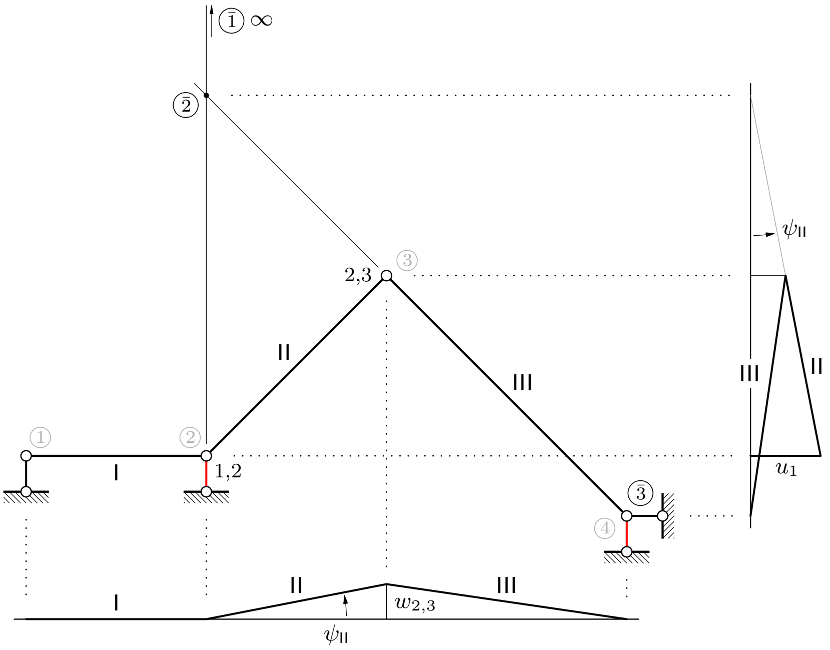
riječ je o malim kutovima, pa ih izražavamo pomoću njihovih tangensa. Smisao je vrtnje tijela II suprotan smislu vrtnje kazaljke na satu, pa je kut $\psi_{\{2,3\}}(u_1)$ pozitivan. Smisao je pak vrtnje tijela III smisao vrtnje kazaljke na satu, pa će kut $\psi_{\{3,4\}}(u_1)$ biti negativan. Ako je $\ell''_{\bar{3};2,3}$ duljina projekcije dužine krajnje točke koje su polovi $\bar{3}$ i 2,3 na vertikalnu os, onda je

$$\psi_{\{3,4\}} \;=\; \psi_{\mathsf{III}} \;=\; -\frac{u_2}{\ell''_{\bar{3};2,3}} \;=\; -\frac{u_1/2}{4} \;=\; -\frac{u_1}{8}$$

(da je $u_2 = u_1/2$ slijedi iz činjenice da je trokut kojemu su vrhovi apsolutni pol $\bar{2}$ i relativni polovi 1,2 i 2,3 jednakostraničan).

Za izražavanje kutova $\psi_{\{1,2\}}$, $\psi_{\{2,3\}}$ i $\psi_{\{3,4\}}$ u ovisnosti o duljini u_1 neovisnoga translacijskog pomaka dovoljan je bio dijagram projekcija pomakā na horizontalnu os. Ipak ćemo potpunosti radi nacrtati i dijagram projekcija pomakā na vertikalnu os i plan pomakā.

Pomak je tijela I translacijski pomak po horizontalnom pravcu, pa projekcije pomakā njegovih točaka na vertikalnu os iščezavaju (slika 18.). Pomoću kuta zaokreta tijela II, ψ_{II}, koji smo odredili u dijagramu projekcija pomakā na horizontalnu os, možemo izračunati orijentiranu duljinu projekcije pomaka relativnoga pola 2,3 na vertikalnu os, $w_{2,3} = -\psi_{\mathsf{II}} \cdot \ell'_{\bar{2};2,3} = -\psi_{\mathsf{II}} \cdot 3$ (kao uvijek, uzimamo da je pozitivni smisao vertikalne osi prema dolje; $\ell'_{\bar{2};2,3}$ je duljina projekcije na horizontalnu os dužine kojoj su polovi $\bar{2}$ i 2,3 krajnje točke) te potom nacrtati odsječke pravaca koji su prikazi projekcija pomakā točaka tijelā II i III na vertikalnu os (ista slika).



Slika 18.

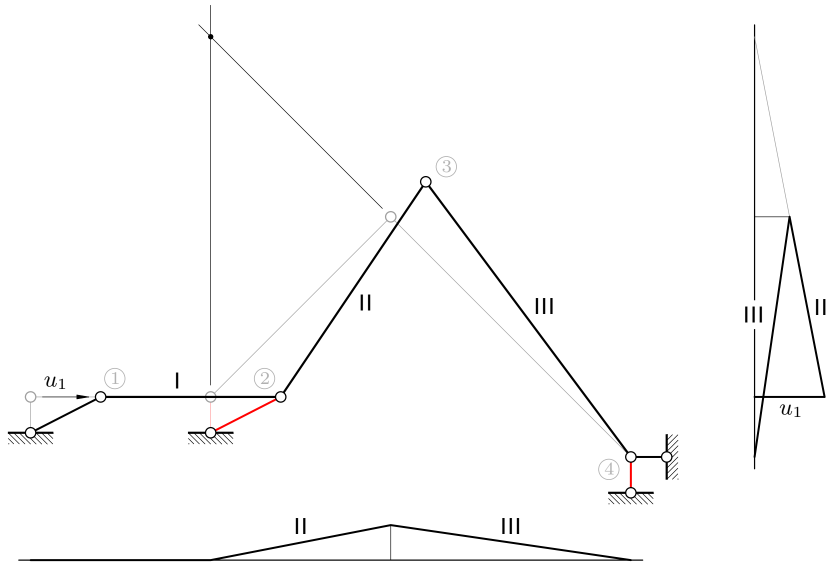
Dok su za izvođenje izraze za kutove zaokretā pogodniji dijagrami projekcija pomakā, plan pomakā mehanizma daje jasniju, intuitivniju sliku tih pomaka. Plan pomakā crtamo preko crteža sistema, prenoseći duljine obiju komponenata pomakā pojedinih čvorova iz dijagramā projekcija pomakā na horizontalnu i vertikalnu os (slika 19. na sljedećoj stranici).

Za drugi ćemo mehanizam s jednim stupnjem slobode „vratiti" horizontalni štapni spoj čvora 1 s podlogom, koji smo uklonili za prvi mehanizam, i ukloniti zglobni štap kojim smo čvor 2 spojili s podlogom sprečavajući njegov vertikalni pomak (slika 20.). I ovaj je mehanizam sastavljen od tri tijela. Nepomični čvorovi 1 i 4 apsolutni su polovi $\bar{1}$ i $\bar{3}$ tijelā I i III, čvor 2 je ponovno relativni pol 1,2 tijelā I i II, a čvor 3 relativni pol 2,3 tijelā II i III.

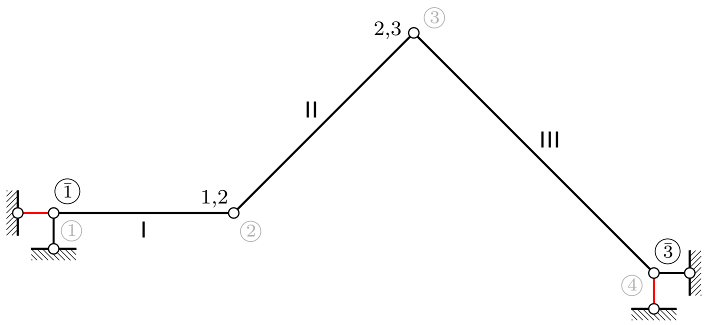
I sada ćemo apsolutni pol $\bar{2}$ tijela II odrediti dvjema primjenama Kennedyjeva teorema:

$$\left.\begin{array}{l}\bar{1};\;\; 1{,}2;\;\; \bar{2} \\[4pt] \bar{3};\;\; 2{,}3;\;\; \bar{2}\end{array}\right\} \qquad \bar{2}$$

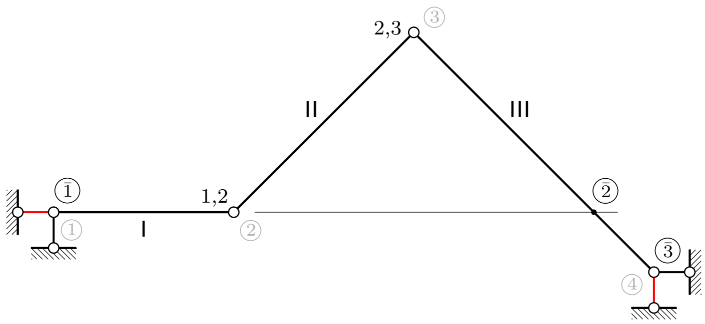
(slika 21.).



Slika 19.

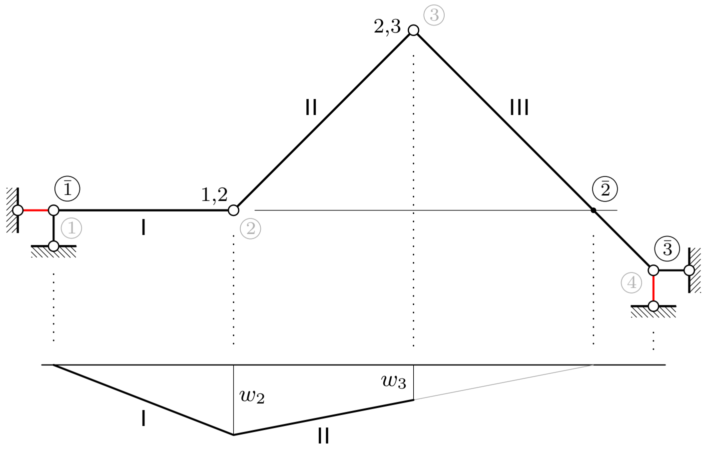


Slika 20.



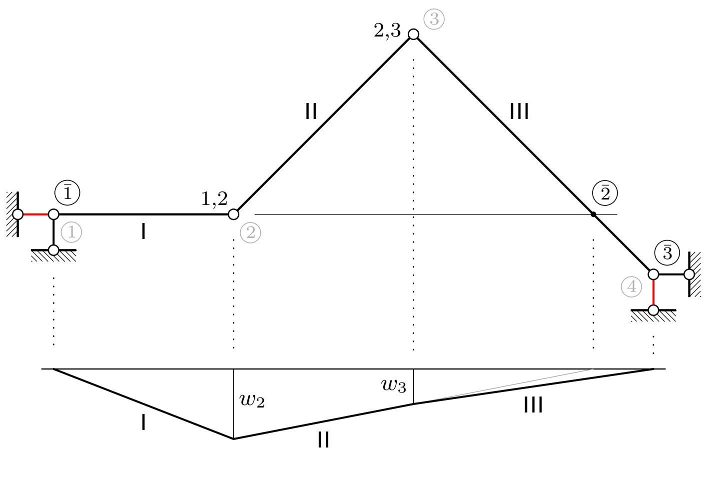
Slika 21.

Drugi je neovisni translacijski pomak $\vec{w}_2$ pomak čvora 2 po vertikalnom pravcu, pa ćemo nacrtati dijagram projekcija pomakā na vertikalnu os. Kako je čvor 2 relativni pol 1,2 tijelā I i II, poznate su projekcije pomakā jedne točke svakoga od njih, pa možemo nacrtati odječke pravaca kojima su prikazane projekcije pomakā točaka tih tijela na vertikalnu os (slika 22.).



Slika 22.

Budući da je sada poznata projekcija pomakā relativnoga pola 2,3, možemo nacrtati i odječak pravca koji je prikaz projekcija pomakā točaka tijela III na vertikalnu os (slika 23.).



Slika 23.

Kutovi su zaokretā štapova sistema, izraženi kao funkcije duljine w_2 pomaka $\vec{w}_2$,

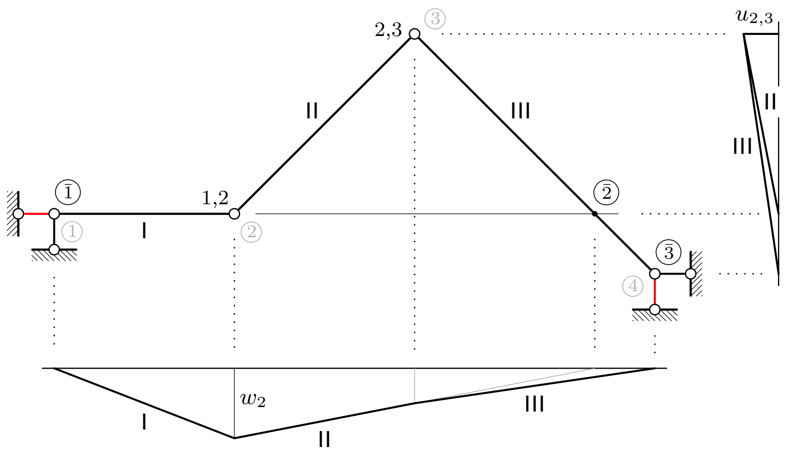
$$\psi_{\{1,2\}}(w_2) = \psi_{\mathsf{I}} = -\frac{w_2}{\ell_{\bar{1};1,2}} = -\frac{w_2}{3},$$

$$\psi_{\{2,3\}}(w_2) = \psi_{\mathsf{II}} = \frac{w_2}{\ell_{\bar{2};1,2}} = \frac{w_2}{6},$$

$$\psi_{\{3,4\}}(w_2) = \psi_{\mathsf{III}} = \frac{w_3}{\ell'_{\bar{3};2,3}} = \frac{w_2/2}{4} = \frac{w_2}{8}.$$

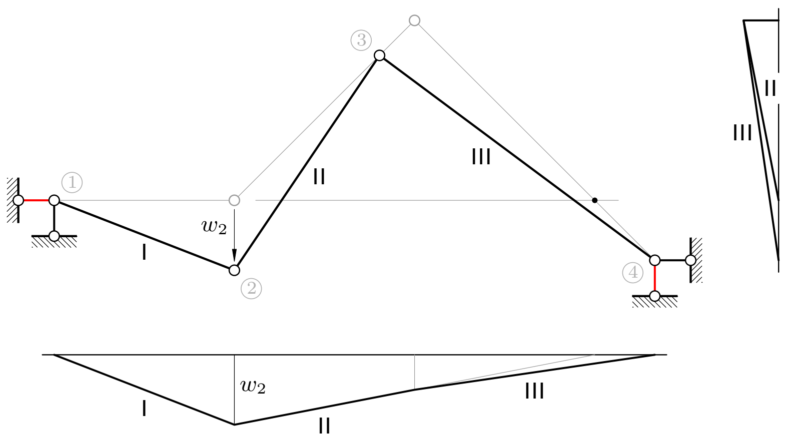
Ovoga je puta za izražavanje kutova zaokretā u ovisnosti o duljini w_2 bio dovoljan dijagram projekcija pomakā na vertikalnu os. No, potpunosti radi…

Kako je tijelo I horizontalni štap i kako je apsolutni pol $\bar{1}$ na njegovoj osi, njegove se točke pomiču po vertikalnim pravcima, pa projekcije tih pomaka na horizontalnu os iščezavaju (slike 24.). Kut zaokreta ψ_{II} daje $u_{2,3} = -\psi_{\mathsf{II}} \cdot \ell''_{\bar{3};2,3} - \psi_{\mathsf{II}} \cdot 3$, pa možemo nacrtati odsječke pravaca kojima su prikazane projekcije pomakā točaka tijelā II i III na horizontalnu os (ista slika).



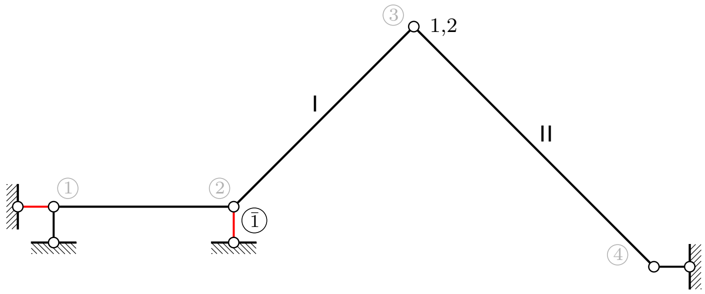
Slika 24.

Kao i prije, plan pomakā crtamo prenoseći duljine obiju komponenata pomakā čvorova 2 i 3 iz dijagramā projekcija pomakā na crtež sistema (slika 25.).



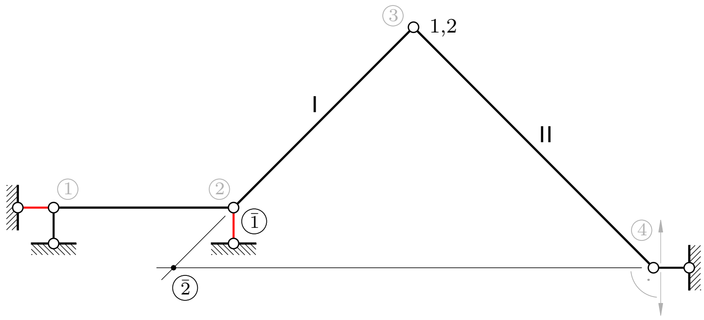
Slika 25.

Treći mehanizam nastaje uklanjanjem zglobnoga štapa kojim smo spriječili vertikalni pomak čvora 4 (i, dakako, ponovnim spajanjem čvora 2 s podlogom). Za razliku od prva dva mehanizma koji su sastavljeni od tri tijela, dobiveni mehanizam sadrži samo dva tijela: štap $\{1, 2\}$ spojen je s podlogom trima zglobnim štapovima osi kojih ne prolaze istom točkom (slika 26.). Nepomični čvor 2 apsolutni je pol tijela I, dok je čvor 3 relativni pol 1,2.



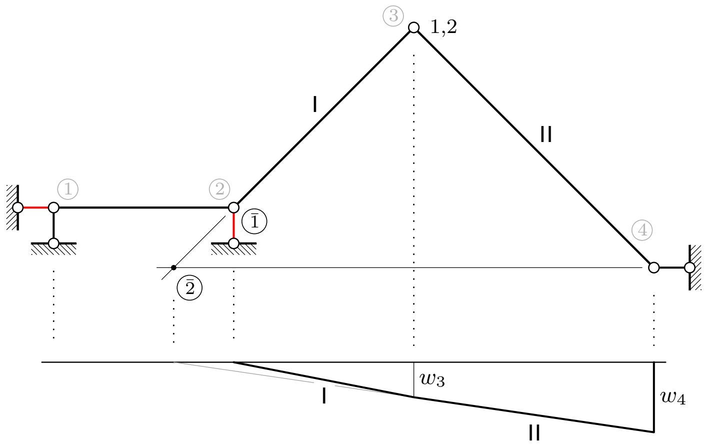
Slika 26.

Čvor 4 može se gibati samo po vertikalnom pravcu, pa je apsolutni pol $\bar{2}$ tijela II na horizontalnom pravcu koji prolazi tim čvorom. Drugi pravac na kojem je pol $\bar{2}$ daje nam Kennedyjev teorem: $\bar{1}$; 1,2; $\bar{2}$ (slika 27.).



Slika 27.

Treći je neovisni translacijski pomak vertikalni pomak $\vec{w}_4$ čvora 4. Opišite crtanje dijagrama projekcija pomakā na vertikalnu os, koji je prikazan na slici 28.!



Slika 28.

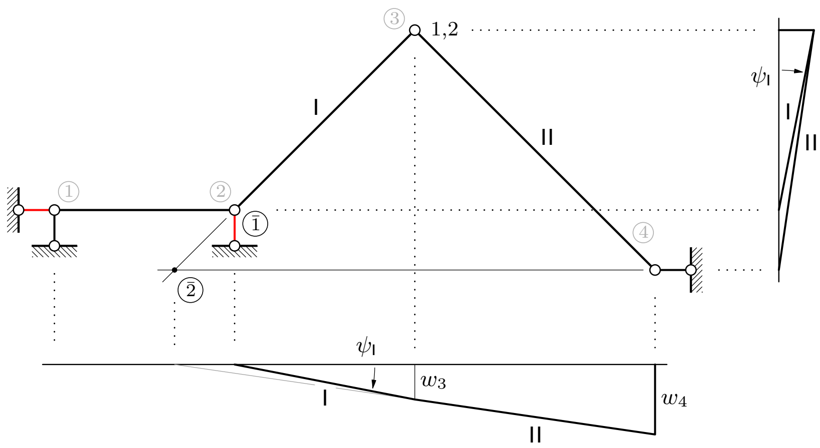
Kutovi zaokretā štapova sistema, izraženi kao funkcije duljine w_4 pomaka $\vec{w}_4$, jesu

$$\psi_{\{1,2\}}(w_4) \;=\; 0 \qquad\qquad \text{(štap je nepomičan)},$$

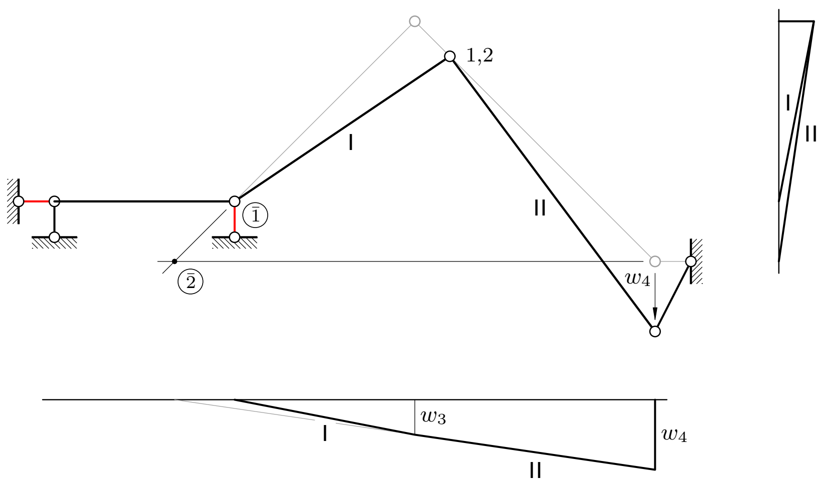
$$\psi_{\{2,3\}}(w_4) \;=\; \psi_{\mathsf{I}} \;=\; -\frac{w_4}{\ell_{\bar{2};4}} \;=\; -\frac{w_4}{8},$$

$$\psi_{\{3,4\}}(w_4) \;=\; \psi_{\mathsf{II}} \;=\; -\frac{w_3}{\ell'_{\bar{1};1,2}} \;=\; -\frac{w_4/2}{3} \;=\; -\frac{w_4}{6}.$$

I sada je za izražavanje kutova zaokretā u ovisnosti o duljini w_4 bio dovoljan dijagram projekcija pomakā na vertikalnu os. Ipak i opet, potpunosti radi … dijagram projekcija pomakā na horizontalnu os na slici 29. i plan pomakā na slici 30. [Opišite oba crtanja!]



Slika 29.



Slika 30.

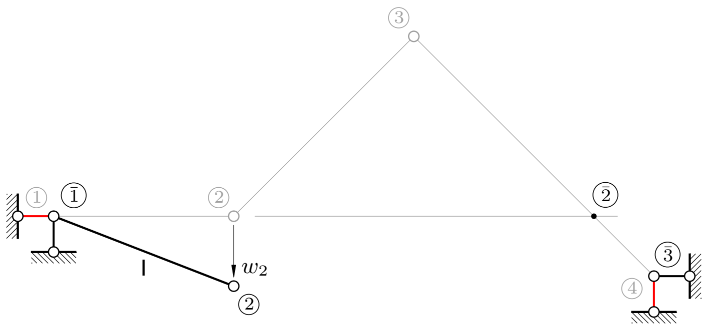
Varijacije na temu, za domaću zabavu

Nacrtajte dijagrame projekcija pomakā i(li) planove pomakā mehanizama za neovisne translacijske pomake koji su dodavanjem štapnih spojeva s podlogom spriječeni u sistemima prikazanima na slikama 7. i 9.! Izrazite u oba slučaja kutove $\psi_{\{1,2\}}$, $\psi_{\{2,3\}}$ i $\psi_{\{3,4\}}$ u ovisnosti o duljinama tih pomakā!

Dodatak: neposredno crtanje plana pomakā

Planove pomakā na slikama 19., 25. i 30. nacrtali smo prenošenjem duljina komponenata pomakā čvorova iz dijagramā projekcija pomakā na crtež sistema. Plan pomakā možemo nacrtati i neposredno, bez tih dijagrama. Pokazat ću to na primjeru plana pomakā za pomak $\vec{w}_2$.

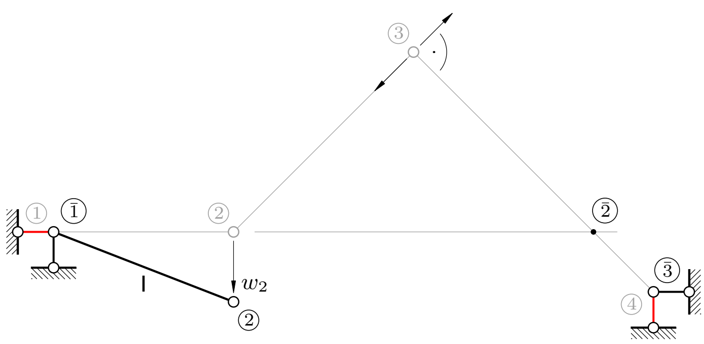
Čvor 2 pomiče se po vertikalnom pravcu; duljina je pomaka w_2. Čvor 1 apsolutni je pol $\bar{1}$ štapa $\{1, 2\}$ (tijela I), pa taj štap možemo nacrtati u novom položaju (slika 31.). Čvorove u početnim položajima označavat ćemo sivim, a čvorove u novim položajima crnim brojkama.



Slika 31.

Budući da čvor 2 pripada i štapu $\{2, 3\}$ (tijelu II), novi je položaj jedne točke toga štapa poznat. Za crtanje štapa u novom položaju moramo naći novi položaj još jedne njegove točke.

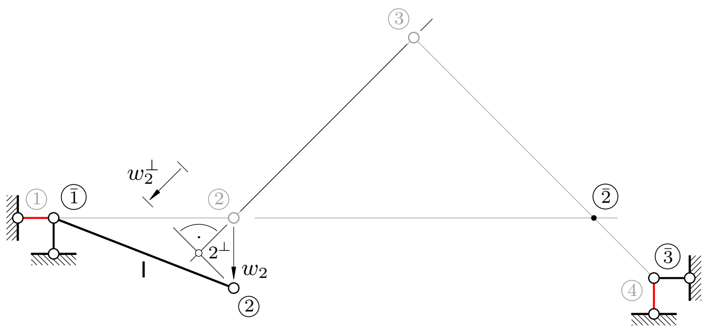
U okvirima teorije „malih" pomaka točke nekoga tijela putuju po okomicama na njihove spojnice s apsolutnim polom toga tijela. (Spojnice su čvora 2 s polovima $\bar{1}$ i $\bar{2}$ horizontalne, a čvor se pomaknuo po vertikalnom pravcu.) Čvor 3 putovat će po okomici na spojnicu s apsolutnim polom $\bar{2}$ (slika 32.; u našem je primjeru to os štapa $\{2, 3\}$ u početnom položaju, jer je pol $\bar{2}$ na osi štapa $\{3, 4\}$ u početnom položaju, a te su dvije osi međusobno okomite, ali to, dakako, ne mora biti tako). Pitanje je, međutim, kolika je duljina pomaka čvora 3.



Slika 32.

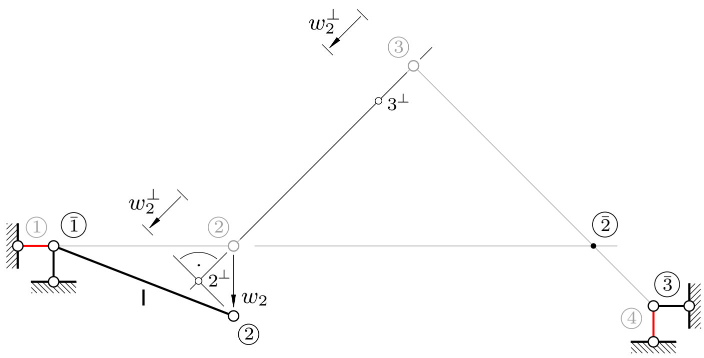
Prema osnovnom su teoremu kinematike krutoga tijela ortogonalne projekcije vektorâ brzina bilo kojih dviju točaka krutoga tijela na pravac koji je određen tim točkama jednake. Vektori brzina pomnoženi „malim” odsječkom vremena dt „mali” su pomaci, pa slijedi da su jednake i ortogonalne projekcije „malih” pomaka bilo kojih dviju točaka krutoga tijela na tim točkama određeni pravac.

Projiciramo li čvor 2 u novom položaju na os štapa $\{2, 3\}$ u početnom položaju u točku $2^{\perp}$, vektor kojemu je početna točka u početnom položaju čvora 2 a vršak u točki $2^{\perp}$ bit će projekcija vektora pomaka čvora 2 na os štapa $\{2, 3\}$ (slika 33.).



Slika 33.

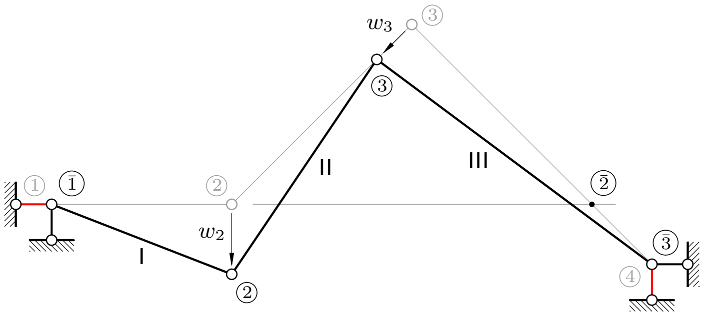
Prenesemo li taj vektor u čvor 3 u početnom položaju, njegov će vršak biti projekcija $3^{\perp}$ čvora 3 na os štapa $\{2, 3\}$ (slika 34.).



Slika 34.

No, os je štapa $\{2, 3\}$ i pravac po kojemu čvor 3 putuje, pa je točka $3^{\perp}$ ujedno i novi položaj čvora 3. (Kao što rekoh, podudaranje je pravca gibanja čvora 3 i osi štapa $\{2, 3\}$ slučajnost. Da se ti pravci nisu poklopili, trebalo bi na pravcu gibanja čvora 3 naći točku koja se projicira u točku $3^{\perp}$.)

Novi je položaj čvora 3 sada poznat, pa možemo nacrtati štapove $\{2, 3\}$ i $\{3, 4\}$ u novim položajima i dovršiti crtanje plana pomakā (slika 35. na sljedećoj stranici). Pokušate li pomoću toga plana izraziti kut $\psi_{\{2,3\}}$ kao funkciju duljine w_2, shvatit ćete zašto sam prije rekao da su za izvođenje izraza za kutove zaokretā pogodniji dijagrami projekcija pomakā.



Slika 35.