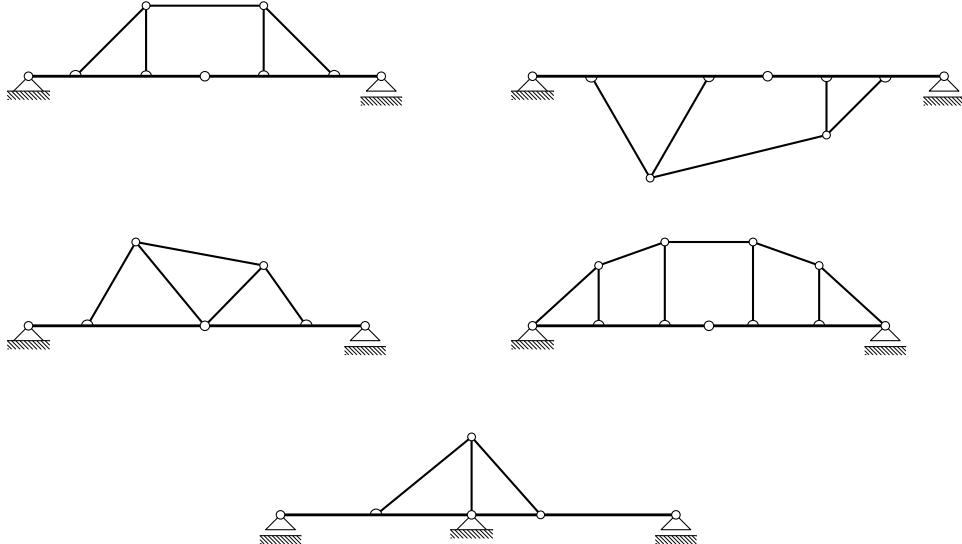


# Ojačane grede

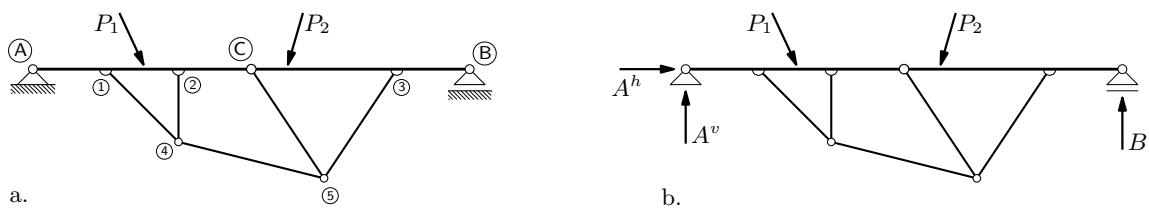
## 1. Analitički postupak

Ojačane su grede grede nosivost kojih je povećana sistemom zglobnih štapova s gornje ili donje strane. Najčešće su to jednostavno oslonjene grede (prva četiri sistema na slici 1.), ali mogu to biti i složeniji gredni nosači poput Gerberovih (peti sistem) ili kontinuiranih. Da bi takva greda bila statički određena, u neki presjek ojačanoga dijela treba ugraditi zglob.



Slika 1.

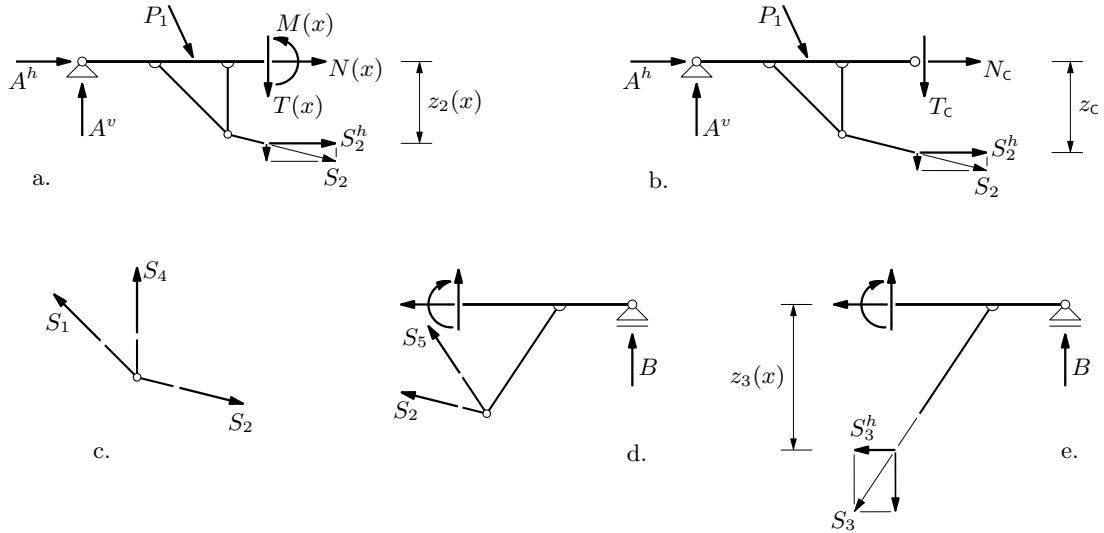
U ovom ćemo se prikazu ograničiti na ojačane jednostavno oslonjene grede. Kako je u odnosu na podlogu riječ o „običnoj“ jednostavno oslonjenoj gredi, vrijednosti reakcija izračunavamo prema slici 2.b. na poznati način.



Slika 2.

Izračunavanje sila u nekom presjeku ojačanoga dijela traži da osim grede presječemo i jedan štap ojačanja, što u prvom općem presjeku znači četiri nepoznate vrijednosti sila (slika 3.a.). No, kao i u rješavanju sistema sa zategom, u presjeku kroz zglob C nepoznate su samo tri sile (slika b.).

S poznatom vrijednosti  $S_2$  sile u štalu 4-5 ojačanja možemo izračunati vrijednosti sile u bilo kojemu presjeku dijela 2-C grede (oznake prema slici 2.a.).



Slika 3.

Za izračunavanje vrijednosti sila u nekom presjeku dijela 1–2 grede presjeći treba štap 1–4 ojačanja. Vrijednost  $S_1$  sile u njemu (četvrtu nepoznanicu u prvom presjeku dijela 1–2) možemo izračunati iz jednadžbi ravnoteže čvora 4 (slika 3.c.). Ako je, kao na slici, treći (unutarnji) štap ojačanja vertikalalan, iz jednadžbe ravnoteže horizontalnih komponenata sila odmah slijedi  $S_1^h = S_2^h$ .

Slično tome, vrijednost  $S_3$  u štalu 5–3 četvrta je nepoznanica u prvom presjeku dijela C–3 grede (slika 3.e.). Tu vrijednost možemo izračunati iz jednadžbi ravnoteže čvora 5. (U našemu primjeru unutarnji štap C–5 „završava” u zglobu C, pa vrijednost  $S_3$  možemo izračunati i pre-sjekom kroz štap 5–3 i zglob.)

Budući da unutarnji štap ojačanja C–5 nije vertikalalan, vertikalni pravci kroz točke lijeve polovine dijela C–3 grede sijeku štapove C–5 i 4–5 (slika 3.d.), pa sile u presjecima toga dijela grede možemo izračunati i iz jednadžbi ravnoteže tako izdvojena dijela nosača. Iz ravnoteže čvora 5 lako je zaključiti da je rezultanta sile  $\vec{S}_2$  i  $\vec{S}_5$  na slici d. jednaka sili  $\vec{S}_3$  na slici e. Taj će nam zaključak uskoro zatrebati, u primjeni principa superpozicije.

## 2. Superpozicijski postupak

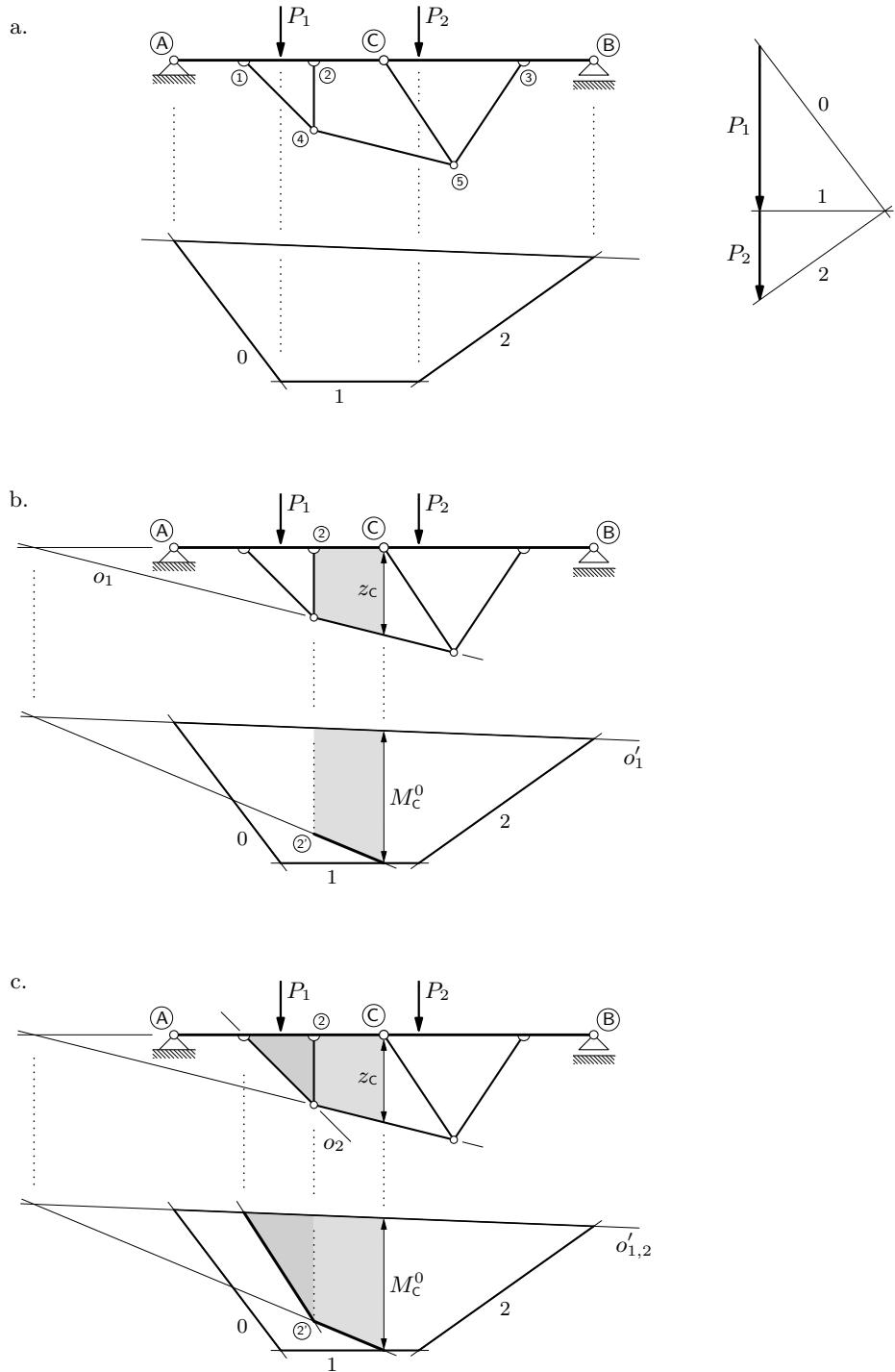
Princip superpozicije, kao što znamo, primjenjujemo u crtanjtu dijagrama momenata ako na nosač djeluje vertikalno opterećenje. I za ojačane grede možemo izvesti opći izraz za vrijednost momenta u presjeku  $x$  u obliku

$$M(x) = M^0(x) - z_i(x) S_i^h, \quad (1)$$

gdje je  $M^0(x)$  vrijednost momenta savijanja u presjeku  $x$  grede bez ojačanja i, naravno, bez zglobova, dok je  $z_i(x) S_i^h$  vrijednost momenta koji uzrokuje sila u štalu ojačanja koji treba presjeći da se izdvoji dio nosača.

Dijagram  $M^0$  nacrtali smo na slici 4.a. kao verižni poligon.

Momenti dijagram kojih crtamo primjenom afinosti momenti su uzrokovani silama u štavovima ojačanja, pa su osi preslikavanja osi tih štavova, a preslikava se uvihek os grede, jer se momenti izračunavaju u odnosu na točke na njoj.

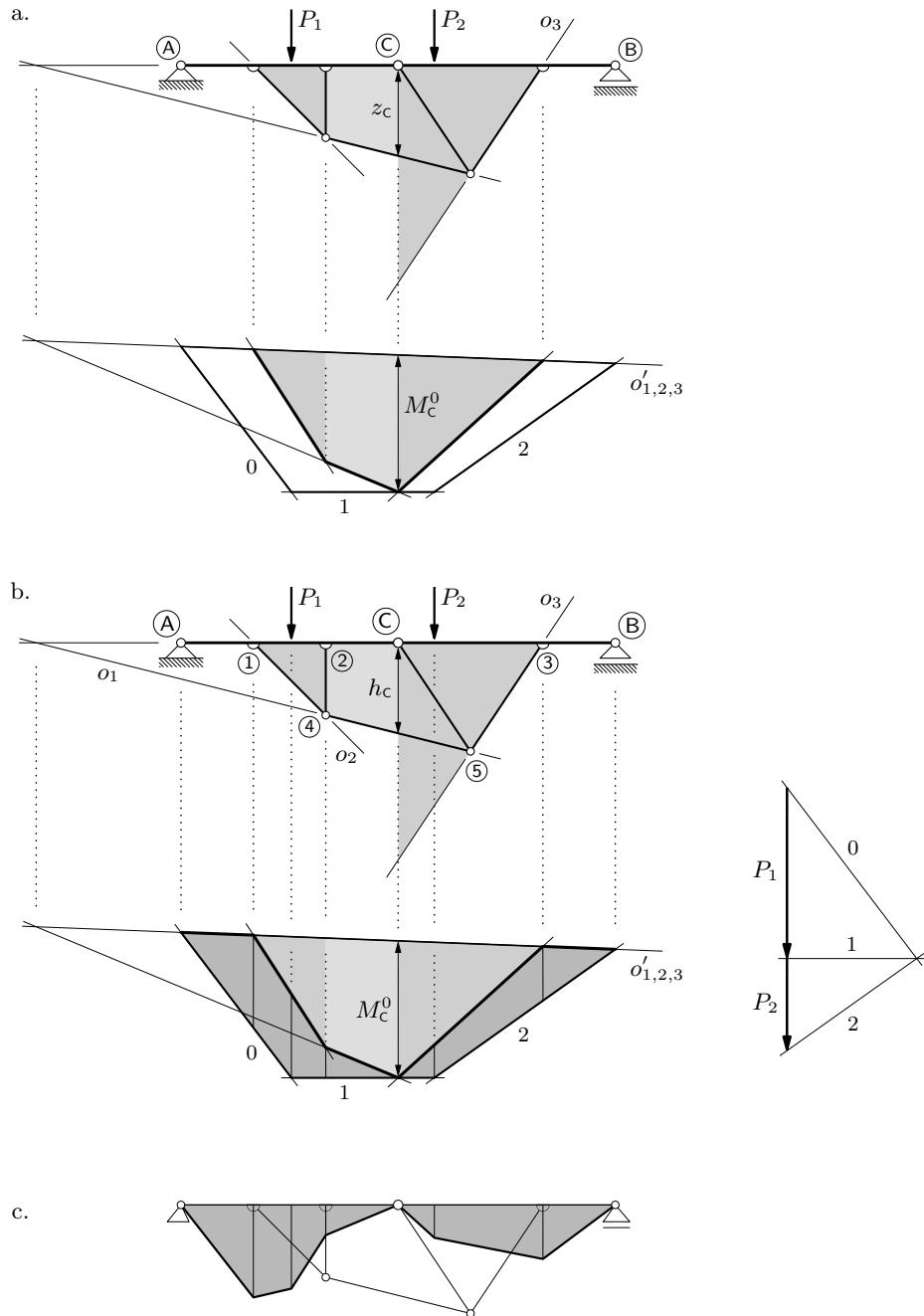


Slika 4.

Zasad su jedini poznati pridruženih točaka zglob  $C$  i točka  $M_C^0$ , pa će prvo preslikavanje biti ono kojemu je os  $o_1$  os štapa 4–5 (slika 4.b.). U polju momenata sve se osi  $o'_i$  poklapaju sa zaključnom linijom verižnoga poligona, koja je os dijagrama  $M^0$ . Preslikavamo, rekosmo, os grede. Druga točka kojom je njezina slika određena bit će njezino sjecište s osi afinosti koje je,

kao i sve točke na osi afinosti, pridruženo samo sebi. No, kako su na crtežu os  $o_1$  u polju nosača i os  $o'_1$  u polju momenata razdvojenata crtežu, sjecište osi grede i osi  $o_1$  treba „prenijeti” na os  $o'_1$ . Sila u štapu 4–5 uzrokuje momente u dijelu grede 2–C, pa je samo odsječak slike osi grede između točaka 2' i  $M_C^0$  dio momentnoga dijagrama.

Lijevo od točke 2, na dijelu 1–2, momente u gredi uzrokuje sila u štapu 1–4, pa će os toga štapa biti os  $o_2$  drugoga afinog preslikavanja (slika 4.c.). Budući da vrijednosti momenata neposredno lijevo i neposredno desno od točke 2 moraju biti jednake, drugo je preslikavanje



Slika 5.

zadano točkom 2 i njezinom u prvom preslikavanju određenom slikom 2'. Ponovo preslikavamo os grede. Točka 1 sjecište je osi grede i osi  $o_2$ , pa je pridružena samoj sebi.

Desno od zgloba C, na dijelu C-3 grede, momente uzrokuje sila u štalu 5-3, pa će os toga štapa biti os  $o_3$  trećega preslikavanja (slika 5.a. na prethodnoj stranici). Treba naglasiti da se tim preslikavanjem preslikavaju sve točke dijela C-3, iako vertikale kroz točke prve polovice toga dijela grede ne sijeku štap 5-3 nego štap 4-5 čija je os os prvoga preslikavanja. Međutim, te vertikale sijeku i unutarnji kosi štap C-4, pa momente u točkama grede osim sile u štalu 4-5 uzrokuje i sila u štalu C-4. Zaključili smo već na kraju prethodnoga odjeljka da je rezultanta sila u ta dva štapa jednaka sili u štalu 5-3, pa je prema Varignonovu teoremu... [dovršite rečenicu!]

Na slici 5.b. cijela je grafička konstrukcija prikazana na jednom je crtežu, dok je na slici c. konačni momentni dijagram nacrtan na „klasičan” način, s horizontalnom osi.