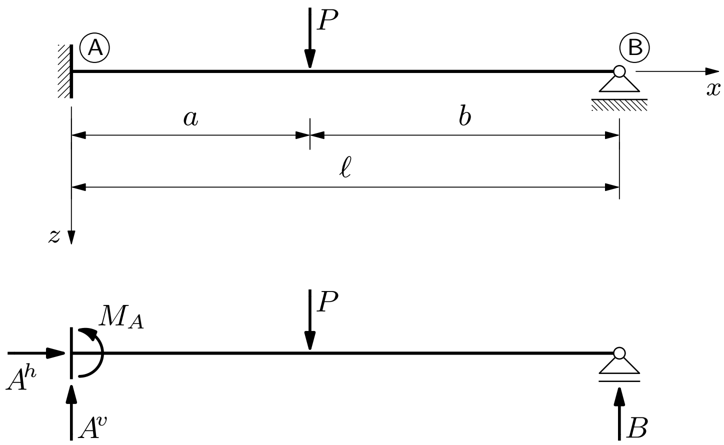
Građevna statika 1.

Metoda sila (1)

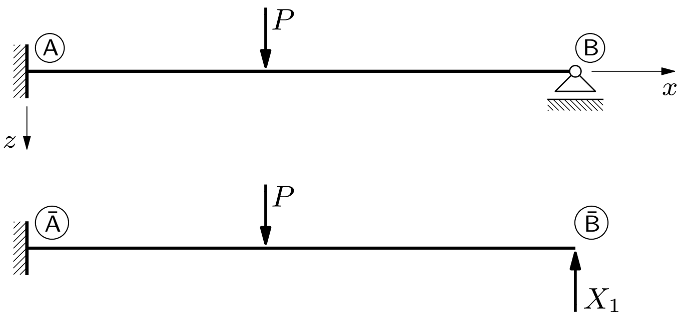


Na prošlom smo predavanju prikazali Navierovo rješenje problema nedostajuće jednadžbe u izračunavanju sila u jednostrano upetoj gredi. Dodatnu je jednadžbu Navier izveo iz uvjeta kompatibilnosti pomakā, odnosno rubnoga uvjeta u desnom ležaju, što je tražilo podosta mukotrpno i dugotrajno analitičko rješavanje diferencijalne jednadžbe progibne linije. A na gredu djeluje samo jedna sila . . .

U Navierovu rješenju valja, međutim, uočiti dvije pojedinosti:

1. analitički je izraz za progibnu liniju upotrijebljen samo za uvrštavanje rubnoga uvjeta na mjestu i po pravcu djelovanja odabrane prekobrojne sile, reakcije $\vec{\mathrm{B}}$;
2. u tom se izrazu od nepoznanica pojavila samo vrijednost B sile $\vec{\mathrm{B}}$, tako da se ona mogla iz njega neposredno izračunati.

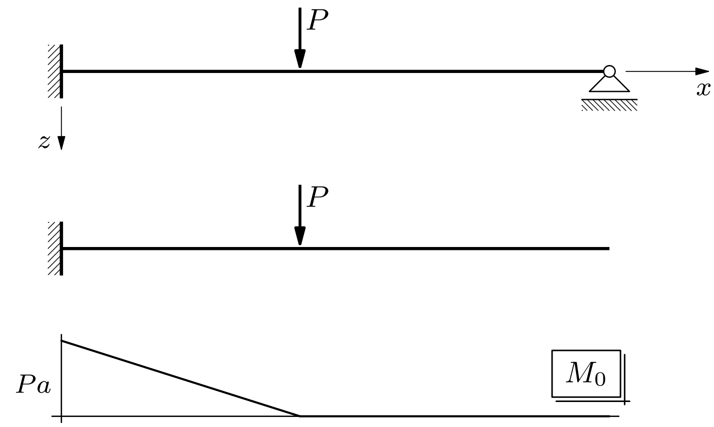
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



Umjesto zadane jednostrano upete grede AB uvest ćemo konzolu $\bar{A}\bar{B}$ istoga raspona ℓ i istih geometrijskih i materijalnih karakteristika EI, opterećenu silom $\vec{P}$ u istom položaju te silom $\vec{X}_1$, zasad nepoznate vrijednosti X_1, na pravcu koji odgovara pravcu djelovanja reakcije $\vec{B}$. Sila $\vec{X}_1$ zamjenjuje reakciju $\vec{B}$, a time i ležaj B jednostrano upete grede.

Indeks 1 u $\vec{X}_1$ pogled je unaprijed. U n puta statički neodređenu nosaču pojavit će se n sila vrijednostikojih su na početku proračuna nepoznate, pa ćemo ih označavati s $\vec{X}_1, \vec{X}_2, \ldots, \vec{X}_n$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



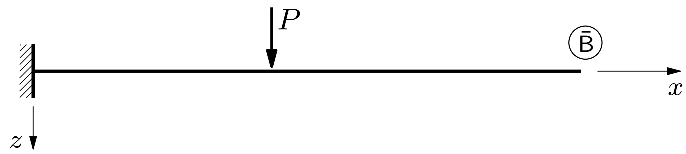
Zamislit ćemo prvo da na konzolu djeluje samo sila $\vec{P}$. Reakcije i unutarnje sile jednake su tada reakcijama i unutarnjim silama u mogućem ravnotežnom stanju grede AB uz pretpostavku $B = 0$ (prošlo predavanje).

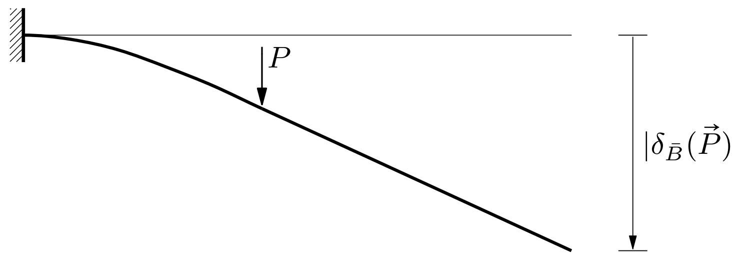
(nastavlja se na sljedećoj stranici)

No, vidjeli smo da to moguće stanje ravnoteže nije stvarno stanje. Sada možemo dati još jedno tumačenje te tvrdnje: kako je reakcija $\vec{B}$ izraz otpora ležaja B vertikalnomu pomaku, pretpostavka $B = 0$ znači da se ležaj tom pomaku ne odupire.

(Ako crtež nije „animiran", otvorite prezentaciju u *Acrobat Reader*-u.)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

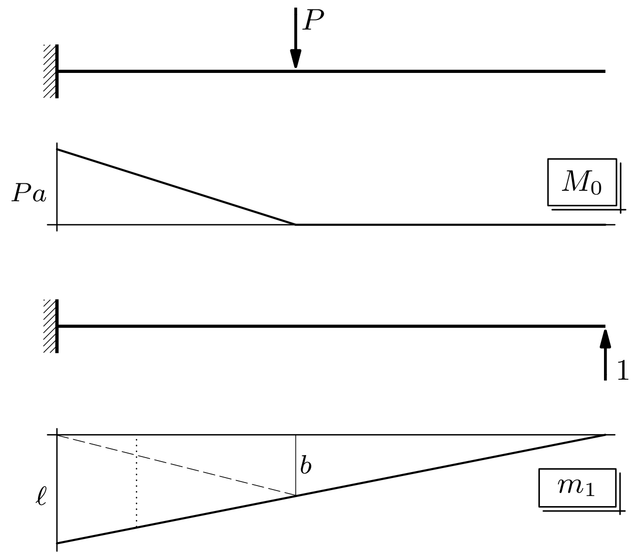




$$
\begin{aligned}
\delta_{\bar{B}}(\overrightarrow{P}) &= \int_0^{\ell} \frac{m_1(x)\, M_0(x)}{E\, I(x)}\, dx \\
&= \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2}\, Pa^2 \right) \left(\frac{2}{3}\, \ell + \frac{1}{3}\, b \right) (-1) = -P\, \frac{a^2\, (2\ell + b)}{6EI}
\end{aligned}
$$

Orijentirana duljina vertikalnoga pomaka ležajne točke stoga bi bila jednaka orijentiranoj duljini vertikalnog pomaka slobodnoga kraja konzole.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



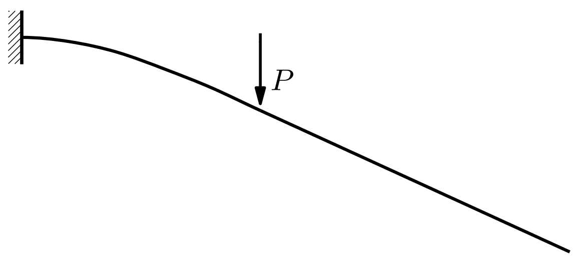
$$\delta_{\bar{B}}(\vec{P}) = \int_0^\ell \frac{m_1(x)\, M_0(x)}{E\, I(x)}\, dx$$

$$= \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2}\, Pa^2 \right) \left(\frac{2}{3}\, \ell + \frac{1}{3}\, b \right) (-1) = -P\, \frac{a^2\,(2\ell + b)}{6EI}$$

Tu smo duljinu izračunali primjenom *metode jedinične sile*. Jediničnu silu u točki B orijentirali smo kao silu $\vec{X}_1$, prema gore. Dobivena negativna vrijednost znači da je pomak točke B, očekivano, prema dolje.

(U geometrijskoj smo integraciji ploštinu izračunali u M_0 dijagramu [prva zagrada]. Ordinatu dijagrama m_1 u apscisi težišta trokuta u dijagramu M_0 očitali smo tako da smo trapez podijelili u dva trokuta [druga zagrada]. Budući da su dijagrami M_0 i m_1 s različitih strana osi, pomnožili smo još sve s -1; često se umjesto množenja -1 predznak „$-$" dodaje ordinati očitanoj u dijagramu m_1.)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



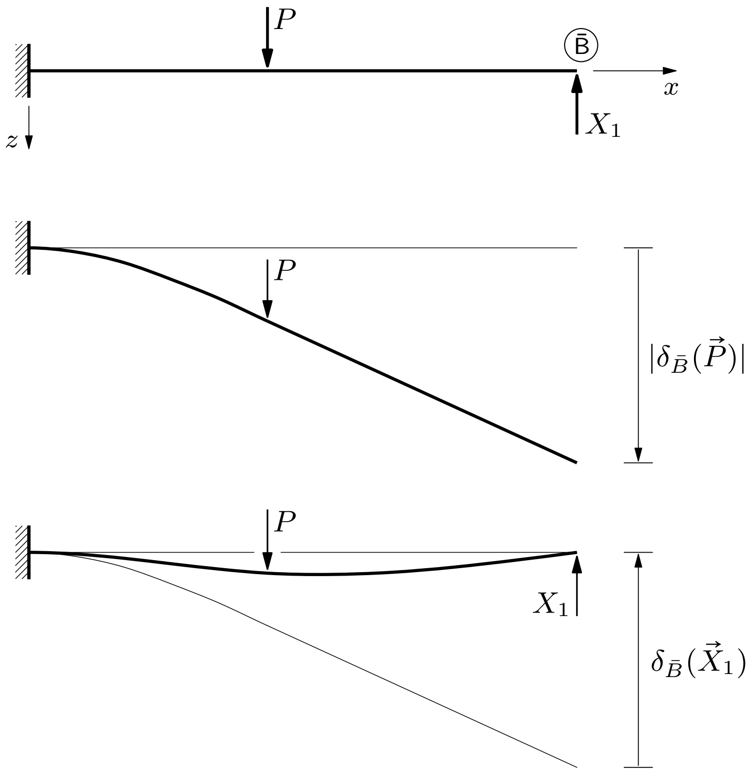
$$\delta_{\bar{B}} = \delta_{\bar{B}}(\vec{P}) + \delta_{\bar{B}}(\vec{X}_1) = 0$$

Sada ćemo zamisliti da je, nakon što se konzola prognula pod silom $\vec{P}$, počela djelovati i sila $\vec{X}_1$. Na temelju principa superpozicije ukupni je vertikalni pomak točke $\bar{B}$ zbroj pomakā zbog neovisnih djelovanja sila $\vec{P}$ i $\vec{X}_1$, pa je njegova orijentirana duljina

$$\delta_{\bar{B}} = \delta_{\bar{B}}(\vec{P}) + \delta_{\bar{B}}(\vec{X}_1).$$

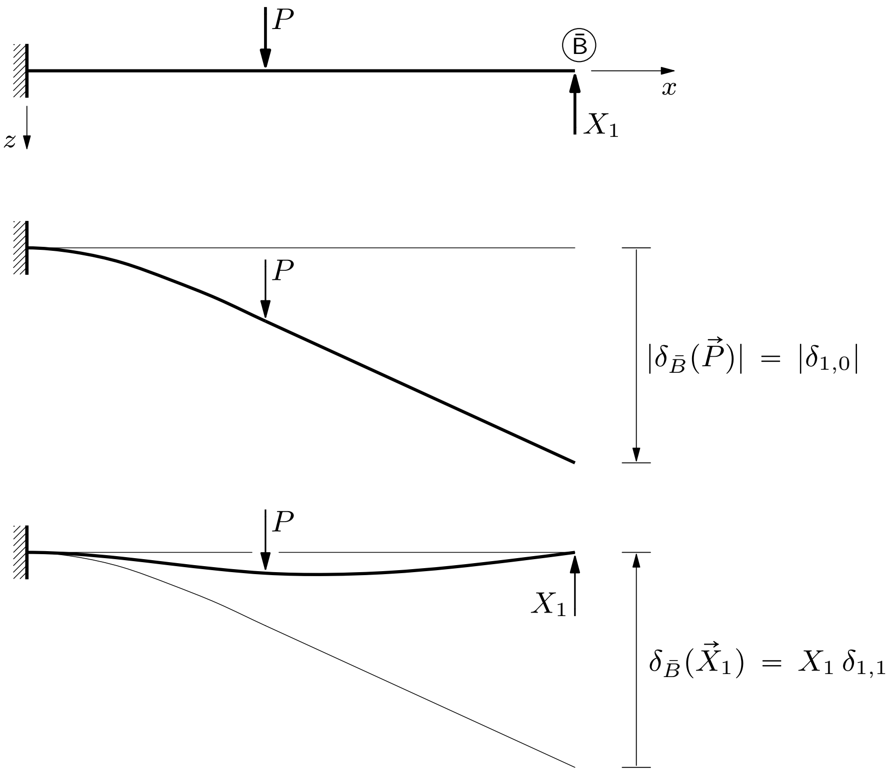
Budući da sila $\vec{X}_1$ zamjenjuje ležaj B jednostrano upete grede, njezinu vrijednost moramo odabrati tako da točku $\bar{B}$ „vrati” u početni položaj.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\delta_{\bar{B}} = \delta_{\bar{B}}(\overrightarrow{P}) + \delta_{\bar{B}}(\overrightarrow{X}_1) = 0$$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\delta_{\bar{B}} = \delta_{1,0} + X_1\,\delta_{1,1} = 0$$

Uvest ćemo sustavan način označavanja orijentiranih duljina pomakā: $\delta_{i,j}$. Prvi indeks, $i \in [1, n]$, označava da je riječ o projekciji pomaka hvatišta sile $\vec{X}_i$ na pravac njezina djelovanja.

Drugi indeks, j, oznaka je uzroka pomaka: $j = 0$ označava sva zadana djelovanja, a $j \in [1, n]$ jediničnu silu u hvatištu, na pravcu i u smislu djelovanja sile $\vec{X}_j$.

Prema tom su načinu označavanja

$$\delta_{\bar{B}}(\vec{P}) = \delta_{1,0} \quad \text{i} \quad \delta_{\bar{B}}(\vec{X}_1) = X_1\,\delta_{1,1}.$$

Riječima: $\delta_{1,0}$ orijentirana je duljina projekcije pomaka hvatišta sile $\vec{X}_1$ na pravac njezina djelovanja (u našemu primjeru na vertikalni pravac kroz točku $\bar{B}$), izazvanoga zadanim opterećenjem (u primjeru silom $\vec{P}$), dok je $\delta_{1,1}$ orijentirana duljina projekcije pomaka hvatišta sile $\vec{X}_1$ na pravac njezina djelovanja zbog jedinične sile, orijentirane kao $\vec{X}_1$, u toj točki i na tom pravcu.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

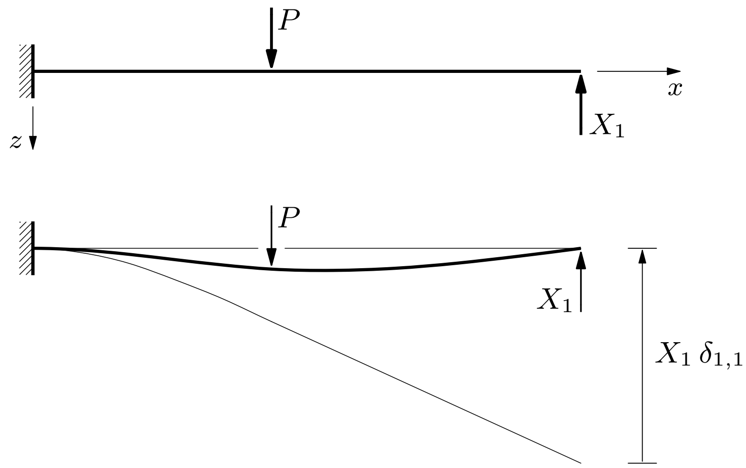
$\delta_{1,0} + X_1\,\delta_{1,1} = 0$

jednadžba kompatibilnosti ili

jednadžba kontinuiteta ili

jednadžba neprekinutosti

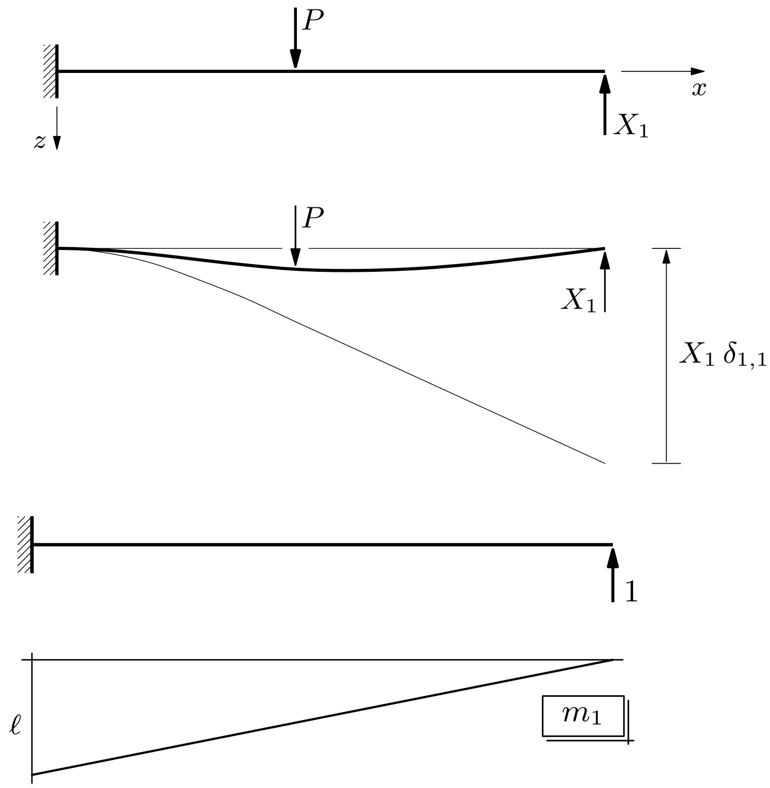
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\delta_{\bar{B}}(\overrightarrow{X}_1) \;=\; X_1\,\delta_{1,1}$$

Desna strana izraza $\delta_{\bar{B}}(\overrightarrow{X}_1) = X_1\,\delta_{1,1}$ pokazuje da i u izračunavanju te vrijednosti primjenjujemo princip superpozicije: uzrokuje li jedinična sila pomak čija je orijentirana duljina $\delta_{1,1}$, sila vrijednosti X_1 prouzročit će pomak čija je orijentirana duljina $X_1\,\delta_{1,1}$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\delta_{1,1} = \int_0^\ell \frac{m_1(x)\, m_1(x)}{E\, I(x)}\, dx = \int_0^\ell \frac{m_1^2(x)}{E\, I(x)}\, dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\,\ell^2\right)\left(\frac{2}{3}\,\ell\right) = \frac{\ell^3}{3EI}$$

Jedinična sila ovdje ima dvije uloge, dva „oblika postojanja": stvarna je kao uzrok pomaka, a virtualna kao jedinična sila iz naziva metode. I funkcijom m_1 jednom su opisane vrijednosti stvarnih, a drugi put vrijednosti virtualnih momenata savijanja uzrokovanih tom silom s dva lica.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

$$\delta_{1,0} + \delta_{1,1} X_1 = 0$$

Sila $\vec{X}_1$ mora poništiti pomak koji je izazvala sila $\vec{P}$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

$$\delta_{1,0} + \delta_{1,1} X_1 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{1,0}}{\delta_{1,1}}$$

Iz tog uvjeta možemo izračunati potrebnu vrijednost X_1.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

$$\delta_{1,0} + \delta_{1,1}\,X_1 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{1,0}}{\delta_{1,1}} = -\frac{-P\,\dfrac{a^2\,(2\ell + b)}{6EI}}{\dfrac{\ell^3}{3EI}}$$

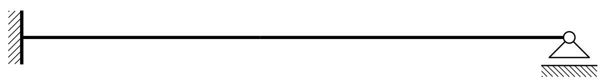
(nastavlja se na sljedećoj stranici)

$$\delta_{1,0} + \delta_{1,1} X_1 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{1,0}}{\delta_{1,1}} = P\,\frac{a^2(2\,\ell + b)}{2\,\ell^3}$$

U dobivenom su izrazu sve vrijednosti — duljine ℓ, a i b i vrijednost P sile $\vec{P}$ — pozitivne, pa je i X_1 pozitivna vrijednost. Prema tome, sila $\vec{X}_1$ djeluje kao što smo pretpostavili, prema gore.

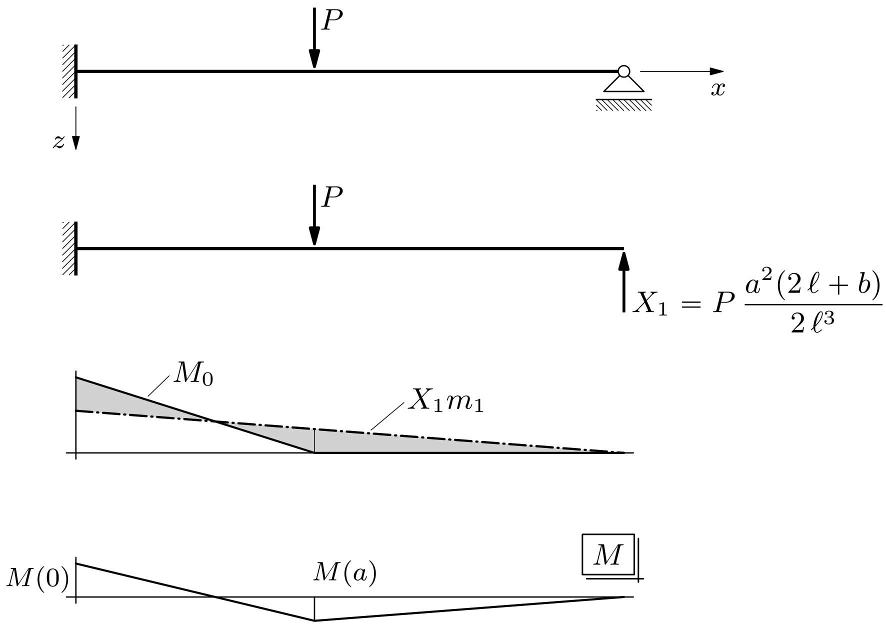
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



Ako pomoću sile $\overrightarrow{X}_1$ zadovoljimo na konzoli $\bar{A}\bar{B}$ uvjet $\delta_{\bar{B}} = 0$, tada su konzola i jednostrano upeta greda AB u istome *mehaničkom stanju*: ponajprije, sila $\overrightarrow{X}_1$ mora biti jednaka reakciji $\overrightarrow{B}$; potom iz jednadžbi ravnoteže neposredno slijedi da su i sve ostale reakcije i unutarnje sile u konzoli i u gredi međusobno jednake. A tada su im i progibne linije jednake.

Kao što je orijentirana duljina konačnoga pomaka točke $\bar{B}$ zbroj orijentiranih duljina pomakā zbog sile $\overrightarrow{P}$ i zbog sile $\overrightarrow{X}_1$, tako se i vrijednosti drugih kinematičkih i statičkih veličina u konzoli mogu izračunati zbrajanjem utjecajā jedne i druge sile. A kako su konzola i obostrano upeta greda u istome mehaničkom stanju, time ujedno dobivamo i vrijednosti odgovarajućih veličina u jednostrano upetoj gredi.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$M(x) = M_0(x) + X_1\, m_1(x)$$

$$M_0(x) = \begin{cases} -P(a - x) & \text{za} \quad 0 \leqslant x \leqslant a \\ 0 & \text{za} \quad a < x \leqslant \ell \end{cases}$$

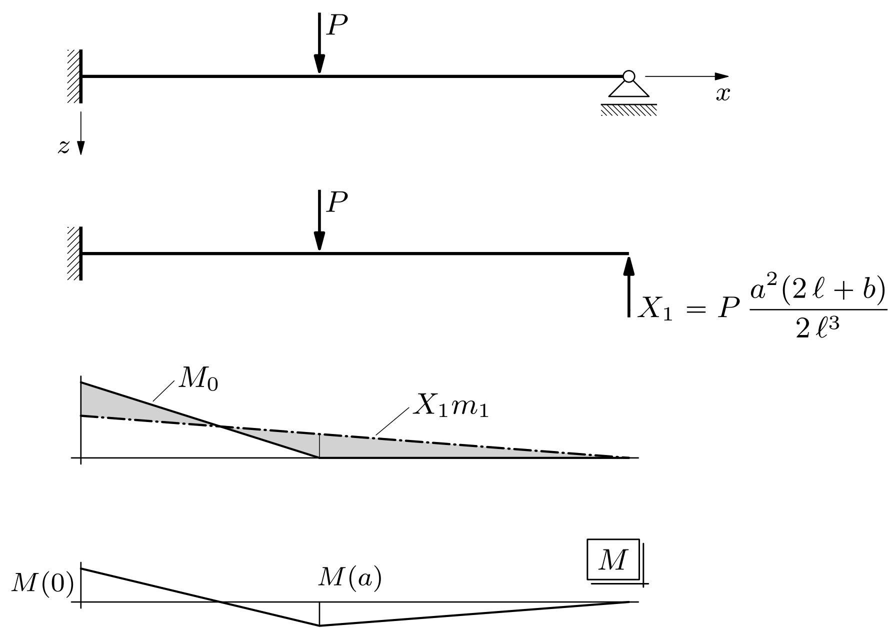
$$m_1(x) = \ell - x$$

Prema tome, vrijednost momenta savijanja $M(x)$ u presjeku x jednostrano upete grede možemo izračunati prema izrazu

$$M(x) = M_0(x) + X_1\, m_1(x),$$

gdje su $M_0(x)$ i $X_1\, m_1(x)$ vrijednosti momenata u presjeku x zbog neovisnih djelovanja sila $\vec{P}$ i $\vec{X}_1$ na konzolu.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



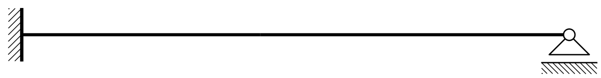
$$M(x) \;=\; M_0(x) \,+\, X_1\, m_1(x)$$

$$M(0) \;=\; M_0(0) \,+\, X_1\, m_1(0) \;=\; -P\,a \,+\, X_1\,\ell \;=\; -P\,\frac{2\,a\ell^2 - 3\,a^2\ell + a^3}{2\,\ell^2}$$

$$M(a) \;=\; M_0(a) \,+\, X_1\, m_1(a) \;=\; 0 \,+\, X_1\,(\ell - a) \;=\; P\,\frac{3\,a^2\ell^2 - 4\,a^3\ell + a^4}{2\,\ell^3}$$

$$M(\ell) \;=\; M_0(\ell) \,+\, X_1\, m_1(\ell) \;=\; 0 \,+\, X_1 \cdot 0 \;=\; 0$$

Izraze za vrijednosti momenata u pravilu nećemo pisati — za crtanje momentnoga dijagrama trebaju nam, znamo, samo vrijednosti $M(0) = -M_A$, $M(a)$ i $M(\ell) = M_B = 0$.



raskidanje spojeva $\longrightarrow$ osnovni sistem

nepoznanice: vrijednosti sila i(li) momenata

jednadžbe: uvjeti kompatibilnosti pomakā na mjestima raskinutih spojeva

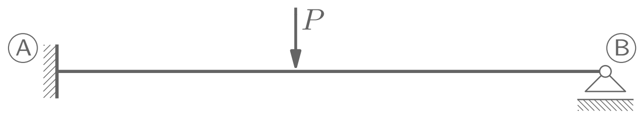
(„alat": metoda jedinične sile)

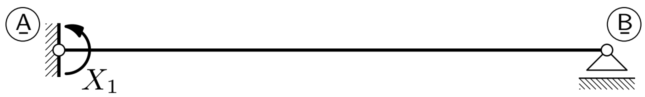
U prikazanom primjeru sadržani su svi bitni koraci proračuna statički neodređenih sistema **metodom sila**:

Zamišljenim raskidanjem spojeva zadani se neodređeni sistem pretvara u statički određeni, koji nazivamo *osnovnim sistemom*, a raskinuti se spojevi nadomještaju silama koje odgovaraju silama koje su ti spojevi prenosili.

Vrijednosti tih sila izračunavamo iz uvjetā kompatibilnosti pomakā na mjestima raskinutih spojeva — sile moraju na mjestima uklonjenih ležajeva osigurati podudaranje pomakā sa stvarnim ležajnim uvjetima ili povratiti narušenu neprekinutost progibne linije.

Vrijednosti pomakā koji se pojavljuju u uvjetima kompatibilnosti izračunavamo metodom jedinične sile.





o. s.

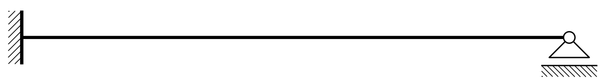
Sve što smo do sada rekli za translacijske vrijedi i za rotacijske pomake. (Kao što riječju „sila” često obuhvaćamo i momente, tako ćemo i riječju „pomak” obuhvaćati i zaokrete.)

Umetanjem zgloba umjesto krutoga spoja omogućavamo zaokret osi grede. Raskinuti je spoj prenosio moment savijanja.

Upeti ležaj A jednostrano upete grede sprečava pomak te točke i zaokret osi u njoj — tangenta na progibnu liniju mora se u toj točki poklapati s osi nedeformirane grede.

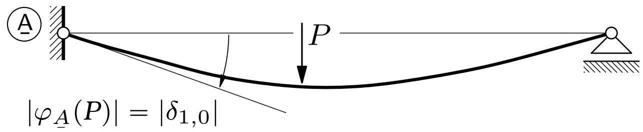
Ubacivanjem zgloba nastaje jednostavno oslonjena greda $\underline{A}\,\underline{B}$ u kojoj se os neposredno desno od ležaja može slobodno zaokretati. Reaktivni moment $\vec{M}_A$, a time i upeti spoj jednostrano upete grede, u osnovnom sistemu nadomještamo momentom $\vec{X}_1$.

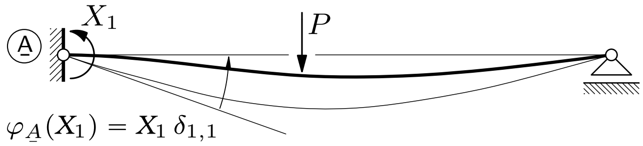
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



Vrijednost X_1 momenta $\vec{X}_1$ treba odabrati tako da poništi zaokret zbog zadanoga opterećenja, sile $\vec{P}$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



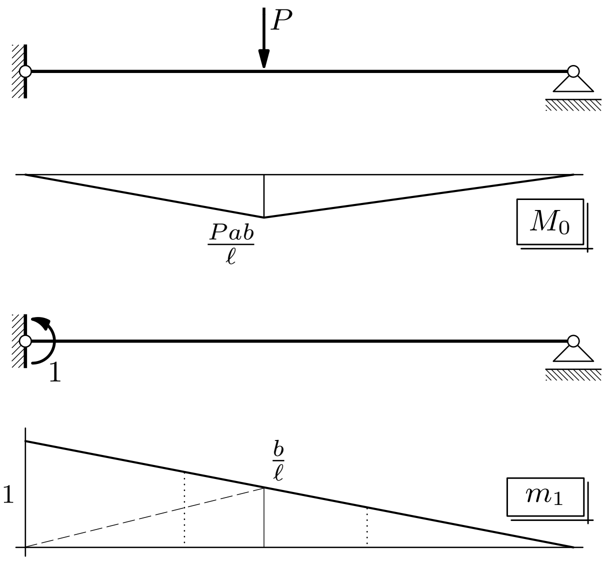


$$\varphi_{\underline{A}} \;=\; \varphi_{\underline{A}}(\vec{P}) \;+\; \varphi_{\underline{A}}(\vec{X}_1) \;=\; 0$$

$$\delta_{1,1}\, X_1 \;+\; \delta_{1,0} \;=\; 0$$

Vrijednost X_1 momenta $\vec{X}_1$ treba odabrati tako da poništi zaokret zbog zadanoga opterećenja, sile $\vec{P}$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

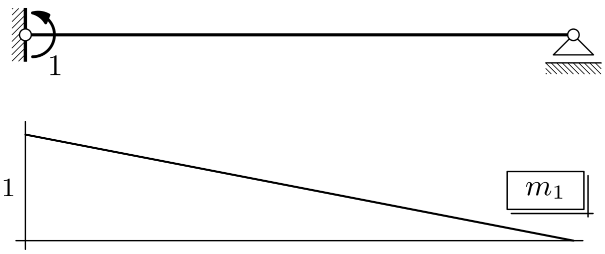


$$
\begin{aligned}
\varphi_{\underline{A}}(\vec{P}) \;=\; \delta_{1,0} \;&=\; \int_0^{\ell} \frac{m_1(x)\, M_0(x)}{E\, I(x)}\, dx \\
&=\; \frac{1}{EI}\left[\left(\frac{1}{2}\,\frac{Pab}{\ell}\,a\right)\left(\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{2}{3}\,\frac{b}{\ell}\right)(-1)+\left(\frac{1}{2}\,\frac{Pab}{\ell}\,b\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{b}{\ell}\right)(-1)\right] \\
&=\; -P\,\frac{2\,a\ell^2-3\,a^2\ell+a^3}{6\,EI\ell}
\end{aligned}
$$

Zbog djelovanja sile $\vec{P}$ os jednostavno oslonjene grede zaokreće se neposredno desno od ležaja $\underline{A}$ za kut $\varphi_{\underline{A}}(\vec{P})$.

(Dijagram M_0 podudara se s dijagramom za moguće ravnotežno stanje zadane jednostrano upete grede uz pretpostavku $M_A = 0$ [prošlo predavanje].)

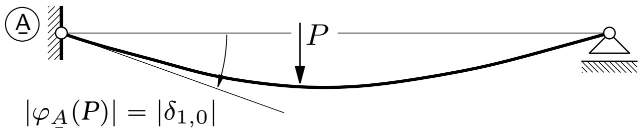
(nastavlja se na sljedećoj stranici)

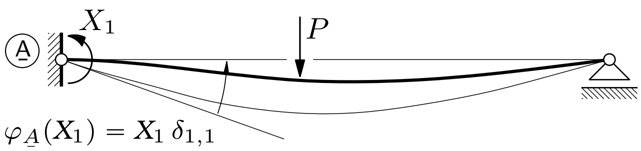


$$\delta_{1,1} \;=\; \int_0^{\ell} \frac{m_1^2(x)}{E\,I(x)}\,dx \;=\; \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot \ell\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 1\right) \;=\; \frac{\ell}{3\,EI}$$

Djeluje li na umjesto momenta $\vec{X}_1$ jedinični moment istoga smisla vrtnje, uzrokovat će zaokret čiji je kut $\delta_{1,1}$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



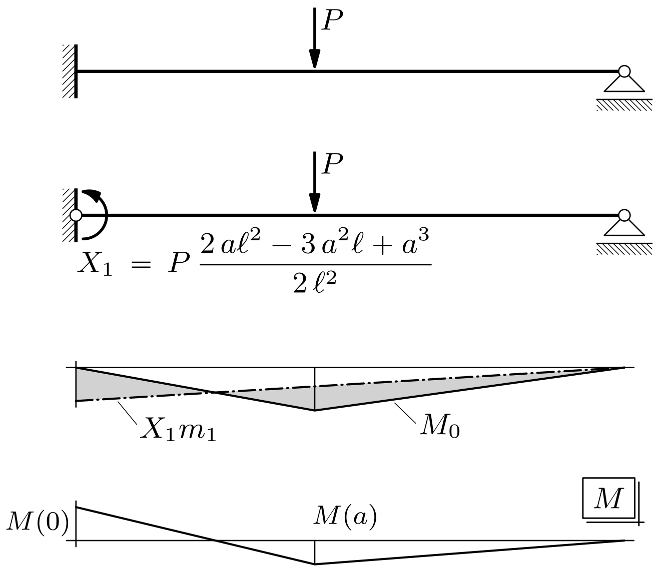


$$\delta_{1,1} X_1 + \delta_{1,0} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{1,0}}{\delta_{1,1}} = P\,\frac{2\,a\ell^2 - 3\,a^2\ell + a^3}{2\,\ell^2}$$

Rješavanjem jednadžbe kompatibilnosti dobivamo X_1.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$M(x) \;=\; M_0(x) \,+\, X_1\, m_1(x)$$

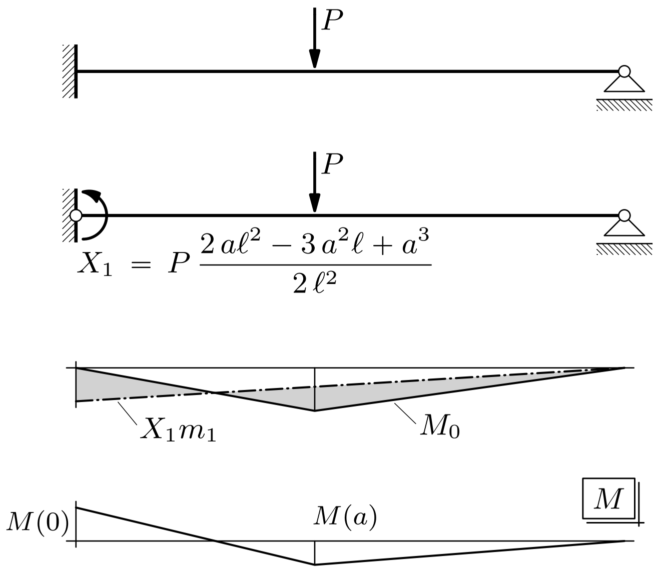
$$M_0(x) \;=\; \begin{cases} \dfrac{P\,(\ell - a)}{\ell}\, x & \text{za} \quad 0 \leqslant x \leqslant a \\[2ex] \dfrac{Pa}{\ell}\,(\ell - x) & \text{za} \quad a < x \leqslant \ell \end{cases}$$

$$m_1(x) \;= -1 \,+\, \frac{x}{\ell}$$

Funkcijski izraz za vrijednost momenta savijanja formalno je ponovno

$$M(x) \;=\; M_0(x) \,+\, X_1\, m_1(x).$$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

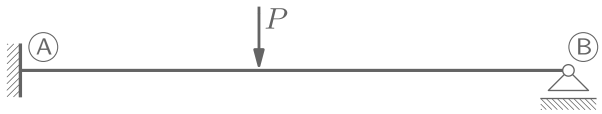


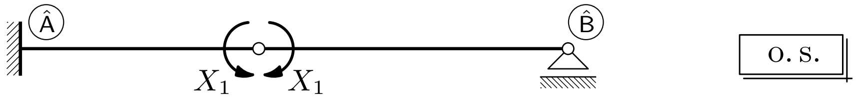
$$M(x) \;=\; M_0(x) \;+\; X_1\, m_1(x)$$

$$M(0) \;=\; M_0(0) \;+\; X_1\, m_1(0) \;=\; 0 \;+\; X_1 \cdot (-1) \;=\; -P\,\frac{2\,a\ell^2 - 3\,a^2\ell + a^3}{2\,\ell^2}$$

$$M(a) \;=\; M_0(a) \;+\; X_1\, m_1(a) \;=\; P\,\frac{ab}{\ell} \;+\; X_1\left(-\frac{b}{\ell}\right) \;=\; P\,\frac{3\,a^2\ell^2 - 4\,a^3\ell + a^4}{2\,\ell^3}$$

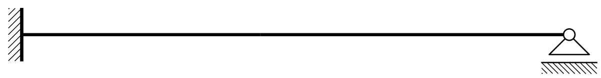
$$M(\ell) \;=\; M_0(\ell) \;+\; X_1\, m_1(\ell) \;=\; 0 \;+\; X_1 \cdot 0 \;=\; 0$$





Dok smo umetanjem zgloba na mjestu upetoga ležaja omogućili apsolutni zaokret osi neposredno desno od ležaja, zglobom unutar raspona grede omogućavamo relativni zaokret osi neposredno lijevo u odnosu na os neposredno desno, pa se progibna linija „lomi”.

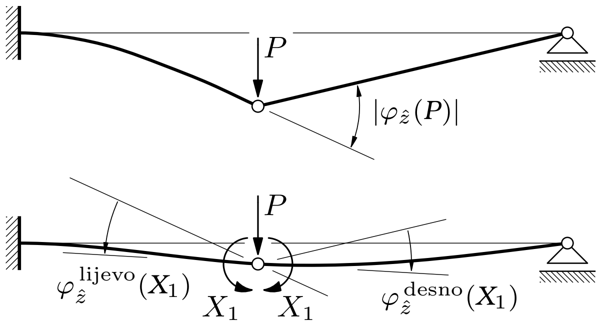
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



Dok smo umetanjem zgloba na mjestu upetoga ležaja omogućili apsolutni zaokret osi neposredno desno od ležaja, zglobom unutar raspona grede omogućavamo relativni zaokret osi neposredno lijevo u odnosu na os neposredno desno, pa se progibna linija „lomi”.

Da „zagladimo” nastali šiljak, dodati moramo par momenata jednakih intenziteta, ali suprotna smisla vrtnje.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\varphi_{\hat{z}} = \varphi_{\hat{z}}^{\text{lijevo}}(\overrightarrow{X}_1) + \varphi_{\hat{z}}^{\text{desno}}(-\overrightarrow{X}_1)$$

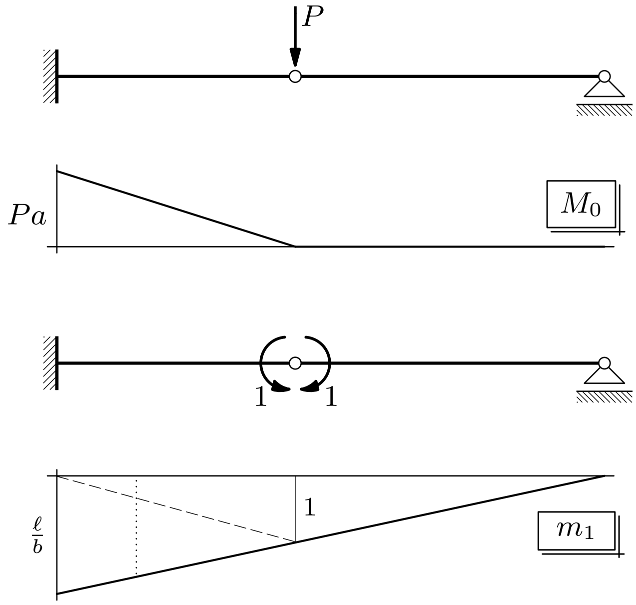
$$= \varphi_{\hat{z}}(\overrightarrow{P}) + \varphi_{\hat{z}}(\mp\overrightarrow{X}_1) = 0$$

$$\delta_{1,1}\, X_1 + \delta_{1,0} = 0$$

Dok smo umetanjem zgloba na mjestu upetoga ležaja omogućili apsolutni zaokret osi neposredno desno od ležaja, zglobom unutar raspona grede omogućavamo relativni zaokret osi neposredno lijevo u odnosu na os neposredno desno, pa se progibna linija „lomi”.

Da „zagladimo” nastali šiljak, dodati moramo par momenata jednakih intenziteta, ali suprotna smisla vrtnje.

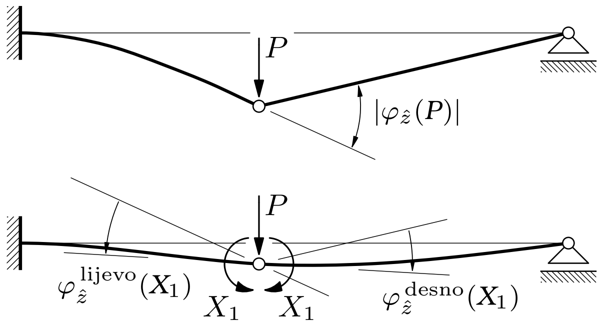
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\varphi_{\hat{z}}(\vec{P}) \;=\; \delta_{1,0} \;=\; \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\,Pa^2\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{\ell}{b} + \frac{1}{3}\cdot 1\right)(-1) \;=\; -P\,\frac{a^2\,(3\,\ell - a)}{6\,EI\,(\ell - a)}$$

Kut $\varphi_{\hat{z}}(\vec{P}) = \delta_{1,0}$ kut je je relativnoga zaokreta prognute osi Gerberova nosača pri prijelazu preko umetnutoga zgloba zbog djelovanja sile $\vec{P}$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

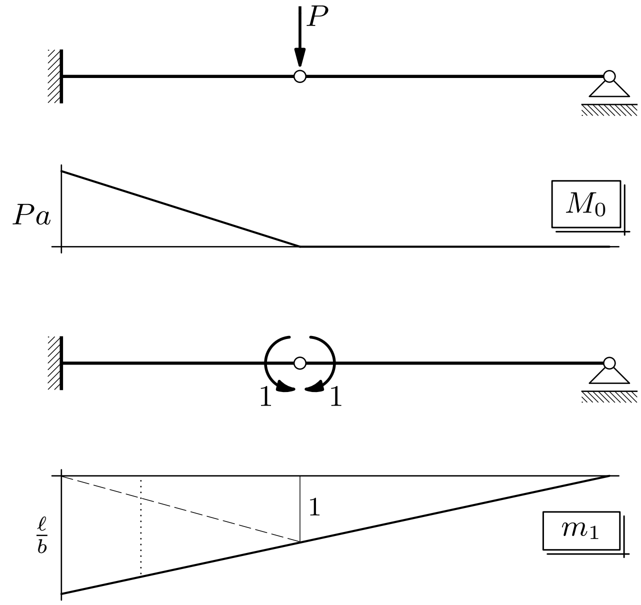


$$\varphi_{\hat{z}}^{\text{lijevo}}(\vec{X}_1) \,+\, \varphi_{\hat{z}}^{\text{desno}}(-\vec{X}_1) \,=\, \varphi_{\hat{z}}(\mp\vec{X}_1)$$

$\varphi_{\hat{z}}(\vec{P})$ je kut između tangenata na progibnu liniju u točkama neposredno lijevo i neposredno desno od zgloba.

Kako su u zadanoj jednostrano upetoj gredi u točki koja odgovara položaju umetnutoga zgloba lijevi i desni dio međusobno kruto spojeni, progibna se linija ne smije „slomiti" u toj točki dijelovi imaju zajedničku tangentu. Dodani momenti $\vec{X}_1$ i $-\vec{X}_1$ moraju stoga dovesti tangente na silom $\vec{P}$ slomljenu progibnu liniju do poklapanja. Svaki moment „zatvara" dio kuta na svojoj strani.

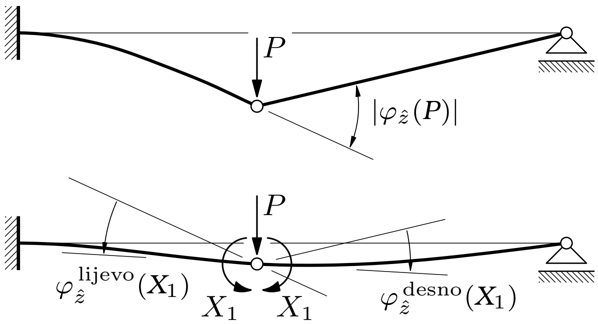
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



$$\varphi_{\hat{z}}(\mp\overrightarrow{X}_1) \;=\; X_1\,\delta_{1,1}$$

$$\delta_{1,1} \;=\; \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\,\frac{\ell}{b}\,\ell\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{\ell}{b}\right) \;=\; \frac{\ell^3}{3\,EI\,(\ell-a)^2}$$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

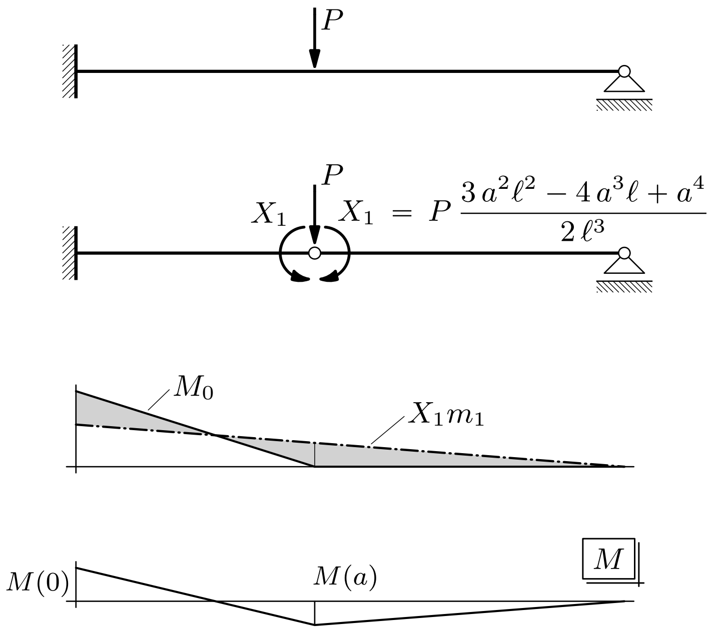


$$\delta_{1,1} X_1 + \delta_{1,0} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{1,0}}{\delta_{1,1}} = P\,\frac{3\,a^2\ell^2 - 4\,a^3\ell + a^4}{2\,\ell^3}$$

Izraz za uvjet kompatibilnosti pomakā ste već vidjeli, zar ne?

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



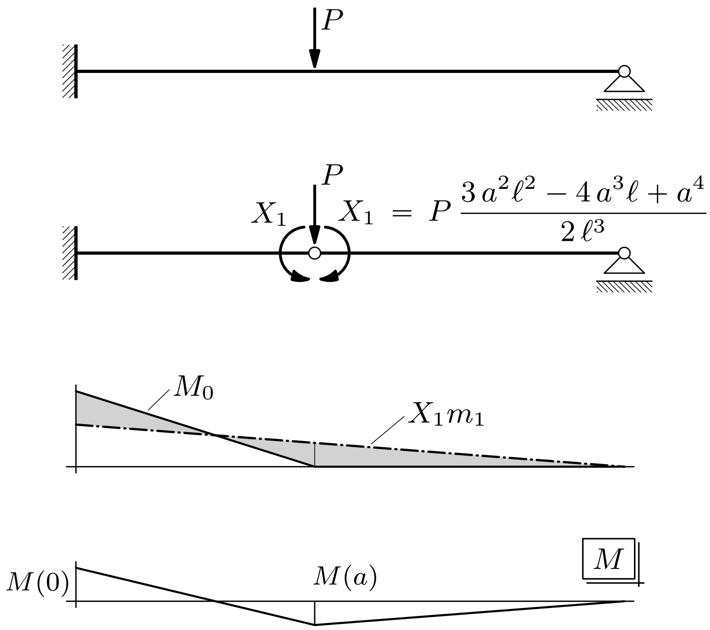
$$M(x) = M_0(x) + X_1\, m_1(x)$$

$$M_0(x) = \begin{cases} -P(a-x) & \text{za} \quad 0 \leqslant x \leqslant a \\ 0 & \text{za} \quad a < x \leqslant \ell \end{cases}$$

$$m_1(x) = \frac{\ell - x}{\ell - a}$$

Izraz za ukupnu vrijednost momenta u presjeku x još je jedan već viđeni (formalni) izraz.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

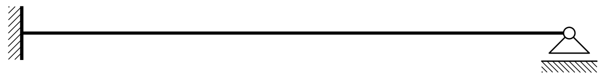


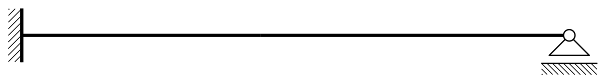
$$M(x) \;=\; M_0(x) \;+\; X_1\, m_1(x)$$

$$M(0) \;=\; M_0(0) \;+\; X_1\, m_1(0) \;=\; -P\,a \;+\; X_1\,\frac{\ell}{b} \;=\; -P\,\frac{2\,a\ell^2 - 3\,a^2\ell + a^3}{2\,\ell^2}$$

$$M(a) \;=\; M_0(a) \;+\; X_1\, m_1(a) \;=\; 0 \;+\; X_1 \cdot 1 \;=\; P\,\frac{3\,a^2\ell^2 - 4\,a^3\ell + a^4}{2\,\ell^3}$$

$$M(\ell) \;=\; M_0(\ell) \;+\; X_1\, m_1(\ell) \;=\; 0 \;+\; X_1 \cdot 0 \;=\; 0$$





Ponovit ćemo priču još jednom: osnovni su koraci proračuna statički neodređenih sistema **metodom sila**:

Zamišljenim raskidanjem spojeva zadani se neodređeni sistem pretvara u statički određeni, koji nazivamo *osnovnim sistemom*, a raskinuti se spojevi nadomještaju silama koje odgovaraju silama koje su ti spojevi prenosili.

Vrijednosti tih sila izračunavamo iz uvjetā kompatibilnosti pomakā na mjestima raskinutih spojeva — sile moraju povratiti narušenu neprekinutost progibne linije ili osigurati podudaranje pomakā na mjestima uklonjenih ležajeva sa stvarnim ležajnim uvjetima.

Vrijednosti pomakā koji se pojavljuju u uvjetima kompatibilnosti izračunavamo metodom jedinične sile.