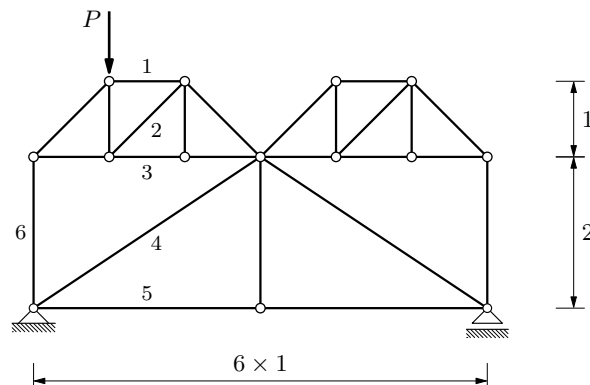


GS 1. — 1. kolokvij (A) (2023./2024.)

Zadatak 1.

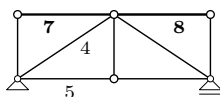
Grafičkim postupkom odredite vrijednosti sila u štapovima 1, 2 & 3!

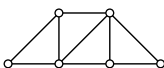
$$P = 125 \text{ kN}$$



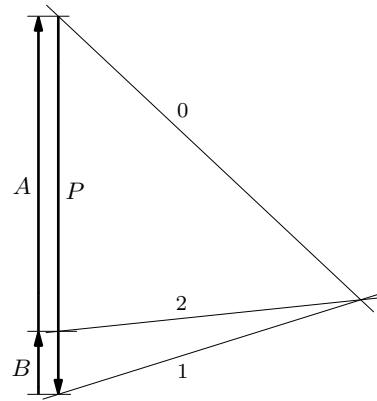
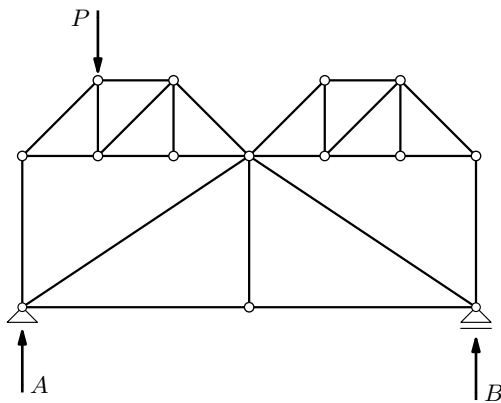
Način prvi:

prepoznavanje statičkoga sistema: složeni rešetkasti nosač¹:

rešetkasti nosač  u kojem su štapovi 7 i 8 zamijenjeni rešetkastim

tijelima 

vrijednosti reakcija:



mjerilo sila: 1 cm :: 25 kN

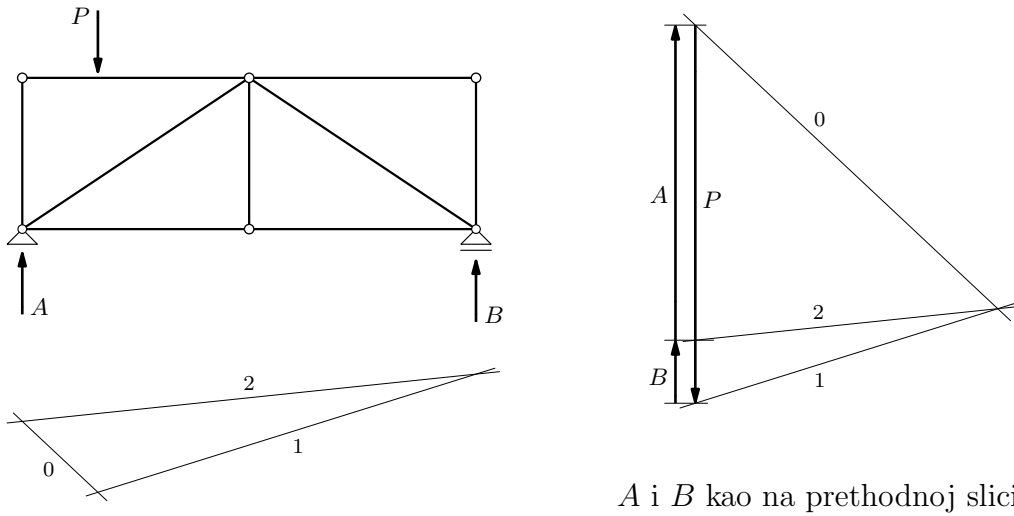
očitano:

$$A = 104 \text{ kN}$$

$$B = 21 \text{ kN}$$

¹ Treće predavanje i odjeljak *Složeni rešetkasti nosači* na stranicama 136 i 137 skripata dostupnih na adresi <http://master.grad.hr/nastava/g1/g1.pdf>.

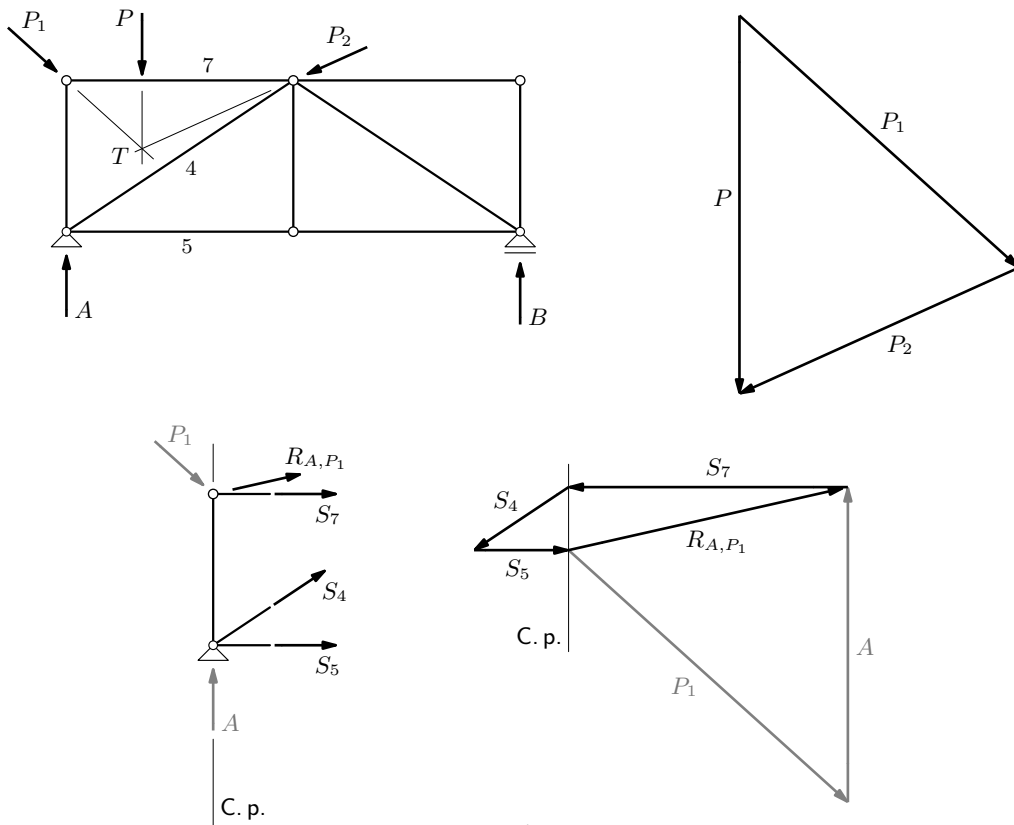
ili (svejedno je u kojoj je točki pravca djelovanja sile \vec{P} njezino hvatište):



A i B kao na prethodnoj slici

sile u štapovima 7, 4 i 5 (Culmannov postupak):

T — bilo koja točka² na pravcu djelovanja sile \vec{P}



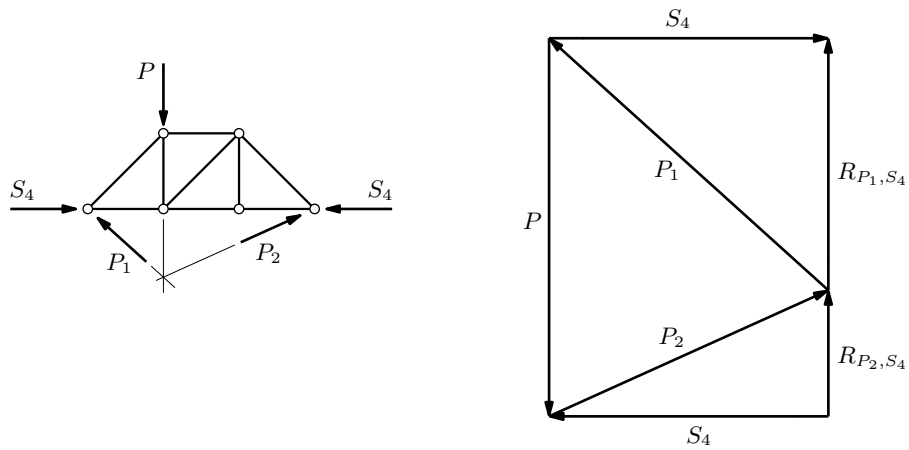
očitano:

$$S_7 = 92,25 \text{ kN (tlak)}$$

S_4 i S_5 nas ne zanimaju

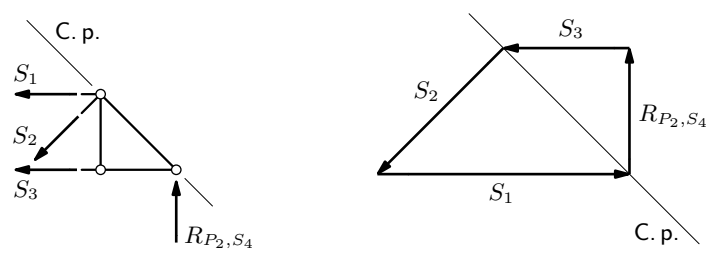
² Treće predavanje i odjeljak *Proširenje pojma rešetkastoga nosača* na stranicama 135 i 136 skripata dostupnih na adresi <http://master.grad.hr/nastava/g1/g1.pdf>.

sile koje djeluju na rešetkasto tijelo kojim je zamijenjen štap 4³:



u nastavku će nam trebati samo $R_{P_2, S_4} = 41,75 \text{ kN}$ (očitano)

vrijednosti sila u štapovima 1, 2 & 3 (Culmannov postupak):

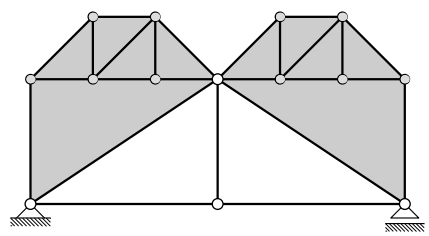


očitano:

- $S_1 = 83,25 \text{ kN}$ (tlak)
- $S_2 = 59 \text{ kN}$ (vlak)
- $S_3 = 41,75 \text{ kN}$ (vlak)

Način drugi:

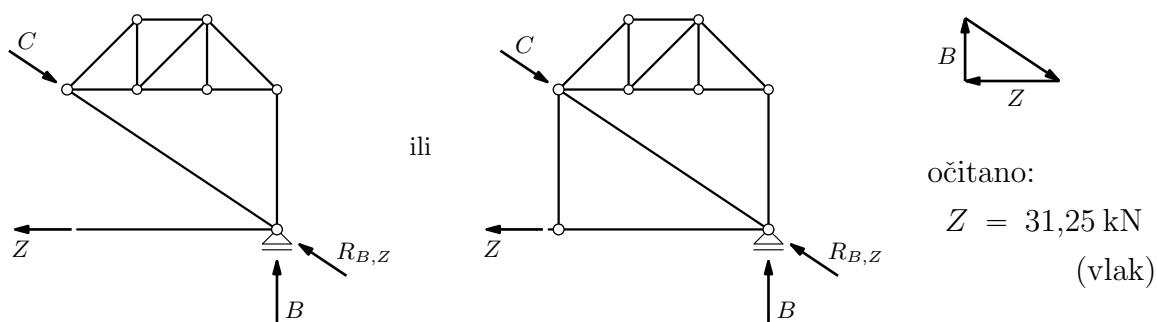
prepoznavanje statičkoga sistema: (rešetkasti) trozglobni nosač sa zategom



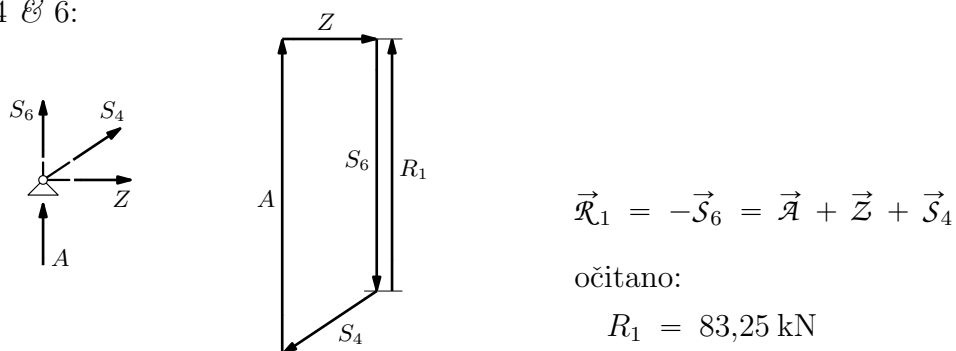
vrijednosti reakcija: kao u načinu prvom

³ Još uvijek treće predavanje i odjeljak *Proširenje pojma rešetkastoga nosača* u skriptama.

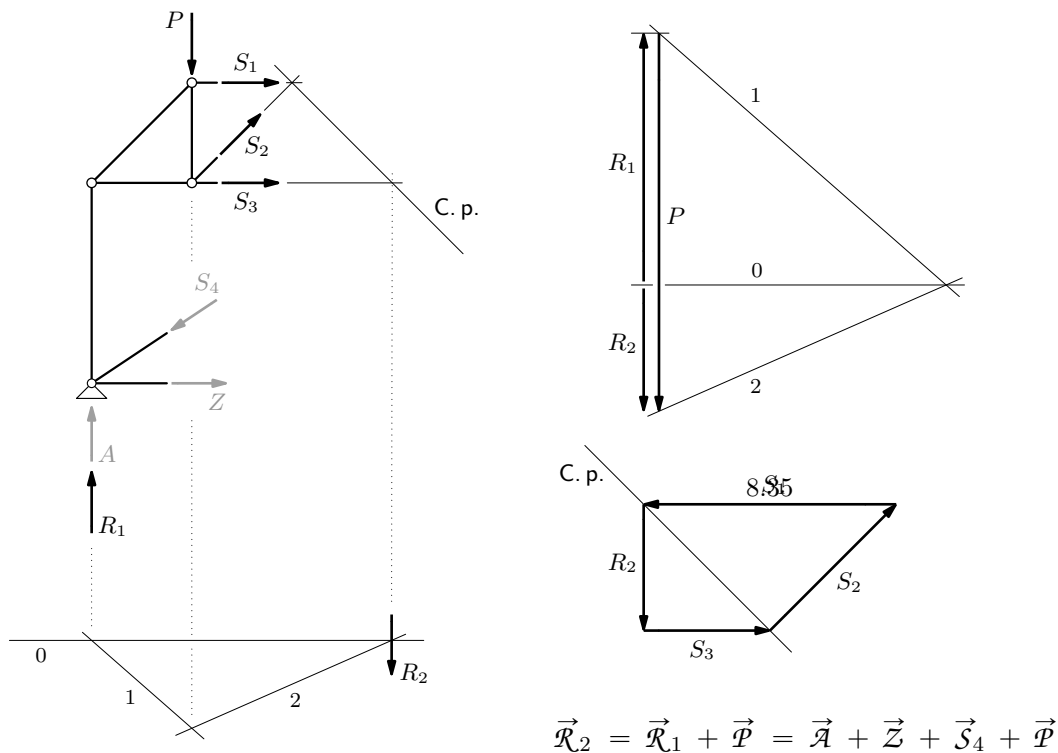
vrijednost sile u zategi (odnosno, u štapu 5):



sile u štapovima 4 i 6:



vrijednosti sila u štapovima 1, 2 i 3 (Culmannov postupak):



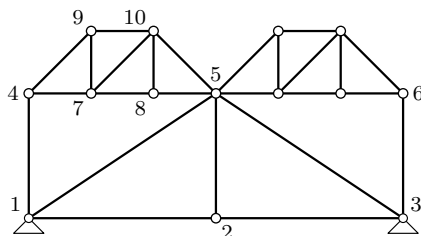
Način treći:

prepoznavanje statičkoga sistema: (pomalo neobičan običan⁴) rešetkasti nosač

vrijednosti reakcija: kao u načinu prvom

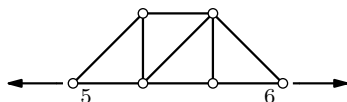
iako je sistem „obična” rešetka, metoda presjeka nije primjenjiva (barem ne odmah), jer se ne mogu presjeći samo tri štapa s nepoznatim vrijednostima sila

metoda čvorova:



- ♣ i ova se metoda na prvi pogled čini neprimjenjivom, jer nema ni jednoga čvora u kojem se sastaju samo dva štapa (s nepoznatim vrijednostima sila)
- ♣ ali, kao što znate, bilo koje će tijelo (a ne samo zglobni štap) na koje djeluju samo dvije sile biti u ravnoteži (ako i) samo ako te sile djeluju na istome pravcu \mathcal{E} td.
- ♣ kako na rešetkasto tijelo između čvorova 5 i 6 djeluju samo sile u tim čvorovima,

slijedi



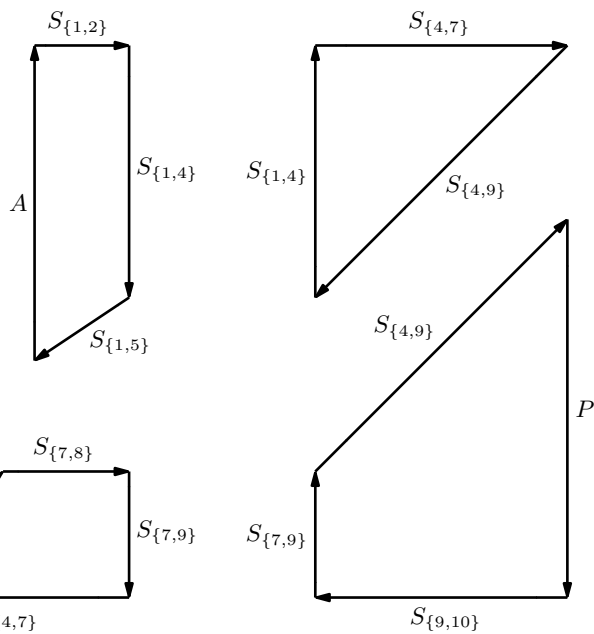
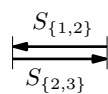
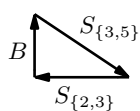
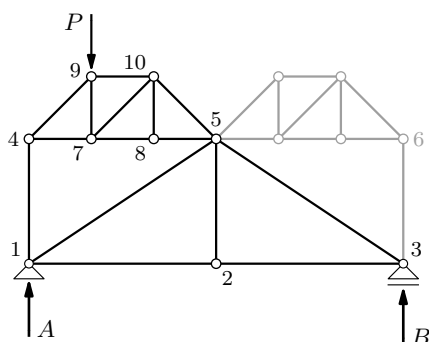
- ♣ prema tome, na čvor 6 djeluju samo dvije sile (sila na spojnici čvorova 5 i 6 i sila na osi štapa $\{3, 6\}$), a budući da te sile nisu na istome pravcu, $S_{\{5,6\}}$ \downarrow $S_{\{3,6\}}$, moraju, da bi čvor bio u ravnoteži, iščeznuti
- ♣ u čvoru 3 preostaju dva štapa s nepoznatim vrijednostima sila

redosljed uravnoteživanja čvorova: 3, 2, 1, 4, 9, 7

crteži na sljedećoj stranici:

3
2
1 4
7 9

⁴ Običan — poznat još iz *Mehanike 1*.



očitano:

$$S_{\{9,10\}} = S_1 = 83,25 \text{ kN}$$

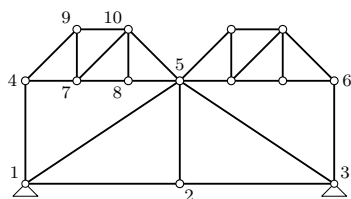
$$S_{\{7,10\}} = S_2 = 59 \text{ kN}$$

$$S_{\{7,8\}} = S_3 = 41,75 \text{ cm}$$

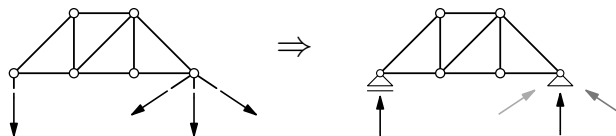
(vektori sile u štapovima 1 ($\{9, 10\}$), 2 ($\{7, 10\}$) i 3 ($\{7, 8\}$) mogu se, nakon nalaženja vektora sile u štapu $\{1, 5\}$ uravnoteživanjem čvora 1, odrediti i Culmannovim postupkom (kao na donjoj slici na stranici 4))

I na kraju, **način četvrti**:

pragmatična⁵ (da ne kažem oportunistička⁶) metoda — napraviti sàmo ono što se traži, ništa više (ali, naravno, niti ništa manje): riješiti običan mali rešetkasti nosač



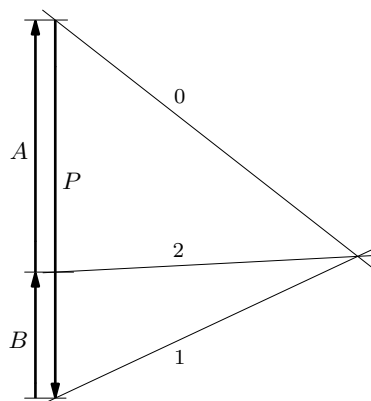
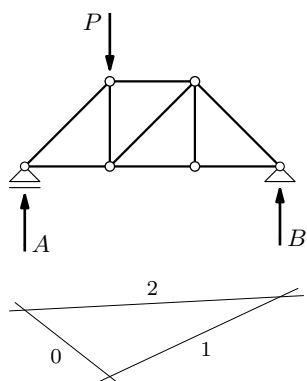
rešetkasto tijelo između čvorova 4 i 5 rešetkasti je nosač oslonjen na ostatak sistema koji preuzima ulogu podloge:



⁵ „Pragmatizam — djelovanje koje je strogo prilagođeno svrsishodnosti, neposrednim praktičnim ciljevima odnosno potrebama” [Hrvatski jezični portal, <https://hjp.znanje.hr>].

⁶ „Oportunizam — beznačelno, neprincipijelno prilagođavanje prilikama u političkom i javnom životu; priklanjanje jačoj strani da bi se postigao često moralno problematičan materijalni probitak ili društvena promocija” [isto].

vrijednosti reakcija:

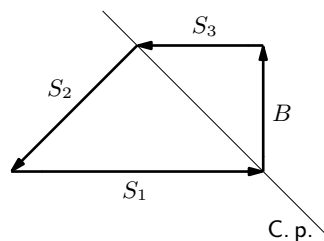
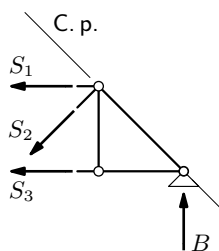


očitano:

$$A = 83,25 \text{ kN}$$

$$B = 41,75 \text{ kN}$$

vrijednosti sila u štapovima 1, 2 i 3 (Culmannov postupak, posljednji put):



očitano:

$$S_1 = 83,25 \text{ kN (tlak)}$$

$$S_2 = 59 \text{ kN (vlak)}$$

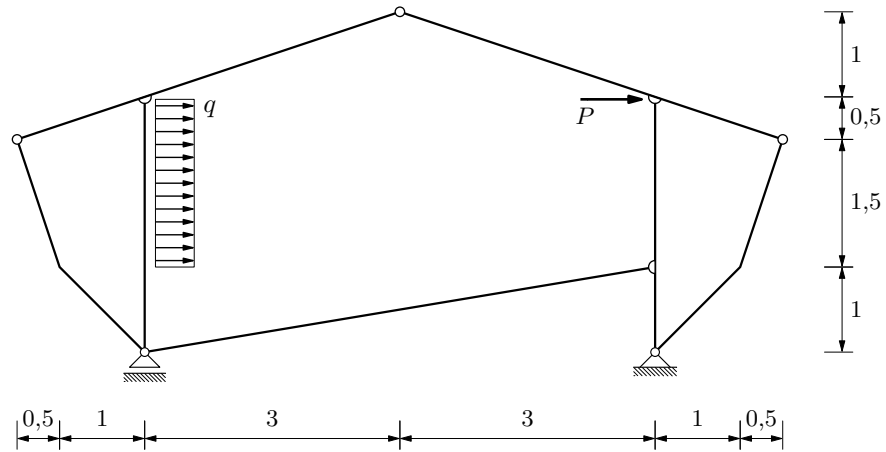
$$S_3 = 41,75 \text{ kN (vlak)}$$

Zadatak 2.

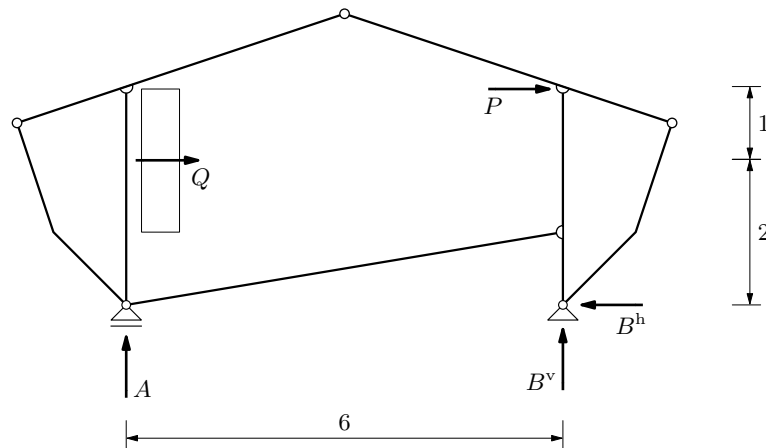
Izračunajte potrebne vrijednosti i nacrtajte dijagram momenta savijanja! Na temelju diferencijalnoga odnosa nacrtajte dijagram poprečnih sila!

$$q = 25 \text{ kN/m}$$

$$P = 75 \text{ kN}$$



vrijednosti reakcija:



$$Q = q \cdot 2 = 50 \text{ kN}$$

$$\sum_{\widehat{AB}} F_x = 0 : Q + P - B^h = 0 \Rightarrow B^h = Q + P = 125 \text{ kN}$$

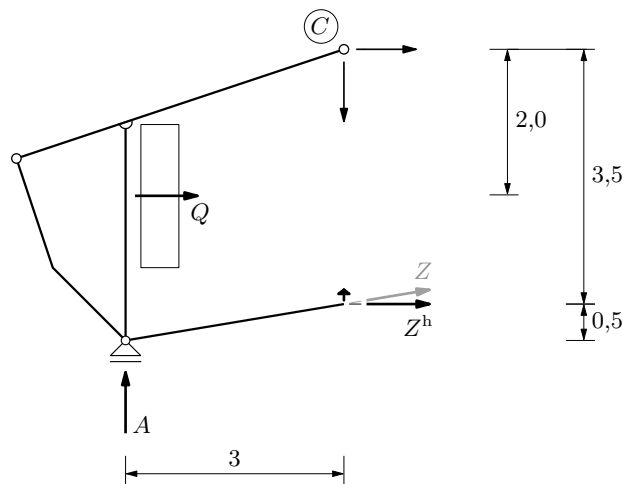
$$\sum_{\widehat{AB}} M_{/B} = 0 : -6 \cdot A - 2 \cdot Q - 3 \cdot P = 0$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{3} \cdot Q - \frac{1}{2} \cdot P = -54,1667 \text{ kN}$$

$$\sum_{\widehat{AB}} M_{/A} = 0 : -2 \cdot Q - 3 \cdot P + 6 \cdot B^v = 0$$

$$\Rightarrow B^v = \frac{1}{3} \cdot Q + \frac{1}{2} \cdot P = 54,1667 \text{ kN}$$

vrijednost sile u zategi:

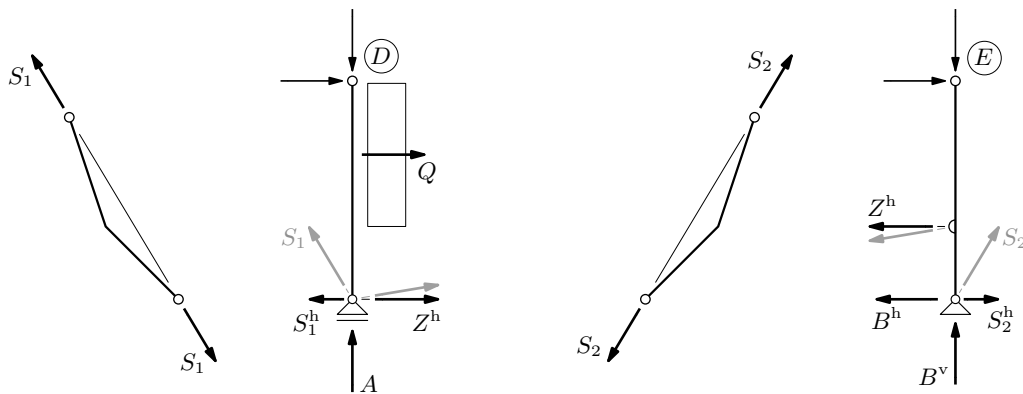


$$\sum_{\widehat{AC}} M_{/C} = 0 : \quad -3 \cdot A + 2 \cdot Q + 3,5 \cdot Z^h = 0$$

$$\Rightarrow \quad Z^h = \frac{6}{7} \cdot A - \frac{4}{7} \cdot Q = \frac{6}{7} \cdot (-54,1667) - \frac{4}{7} \cdot 50 = -75 \text{ kN}$$

$$\frac{Z}{Z^h} = \frac{\sqrt{37}}{6} \Rightarrow \quad Z = \frac{\sqrt{37}}{6} \cdot Z^h = -76,0345 \text{ kN}$$

vrijednosti sila u „slomljenim” zategama:



$$\sum_{\widehat{AD}} M_{/D} = 0 : \quad -3 \cdot S_1^h + 3 \cdot Z^h + 1 \cdot Q = 0$$

$$\Rightarrow \quad S_1^h = Z^h + \frac{1}{3} \cdot Q = -75 + \frac{1}{3} \cdot 50 = -58,3333 \text{ kN}$$

$$\frac{S_1^y}{S_1^h} = \frac{2,5}{1,5} \Rightarrow \quad S_1^y = \frac{5}{3} \cdot S_1^h = -97,2222 \text{ kN}$$

$$S_1 = -\sqrt{S_1^h + S_1^y} = -113,380 \text{ kN}$$

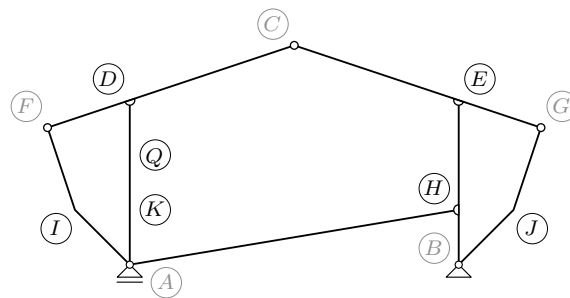
$$\sum_{\widehat{BE}} M_{/E} = 0 : \quad -3 \cdot B^h + 3 \cdot S_2^h - 2 \cdot Z^h = 0$$

$$\Rightarrow \quad S_2^h = B^h + \frac{2}{3} \cdot Z^h = 125 + \frac{2}{3} \cdot (-75) = 75 \text{ kN}$$

$$\frac{S_2^v}{S_2^h} = \frac{2,5}{1,5} \quad \Rightarrow \quad S_2^v = \frac{5}{3} \cdot S_2^h = 125 \text{ kN}$$

$$S_2 = \sqrt{S_2^h + S_2^v} = 145,774 \text{ kN}$$

vrijednosti momenata u karakterističnim točkama:



$$M_D = 1,5 \cdot S_1^v + 0,5 \cdot S_1^h = 1,5 \cdot (-97,2222) + 0,5 \cdot (-58,3333) = -175 \text{ kNm}$$

$$M_E = 1,5 \cdot S_2^v + 0,5 \cdot S_2^h = 1,5 \cdot 125 + 0,5 \cdot 75 = 225 \text{ kNm}$$

$$M_H = 1 \cdot B^v - 1 \cdot S_2^h = 1 \cdot 125 + 1 \cdot 75 = 50 \text{ kNm}$$

$$M_I = -1 \cdot S_1^v + 1 \cdot S_1^h = -1 \cdot (-97,2222) + 1 \cdot (-58,3333) = 38,8889 \text{ kNm}$$

$$M_J = -1 \cdot S_2^v + 1 \cdot S_2^h = -125 + 75 = -50 \text{ kNm}$$

$$M_K = 1 \cdot S_1^h - 1 \cdot Z^h = 1 \cdot (-58,3333) - 1 \cdot (-75) = 16,6667 \text{ kNm}$$

$$M_Q = 2 \cdot S_1^h - 2 \cdot Z^h - 0,5 \cdot (q \cdot 1)$$

$$= 2 \cdot (-58,3333) - 2 \cdot (-75) - 0,5 \cdot 25 = 20,8334 \text{ kNm}$$

$$\bar{M}_Q = 2 \cdot S_1^h - 2 \cdot Z^h = 2 \cdot (-58,3333) - 2 \cdot (-75) = 33,3334 \text{ kNm}$$

(\bar{M}_Q — apscisa sjecišta tangenata)

vrijednosti poprečnih sila:

$$T_{FD} = \frac{0 + 175}{\sqrt{1,5^2 + 0,5^2}} = 110,680 \text{ kN} \quad T_{DC} = -\frac{175 + 0}{\sqrt{3^2 + 0,1^2}} = -55,3399 \text{ kN}$$

$$T_{CE} = -\frac{0 + 225}{\sqrt{3^2 + 0,1^2}} = -71,1512 \text{ kN} \quad T_{EG} = \frac{225 + 0}{\sqrt{1,5^2 + 0,5^2}} = 142,302 \text{ kN}$$

$$T_{FI} = \frac{0 + 38,8889}{\sqrt{0,5^2 + 1,5^2}} = 24,5955 \text{ kN}$$

$$T_{IA} = -\frac{38,8889 + 0}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = -27,4986 \text{ kN}$$

$$T_{BJ} = -\frac{0 + 50}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = -35,3553 \text{ kN}$$

$$T_{JG} = \frac{50 + 0}{\sqrt{0,5^2 + 1,5^2}} = 31,6228 \text{ kN}$$

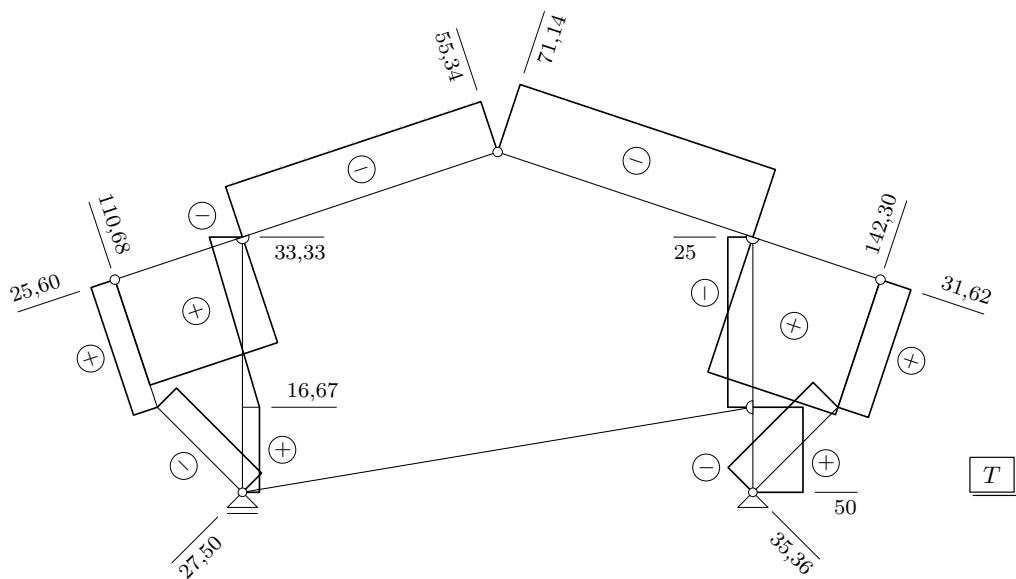
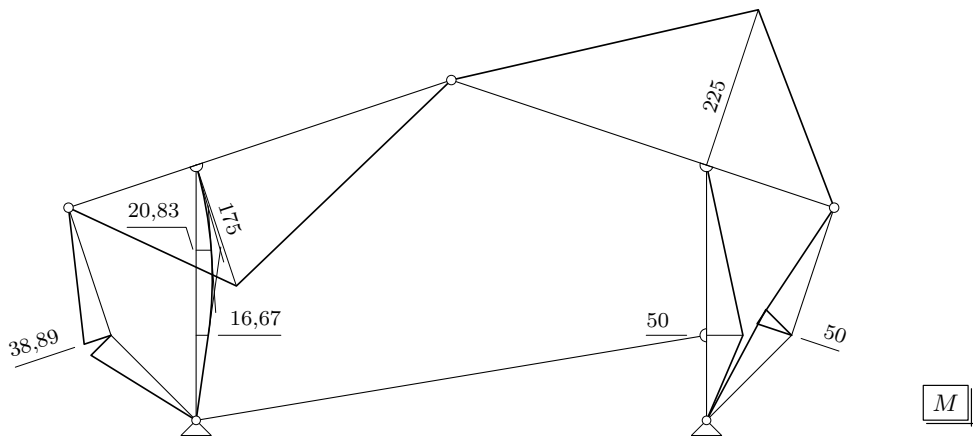
$$T_{BH} = \frac{0 + 50}{1} = 50 \text{ kN}$$

$$T_{HE} = -\frac{50 + 0}{2} = -25 \text{ kN}$$

$$T_{AK} = \frac{0 + 33,3334}{2} = 16,6667 \text{ kN}$$

$$T_{KD}^g = -\frac{33,3334 + 0}{1} = -33,3334 \text{ kN}$$

dijagrami:



Zadatak 3.

Superpozicijskim postupkom nacrtajte momentni dijagram!

$$P = 100 \text{ kN}$$

$$M = 50 \text{ kNm}$$

