

GS 1. — 2. popravni kolokvij (2022./2023.)

Zadatak 2.

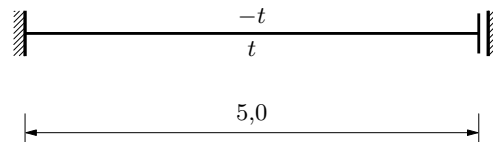
- Nacrtajte dijagram M !
- Izračunajte kut zaokreta osi u polovini raspona!

$$t = 25^\circ \text{ C}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$EI = 20\,250 \text{ kNm}^2$$

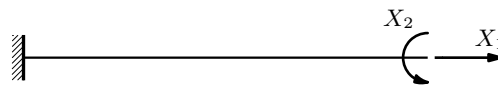
$$\alpha_t = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$



Korak prvi. Stupanj statičke neodređenosti i osnovni sistem (za metodu sila).

Pročitajte, za početak, korak prvi u rješenju zadatka C1. s drugoga redovitog kolokvija.

Zadani je sistem dva puta statički neodređen. Za osnovni sistem za rješavanje zadatka odabrat ćemo konzolu upetu na lijevom kraju (slika 1.).



Slika 1.

Kako su

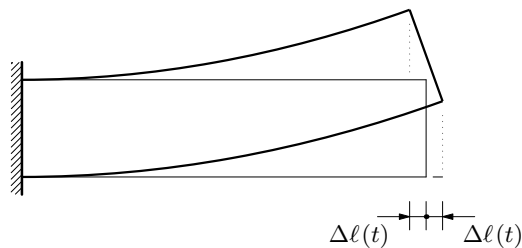
$$t_s = \frac{t_d + t_g}{2} = \frac{t + (-t)}{2} = 0 \quad \text{i} \quad \Delta t = t_d - t_g = t - (-t) = 2t = 2 \cdot 25 = 50^\circ \text{ C},$$

promjena temperature $\mp t$ jedino može izazvati savijanje osi grede, ne i promjenu njezine duljine, te je $X_1 = 0$, a nepoznanicom ostaje samo X_2 .

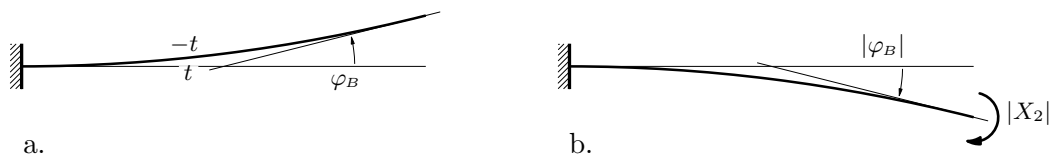
Korak drugi. Jednadžba kompatibilnosti i njezino rješenje.

Temperatura se s donje strane grede povećava, a s gornje smanjuje u odnosu na „početno stanje”, pa se uzdužna „vlakanka” na donjoj strani produljuju za $\Delta\ell(t)$, a na gornjoj za istu duljinu skraćuju (slika 2.), tako da se os osnovnoga sistema/konzole savija kao na slici 3.a. Kut je zaokreta osi na slobodnom kraju konzole φ_B ; kako je taj kraj hvatište neodređenoga momenta \vec{X}_2 , bit će $\varphi_B = \delta_{2,0}$, pa je uz dijagrame κ_t i m_2 prikazane na slikama 4.a. i b.

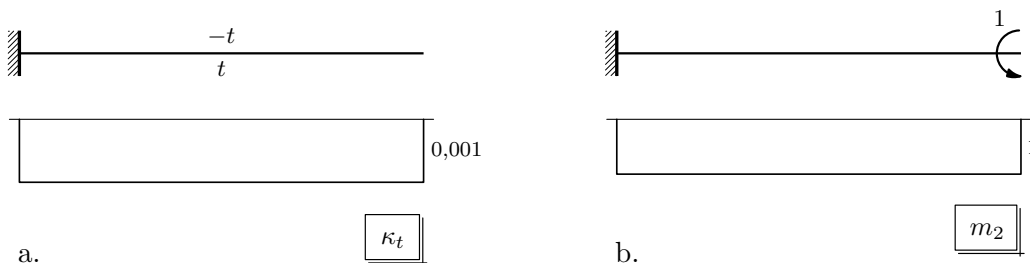
$$\delta_{2,0} = \varphi_B = \int_0^\ell \kappa_t(x) m_2(x) dx = 0,001 \cdot 5 \cdot 1 = 0,005,$$



Slika 2.



Slika 3.



Slika 4.

pri čemu je

$$\kappa_t(x) = \alpha_t \frac{\Delta t}{h} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{50}{0,5} = 0,001 \quad \forall x.$$

Klizni ležaj na desnom kraju zadanoga sistema sprečava zaokret osi na tom kraju. Vrijednost X_2 neodređenoga momenta \vec{X}_2 mora stoga biti takva da taj moment poništi zaokret koji je uzrokovala promjena temperature, odnosno da, djeluje li samo on, prouzrokuje zaokret osi za kut $-\varphi_B$ (slika 3.b.). Moment \vec{X}_2 prouzrokovat će zaokret za kut $\delta_{2,2} X_2$, gdje je

$$\delta_{2,2} = \int_0^l \frac{m_2^2(x)}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1 = 0,000247,$$

pa mora biti

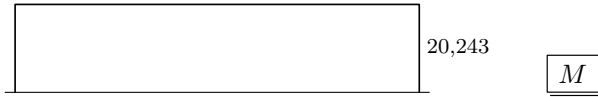
$$\delta_{2,2} X_2 = -\varphi_B \quad (\spadesuit)$$

i odatle

$$X_2 = -\frac{\varphi_B}{\delta_{2,2}} = -\frac{0,005}{0,000247} = -20,243 \text{ kNm.}$$

(Jednadžba (\spadesuit) , naravno, nije ništa drugo nego jednadžba kompatibilnosti:

$$\delta_{2,2} X_2 + \delta_{2,0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{2,2} X_2 = -\delta_{2,0} \quad \Rightarrow \quad \delta_{2,2} X_2 = -\varphi_B.)$$



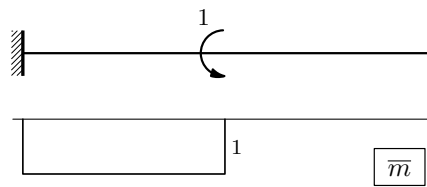
Slika 5.

Konačni je dijagram momenata ($M = X_2 m_2$) prikazan na slici 5.

Korak treći. Kut zaokreta osi u polovini raspona.

Traženi kut zaokreta izračunat ćemo metodom jedinične sile. Budući da treba izračunati kut zaokreta, virtualna će sila u stvari biti jedinični moment.

Redukcijski nam „stavak” omogućava da dijagram \bar{m} nacrtamo na bilo kojem osnovnom sistemu, pa ćemo i sada odabrati konzolu (slika 6.).



Slika 6.

Savijanje osi osnovnoga sistema uzrokuju moment \vec{X}_2 (slika 3.b.) i razlika temperatura Δt (slika a.), pa u izračunavanju kuta zaokreta osi u obzir treba uzeti oba utjecaja:

$$\varphi_{\ell/2} = \varphi_{\ell/2}(\vec{X}_2) + \varphi_{\ell/2}(\Delta t) = -0,0025 + 0,0025 = 0,$$

jer su

$$\varphi_{\ell/2}(M) = \int_0^\ell \frac{M(x) \bar{m}(x)}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot 20,243 \cdot 2,5 \cdot 1 \cdot (-1) = -0,0025$$

i

$$\varphi_{\ell/2}(\kappa_t) = \int_0^\ell \kappa_t(x) \bar{m}(x) dx = 0,001 \cdot 2,5 \cdot 1 = 0,0025.$$

[Domaća zabava prva: izračunajte orijentiranu duljinu vertikalnoga pomaka polovišta raspona!]

[Domaća zabava druga: provedite deformacijsku kontrolu!]