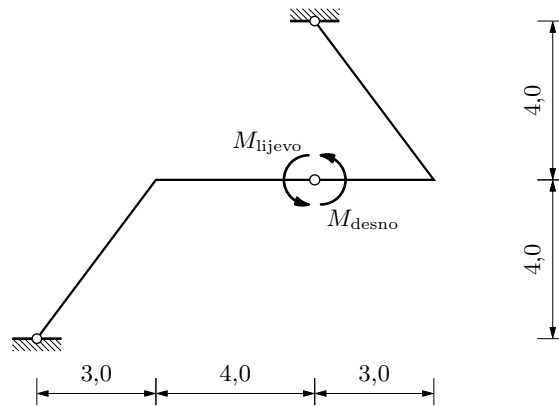


GS 1. — 1. kolokvij (2022./2023.)

Zadatak A2.

Nacrtajte dijagrame M , T i N !

$$M_{\text{lijevo}} = M_{\text{desno}} = 100 \text{ kNm}$$



Analitički postupak

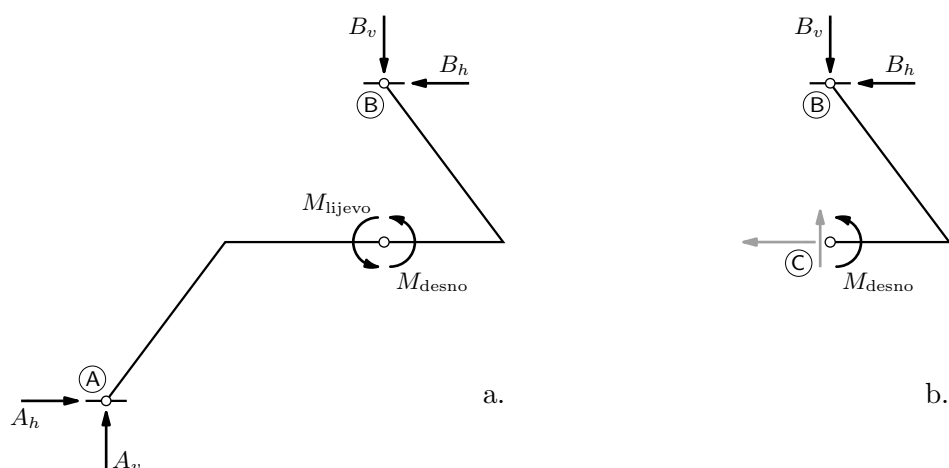
Budući da treba nacrtati sva tri dijagrama, analitički je postupak rješavanja najprije mjereni.

Korak prvi. Vrijednosti komponenta reakcija.

Vrijednosti B_h i B_v komponenta reakcije u ležaju B izračunavamo kao što je uobičajeno u rješavanju trozglobnih sistema:

$$\sum_{\text{cijeli}} M_B = 0 : \quad -7B_v + 8B_h + 2M = 0 \quad (\text{slika 1.a.}),$$

$$\sum_{\text{desno}} M_C = 0 : \quad 0B_v + 4B_h + M = 0 \quad (\text{slika 1.b.}).$$



Slika 1.

Iz druge je jednačbe

$$B_h = -\frac{M}{4} = -25 \text{ kN},$$

a uvrštavanje u prvu daje

$$7B_v = 8 \left(-\frac{M}{4} \right) + 2M = 0 \quad \Rightarrow \quad B_v = 0.$$

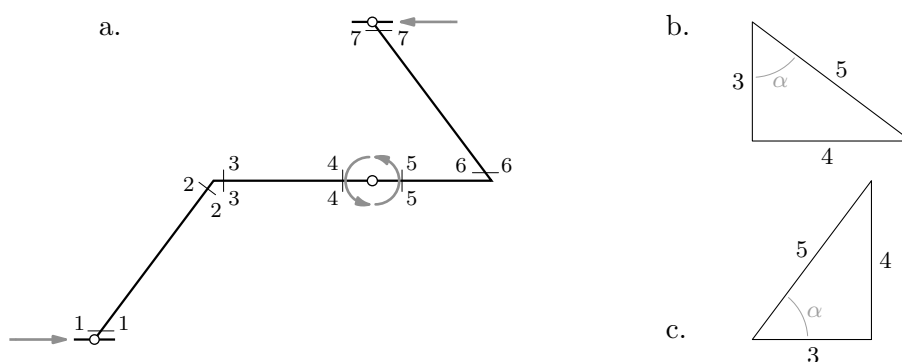
Budući da su reakcije jedine sile (u užem smislu) koje djeluju na sistem, iz uvjetā je ravnoteže horizontalnih i vertikalnih sila lako izvesti

$$A_h = B_h = -25 \text{ kN},$$

$$A_v = B_v = 0.$$

Korak drugi. Vrijednosti sila u presjecima.

Za crtanje dijagramā unutarnjih sila treba izračunati njihove vrijednosti u karakterističnim točkama. To su na slici 2. presjeci 1–1 do 7–7.



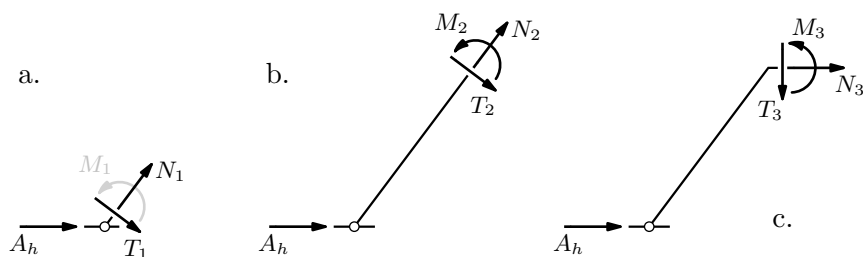
Slika 2.

Presjek 1–1.

Za izračunavanje vrijednosti sila u presjeku 1–1 izdvojiti ćemo dio sistema između lijevoga ležaja (zvat ćemo ga A) i toga presjeka (slika 3.a.). Presjek je neposredno iznad zglobnoga ležaja, pa je u njemu vrijednost momenta savijanja nula. Jednadžbe ravnoteže projekcija sila na horizontalnu i vertikalnu os sustav su dviju jednadžbi s dvjema nepoznicama, N_1 i T_1 :

$$\sum_{\overline{A1}} F_x = 0 : \quad \frac{3}{5} N_1 + \frac{4}{5} T_1 + A_h = 0,$$

$$\sum_{\overline{A1}} F_z = 0 : \quad -\frac{4}{5} N_1 + \frac{3}{5} T_1 = 0;$$



Slika 3.

koeficijenti uz nepoznanice omjeri su odgovarajućih stranica pravokutnih trokuta sa stranicama duljina 3, 4 i 5 (za N_1 slika 2.c., za T_1 slika b.).¹ Iz druge je jednadžbe $N_1 = \frac{3}{4} T_1$; uvrštavanje u prvu jednadžbu daje, nakon sređivanja, $T_1 = -\frac{20}{25} A_h = -\frac{20}{25} \cdot (-25)$, pa je rješenje sustava

$$T_1 = 20 \text{ kN} \quad \mathcal{E} \quad N_1 = 15 \text{ kN}.$$

Presjek 2–2.

U presjeku 2–2 uzdužna sila djeluje na istom pravcu na kojem djeluje uzdužna sila u presjeku 1–1, a poprečne su sile u tim presjecima na usporednim pravcima (slike 3.a. i b.). Kako na (izdvojene) dijelove sistema između ležaja A i tih presjeka djeluju iste vanjske sile (samo horizontalna reakcija u ležaju A), bit će

$$N_2 = N_1 = 15 \text{ kN} \quad \mathcal{E} \quad T_2 = T_1 = 20 \text{ kN}.$$

Jednadžba ravnoteže momenata u odnosu na težište presjeka 2–2,

$$\sum_{\frac{A}{2}} M_{/2-2} = 0 : \quad 4 A_h + M_2 = 0,$$

daje

$$M_2 = -4 A_h = -4 \cdot (-25) = 100 \text{ kNm}.$$

Presjek 3–3.

Presjek 2–2 neposredno je ispod, dok je presjek 3–3 neposredno desno od spoja lijevoga kosog stupa i grede (slika 2.a.), pa je pomak od prvoga presjeka do drugog neizmjerljivo malen, tako da se vrijednost momenta savijanja neće promijeniti:

$$M_3 = M_2 = 100 \text{ kNm}.$$

Osi lokalnoga koordinatnog sustava grede usporedne su s osima globalnoga sustava (slika 3.c.), pa jednadžbe ravnoteže projekcija sila na horizontalnu i vertikalnu os neposredno daju

$$N_3 = -A_h = -(-25) = 25 \text{ kN} \quad \mathcal{E} \quad T_3 = 0.$$

Oko srednjega zgloba (i dalje).

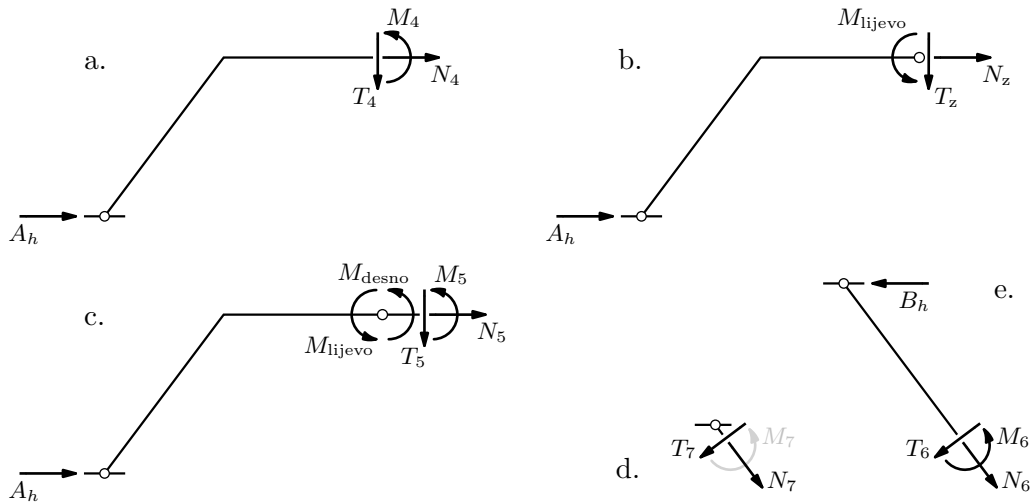
Presjek 4–4 na gredi je neposredno lijevo od hvatišta lijevoga vanjskog momenta. Jedina je vanjska sila koja djeluje na dio sistema između lijevoga ležaja i toga presjeka reakcija u ležaju (slika 4.a.), kao i na dio između ležaja i presjeka 3–3, pa se vrijednosti uzdužne i poprečne sile neće promijeniti

$$N_4 = N_3 = 25 \text{ kN} \quad \mathcal{E} \quad T_4 = T_3 = 0,$$

a kako je pravac djelovanja reakcije usporedan s osi grede, neće se promijeniti ni vrijednost momenta savijanja,

$$M_4 = M_3 = 100 \text{ kNm}.$$

¹ Ti su koeficijenti sinus i kosinus (neorijentiranoga) kuta α .



Slika 4.

Preskočimo li hvatište lijevoga momenta, i on ulazi u igru (slika 4.b.), pa moment savijanja nestaje:

$$4 A_h + M_{\text{lijevo}} = 4 \cdot (-25) + 100 = 0;$$

to je „moment u zglobu” (kojega, dakako, nema).

Pomak udesno, preko hvatišta desnoga momenta, uvodi i njega u igru (slika 4.c.),

$$\sum_{A5} M_{/5-5} = 0 : \quad \underbrace{4 A_h + M_{\text{lijevo}}}_{=0} + M_{\text{desno}} + M_5 = 0,$$

pa je

$$M_5 = -M_{\text{desno}} = -100 \text{ kNm.}$$

Uzrokā promjena vrijednostī uzdužne i poprečne sile nema:

$$N_5 = N_4 = 25 \text{ kN} \quad \& \quad T_5 = T_4 = 0.$$

Uzrokā promjena vrijednostī poprečne i uzdužne sile, a ni vrijednosti momenta savijanja, nema niti na dijelu grede između presjeka 5–5 i njezinoga kraja [obrazložite!].

Presjeci 7–7 i 6–6.

Presjek 7–7 neposredno je ispod desnoga ležaja (ležaja B). Kako je taj ležaj zglobni, vrijednost je momenta savijanja u presjeku nula. Za izračunavanje vrijednostī uzdužne i poprečne sile u presjeku izdvojiti ćemo dio sistema između ležaja i presjeka (slika 4.d.). Jednadžbe su ravnoteže projekcija sila na horizontalnu i vertikalnu os

$$\sum_{B7} F_x = 0 : \quad \frac{3}{5} N_7 - \frac{4}{5} T_7 - B_h = 0$$

i

$$\sum_{B7} F_z = 0 : \quad \frac{4}{5} N_7 + \frac{3}{5} T_7 = 0.$$

Rješenje je toga sustava jednadžbi

$$N_7 = -15 \text{ kN} \quad \& \quad T_7 = 20 \text{ kN}.$$

Budući da se pravci djelovanja uzdužnih sila u presjecima 7-7 i 6-6 poklapaju, da su pravci djelovanja poprečnih sila u tim presjecima usporedni i da na dijelove sistema između ležaja B i tih presjeka osim unutarnjih sila djeluje samo reakcija u ležaju (slike 4.d. i e.),

$$N_6 = N_7 = -15 \text{ kN} \quad \& \quad T_6 = T_7 = 20 \text{ kN}.$$

Iz jednadžbe ravnoteže momenata u odnosu na težište presjeka 6-6,

$$\sum_{\overline{B6}} M_{/6-6} = 0 : \quad 4 B_h + M_6 = 0,$$

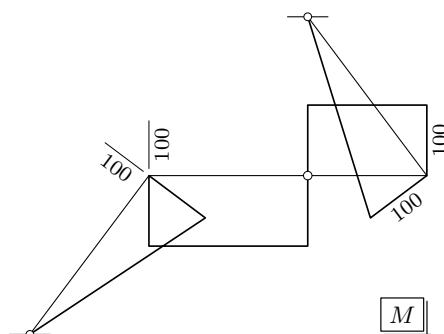
slijedi

$$M_6 = -4 B_h = -4 \cdot (-25) = 100 \text{ kNm};$$

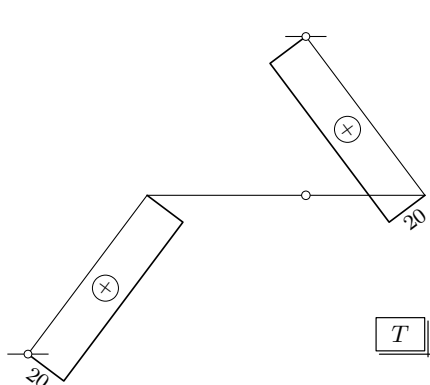
naravno, intenzitet je momenta savijanja na dnu desnoga kosog stupa (koji djeluje na dio $\overline{B6}$) jednakoga intenziteta, a suprotnoga smisla vrtnje od momenta savijanja na desnom kraju grede (koji djeluje na dio od ležaja A do toga kraja).

Korak treći. Crtanje dijagrama.

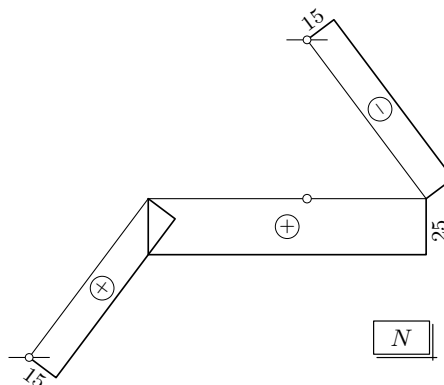
Riječi, nadam se, nisu potrebne...



Slika 5.



Slika 6.



Slika 7.