

Stručni rad

Prihvaćeno 8. 12. 2006.

MATIJA HERCEG  
DRAGO ŠPOLJARIĆ

# Primjena *webMathematice* i *LiveGraphics3D* u sfernoj astronomiji

## Application of *webMathematica* and *LiveGraphics3D* in Spherical Astronomy

### ABSTRACT

This paper describes development of interactive web application designed for coordinate's recalculation within the celestial coordinate systems. Furthermore, this application is also a simple tool for the graphical display of the celestial objects location (coordinates). Recalculation of coordinates and visualization of the celestial coordinate systems capable of magnification, rotation and perspective change makes this interactive application suitable for e-learning.

**Key words:** celestial coordinate systems, recalculation of coordinates, visualization, *webMathematica*, *LiveGraphics3D*, e-learning.

**MSC 2000:** 97U80, 85-04

## Primjena *webMathematice* i *LiveGraphics3D* u sfernoj astronomiji

### SAŽETAK

U radu je opisana interaktivna internetska aplikacija namijenjena preračunavanju koordinata u nebeskim koordinatnim sustavima. Aplikacija je ujedno jednostavan alat za grafički prikaz položaja (koordinata) nebeskih tijela uz mogućnost rotacije, povećanja i promjene perspektive grafičkog prikaza. Preračunavanje koordinata i vizualizacija nebeskih koordinatnih sustava omogućuje primjenu ove interaktivne aplikacije u e-obrazovanju.

**Ključne riječi:** nebeski sferni koordinatni sustavi, preračunavanje koordinata, vizualizacija, *webMathematica*, *LiveGraphics3D*, e-obrazovanje.

## 1 Uvod

Informacijske i komunikacijske tehnologije (ICT) u suvremenim oblicima učenja važno su sredstvo za poboljšanje kvalitete obrazovanja. Ostvarenjem potrebne infrastrukture (tehnička opremljenost, brze veze za pristup internetu i sustavi za upravljanje učenjem) stvoren je temelj za primjenu e-obrazovanja - učenja i podučavanja potpomognutog ICT-eom i internetom [4]. Stručnjaci predviđaju da će se e-obrazovanje na različite načine upotrebljavati u svim vidovima obrazovanja.

Akadske godine 2005/06, tadašnji studenti treće godine Geodetskog fakulteta u Zagrebu, izradili su rad [1] nagrađen Dekanovom nagradom. Na temelju tog rada izrađena je internetska interaktivna (on-line) aplikacija pomoću koje korisnici mogu jednostavno i trenutačno preračunati koordinate u različitim nebeskim koordinatnim sustavima i grafički ih prikazati. Osim toga, naknadno je izrađena i interaktivna aplikacija koja omogućuje vizualizaciju odabranog nebeskog koordinatnog sustava uz mogućnosti rotacije, povećanja, promjene perspektive i pomicanja/mijenjanja položaja nebeskog tijela. Aplikacija

je razvijena u *Mathematici* i *webMathematici* i pomoću Java applet-a *LiveGraphics3D*.

Aplikacija je izrađena sa ciljem poboljšanje kvalitete nastave iz geodetske astronomije na Geodetskom fakultetu u Zagrebu.

## 2 *Mathematica* i *webMathematica*

Za točnost grafičkog prikaza nebeske sfere s traženim kružnicama programski jezik mora sadržavati vektorski način prikaza grafičkih elemenata u trodimenzionalnom prostoru, određene naredbe potrebne za pretvorbu koordinata iz sfernog u Kartezijev koordinatni sustav te mogućnost implementacije grafičkog prikaza i rješenja na internetu.

*Mathematica* je softver tvrtke Wolfram Research koji u sebi sadrži numeričko i simboličko računalo, grafički sustav, programski jezik, dokumentaciju i naprednu mogućnost spajanja s drugim aplikacijama. Jedna od takvih aplikacija je *webMathematica*, još jedan proizvod tvrtke Wolfram Research [5].

webMathematica omogućuje izvršavanje interaktivnih računanja i vizualizacija na internetskim stranicama, a također i brzo stvaranje te distribuiranje rješenja računanja u mreži servera na kojem je postavljena. Nadalje, sadrži mogućnost računanja funkcija za razvijanje tehničkih rješenja koja dopuštaju izradu tehničkog mrežnog servisa koji uključuje numeričke, simboličke i grafičke aplikacije za rješavanje svakodnevnih računalnih problema.

### 3 Izrada programskog kôda i implementacija na internet

Početnu ideju o prikazu nebeske sfere kao cjelovitog objekta (mogućnost koju podržava programski jezik *Mathematica*, `Sphere[x, m, n]`), zamjenjujemo prikazom nebeske sfere konturnom kružnicom u prostoru, zbog lakše manipulacije dijelovima grafičkog prikaza. Toj kružnici pridružujemo pravac zenita (pravac koji spaja zenit i nadir), pravac nebeske ili svjetske osi, te ravninu nebeskog ekvatora. *Zenit* je točka nebeske sfere, točno iznad motritelja koji se nalazi u središtu nebeske sfere. *Nadir* je točka nebeske sfere dijametralno suprotna zenitu. *Nebeska os* je zamišljena os koja nebesku sferu probada u sjevernom i južnom nebeskom polu, a na kojoj leži Zemljina os rotacije. *Ravnina nebeskog ekvatora* je ravnina okomita na nebesku os i u njoj leži stajalište. [3]

Sve ravnine ili kružnice na grafičkom prikazu dobivene su pomoću trigonometrijskih funkcija, a iscrtane su pomoću malih dužina čije granične točke određujemo pomicanjem kuta na nebeskoj sferi za po jedan stupanj.

Slijedi kôd za iscrtavanje konture horizonta (horizont je velika kružnica nebeske sfere koja nastaje presjekom ravnine koja prolazi stajalištem, a okomita je na pravac zenita).

```
x2=Table[Cos[i*Pi/180]*Cos[0],{i,-1,360}];
y2=Table[Sin[i*Pi/180]*Cos[0],{i,-1,360}];
z2=Table[Sin[0],{i,-1,360}];
horizont1=Transpose[{x2,y2,z2}];
horizont=Graphics3D[{AbsoluteThickness[2],
  RGBColor[0,0.5,0],Line[horizont1]}]
```

U ispisanoj kôdu `x2`, `y2` i `z2` su liste koordinata točaka na konturi horizonta. Lista prvih 5 članova  $x$  koordinate:

$$\left\{ \cos\left[\frac{\pi}{180}\right], 1, \cos\left[\frac{\pi}{180}\right], \cos\left[\frac{\pi}{90}\right], \cos\left[\frac{\pi}{60}\right] \right\}.$$

Lista prvih 5 članova  $y$  koordinate:

$$\left\{ -\sin\left[\frac{\pi}{180}\right], 0, \sin\left[\frac{\pi}{180}\right], \sin\left[\frac{\pi}{90}\right], \sin\left[\frac{\pi}{60}\right] \right\}.$$

Lista prvih 5 članova  $z$  koordinate:

$$\{0, 0, 0, 0, 0\}.$$

Vizualizacija je moguća tek kada sve tri koordinate iz sve tri liste spojimo u uređene triplete funkcijom *Transpose*. Horizont iscrtavamo spajanjem tih točaka dužinama. Prikazani su tripleti prvih pet točaka:

$$\begin{aligned} & \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{180}\right], -\sin\left[\frac{\pi}{180}\right], 0 \right\}, \\ & \{1, 0, 0\}, \\ & \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{180}\right], \sin\left[\frac{\pi}{180}\right], 0 \right\}, \\ & \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{90}\right], \sin\left[\frac{\pi}{90}\right], 0 \right\}, \\ & \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{60}\right], \sin\left[\frac{\pi}{60}\right], 0 \right\}. \end{aligned}$$

Zadatak je prikazati nebesku sferu s ishodištem u stajališnoj točki, glavne točke, pravce i kružnice nebeske sfere i položaj nebeskog tijela sa zadanim/izračunanim sfernim koordinatama. Koordinate nebeskih tijela mogu biti zadane u različitim koordinatnim sustavima. Ovom aplikacijom moguća su preračunavanja koordinata između horizontalnog ( $A, z$ ), mjesnog ekvatorskog ( $t, \delta$ ) i nebeskog ekvatorskog ( $\alpha, \delta$ ) koordinatnog sustava.

Malu kružnicu nebeske sfere, paralelnu s ravninom horizonta, nazivamo *almukantaratom*. Sve točke almukantarata jednako su udaljene od točke zenita  $Z$ . Kutnu udaljenost između zenita i almukantarata nazivamo *zenitna daljina*  $z$ . Veliku kružnicu nebeske sfere koja prolazi kroz zenit  $Z$  i nadir  $Z'$ , a okomita je na horizont nazivamo *vertikal*. Kut između stajališnog meridijana i vertikala (od južne točke horizonta  $S$  u smjeru kazaljke na satu) nazivamo *azimutom*  $A$ . *Deklinacijska kružnica* je velika kružnica nebeske sfere koja prolazi nebeskim polovima  $P_N$  i  $P_S$ , a okomita je na nebeski ekvator. Kutnu udaljenost u smjeru zapada uzduž nebeskog ekvatora od stajališnog meridijana do deklinacijske kružnice zovemo *satnim kutom*  $t$ . Dnevna paralela je kružnica nebeske sfere paralelna s nebeskim ekvatorom, a kutnu udaljenost od nebeskog ekvatora do dnevne paralele nazivamo *deklinacijom*  $\delta$ . Kutnu udaljenost mjerenu u suprotnom smjeru od kazaljke na satu uzduž nebeskog ekvatora, od proljetnog ekvinocija (presjecište ekliptike i nebeskog ekvatora) do satne kružnice, nazivamo *rektascenzijom*  $\alpha$ . *Stajališni meridijan* je velika kružnica nebeske sfere koja prolazi nebeskim polovima, zenitom i nadir, najvišom  $Q$  i najnižom  $Q'$  točkom nebeskog ekvatora te točkom sjevera  $N$  i juga  $S$ .

Neke kružnice nije bilo jednostavno matematički definirati, na primjer kružnicu satnog kuta. To je izvedeno pomoću središta kružnice i dviju njenih točaka čije koordinate možemo jednostavno trigonometrijski definirati. Ravnina kružnice određena je radij vektorima točaka na kružnici iz njenog središta.

Slijedi dio koda za iscrtavanje kružnice satnog kuta.

```

n1=Cross[r1,r3];
nm1=Sqrt[(n1[[1]])^2+(n1[[2]])^2+(n1[[3]])^2];
n01=n1/nm1; ar=r1; br=Cross[n01,ar];
ar1=Sqrt[(ar[[1]])^2+(ar[[2]])^2+(ar[[3]])^2];
br1=Sqrt[(br[[1]])^2+(br[[2]])^2+(br[[3]])^2];

```

```

a=ar[[1]]*Cos[(i)*Pi/180]+br[[1]]*Sin[(i)*Pi/180];
b=ar[[2]]*Cos[(i)*Pi/180]+br[[2]]*Sin[(i)*Pi/180];
c=ar[[3]]*Cos[(i)*Pi/180]+br[[3]]*Sin[(i)*Pi/180];

```

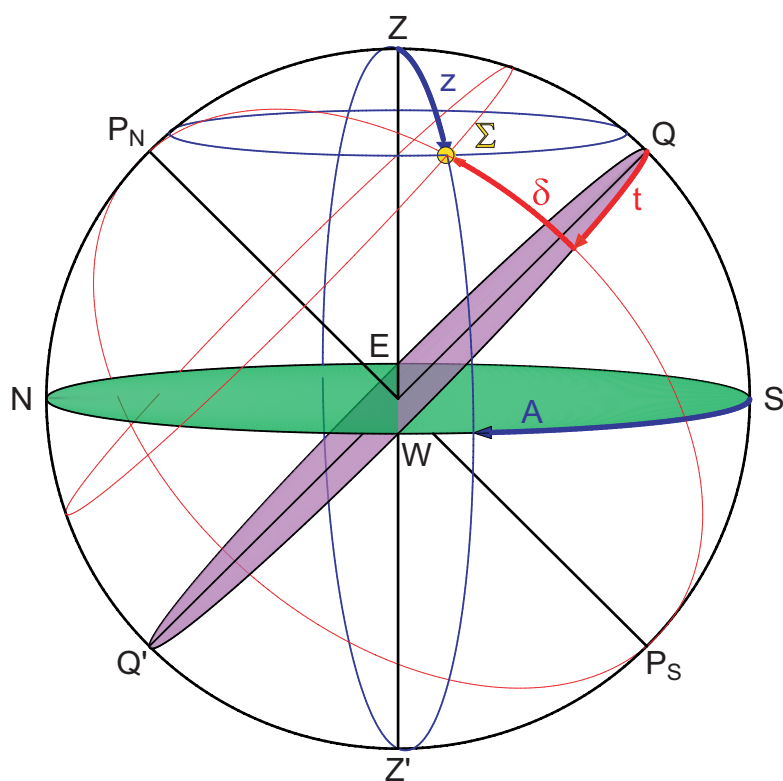
```

x9=Table[a,{i,-1,360}];
y9=Table[b,{i,-1,360}];
z9=Table[c,{i,-1,360}];
satniKUT1=Transpose[{x9,y9,z9}];
satniKUT=
Graphics3D[{RGBColor[1,0,0],Line[satniKUT1]}];

```

Konačno grafičko rješenje zadatka sadrži ravninu horizonta (zeleno) i ravninu nebeskog ekvatora (ljubičasto), kružnice zadanih (obojene plavom bojom) i računanih veličina (obojene crvenom bojom), mjesni meridijan (to je ujedno i kontura nebeske sfere), pravac zenita ( $ZZ'$ ) i nebesku ili svjetsku os ( $P_N P_S$ ). Podebljane linije označavaju zadane ili računane veličine, uz koje stoje slova koja ih opisuju. Nebeska sfera sadrži oznake za strane svijeta, nebeske polove te položaj zvijezde obojene žutom bojom (Slika 1).

Potrebno je napomenuti da će zadane veličine uvijek biti obojene plavom, a računane veličine crvenom bojom. Stoga će na grafičkom rješenju boja pojedinog elementa (kružnica, dio kružnice, slovo, strelica) ovisiti o vrsti zadatka.



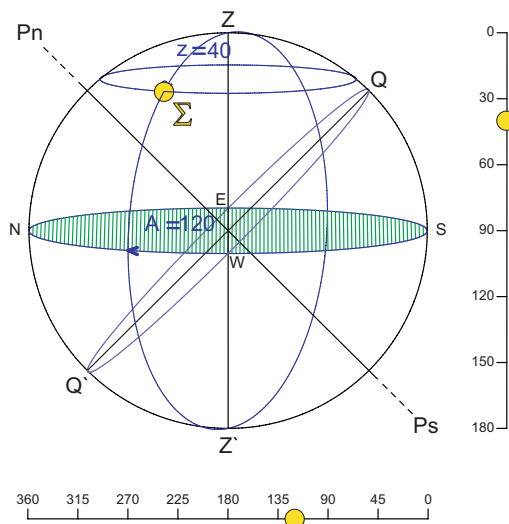
- Opis oznaka**
- ravnina horizonta
  - ravnina nebeskog ekvatora
  - almukantarat
  - zenitna daljina ( $z$ )
  - vertikal
  - azimut ( $A$ )
  - deklinacijska kružnica
  - satni kut ( $t$ )
  - dnevna paralela
  - deklinacija ( $\delta$ )
  - nebesko tijelo ( $\Sigma$ )
  - pravac koji spaja zenit ( $Z$ ) i nadir ( $Z'$ )
  - pravac koji spaja sjeverni ( $P_N$ ) i južni pol ( $P_S$ )
  - najviša ( $Q$ ) i najniža ( $Q'$ ) točka nebeskog ekvatora
  - glavne strane svijeta ( $N, W, E, S$ )

Slika 1

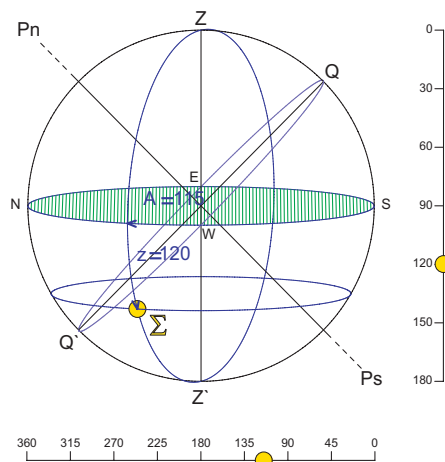


## 4 Vizualizacija nebeskih koordinatnih sustava

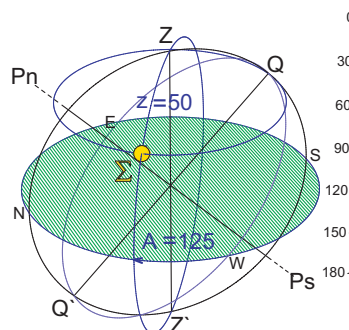
Za vizualizaciju pojedinačnih nebeskih koordinatnih sustava (bez preračunavanja koordinata) upotrebljavan je Java applet *LiveGraphics3D*. S njime možemo ubrzati proces stvaranja zahtjevnijih interaktivnih prikaza te definirati kompleksne manipulacije nad njima, bez potrebe kreiranja grafičkog sadržaja u Javi, Flash-u ili nekom drugom programskom jeziku.



Slika 3a



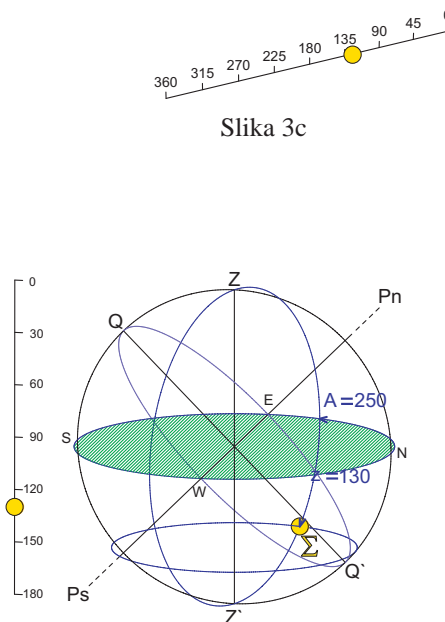
Slika 3b



Slika 3c

Statičan prikaz odabranog koordinatnog sustava (Slika 3a) nije osobito zanimljiv. Ono što ga čini "živim" (Slike 3b, 3c i 3d) je mogućnost pomicanja točke (koja predstavlja zvijezdu) neovisno o cijelom prikazu, ali ovisno o kružnicama koje ta točka određuje (vertikal i almukantarat). Sljedeće kontrole to omogućuju ("Click" predstavlja pritisak lijevog gumba miša):

- Click na žutu točku i njenim pomicanjem mijenjamo položaj svih kružnica koje ovise o položaju te točke
- Click negdje drugdje i pomicanjem miša rotiramo cijeli prikaz
- Puštanjem gumba miša dok ga pomičemo dovodimo cijeli prikaz u rotaciju; click bilo gdje na prikazu i rotacija prestaje
- Pritiskom Shift tipke, click i vertikalnim pomicanjem miša povećavamo i smanjujemo prikaz
- Pritiskom Shift tipke, click i horizontalnim pomicanjem miša rotiramo prikaz oko osi okomite na ekran
- Pritiskom tipke Home vraćamo na originalni prikaz



Slika 3d

Pisanje programa u bilo kojem softveru koji omogućava ovakvu “živu” vizualizaciju bilo bi vrlo složeno. Proces stvaranja *LiveGraphics3D* prikaza ne zahtijeva znanje Java. Bitno je napomenuti da *Mathematica* nije potrebna za samu kreaciju *LiveGraphics3D* appleta, jer se ulazni podaci mogu i ručno upisati. No, pomoću *Mathematice* lakše je generirati ulazne podatke za složenije objekte. Da bi izradili takav applet potrebno je datoteku `live.jar` sa stranice “LiveGraphics3D Homepage” staviti u isti direktorij kao i HTML datoteku koju smo prethodno kreirali. HTML datoteka treba sadržavati, osim izgleda stranice, i potreban računalni kôd koji će omogućiti prikaz appleta [2].

```
<applet archive="live.jar" code="Live.class"
  width="500" height="500">
<param name="INPUT_FILE"
  value="pomicanje_fi_z_A.lg3d"/>
<param name="INDEPENDENT_VARIABLES"
  value="{xK -> 0.383022,
  yK -> 0.663414,
  zK -> 0.642788}" />
<param name="DEPENDENT_VARIABLES"
  value="{
  z -> -(ArcSin[zK]*180/Pi - 90),
  A -> ArcCos[xK/(Cos[(90 + z)*Pi/180]])*180/Pi,
  zVrijednost-> Round[10*z]/10,
  AVrijednost->Round[10*A]/10}" />
</applet>
```

## 5 Zaključak

Pretraživanje i prikupljanje informacija, rješavanje problema i samostalno učenje oslanjati će se u budućnosti najvećim dijelom na internet. Stoga je vrlo važna primjena informacijske tehnologije (ICT) u znanstvenim, nastavnim i drugim aktivnostima.

Razvoj aplikacije za preračunavanje astronomskih koordinata i grafički prikaz rješenja, uz mogućnost rukovanja

grafičkim prikazom (rotacija, povećanje, promjena perspektive i drugo), te “živom” vizualizacijom nebeskih koordinatnih sustava omogućuje primjenu ove interaktivne aplikacije u e-obrazovanju. Precizno preračunavanje koordinata u nebeskim koordinatnim sustavima potrebno je i profesionalnim astronomima ali i naprednim amaterima.

## Literatura

- [1] HERCEG, M., KELEMINEC, S., VIHER, D., *Preračunavanje koordinata u nebeskim koordinatnim sustavima i njihova vizualizacija preko interneta*, Zagreb, 2006.
- [2] *Journal of Online Mathematics and its Applications* <http://mathdl.maa.org/mathDL/4/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=1143>
- [3] ROŠA, D., ŠPOLJARIĆ, D., *Astronomski rječnik*, BOLID, 86, (1/2001), Zvezdarnica Zagreb - Zagrebački astronomski savez, Zagreb, 2001.
- [4] TUTEK, Ž., *E-učenje - vežite se, polijećemo!*, Ekscentar, 8, (2006), 120-121.
- [5] *webMATHEMATICA 2* <http://www.wolfram.com/products/webmathematica>

### Matija Herceg

e-mail: mherceg@geof.hr

### Drago Špoljarić

e-mail: drago.spoljaric@geof.hr

Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

Kačićeva 26, 10000 Zagreb