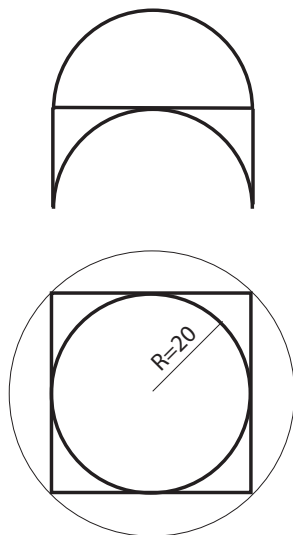


## 1. grupa zadataka

- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskih valjaka  $\Phi$  [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{MN}$  [ $M(8, 5, 0)$ ,  $N(8, 5, 10)$ ,  $r = 3\text{cm}$ ] i  $\Psi$  [os  $\overline{PQ}$ ,  $P(2, 5.5, 5)$ ,  $Q(14, 2, 5)$ ,  $r = 2.5\text{cm}$ ].
  - Konstruirajte tangentu u jednoj od dvije najviše točke prodorne krivulje.
  - Što znate o toj prodornoj krivulji?
- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$  [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 7, 6)$ ,  $V(14, 7, 6)$ ,  $r = 4$ ] i rotacijskog valjka  $\Psi$  [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(5, 8, 0)$ ,  $N(5, 8, 11)$ , polumjer osnovice odredite tako da plohe s prednje strane imaju zajedničku dirnu ravninu]. Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu  $\Sigma$  koja sadrži točke  $(-10, 20, 0)$  i  $(-15, 10, 0)$  te na ravnine  $\Delta(\infty, 20, \infty)$  i  $\Gamma(\infty, \infty, -4)$ .
  - Što znate o prodornoj krivulji i njenim projekcijama na ravnine  $\Sigma$ ,  $\Delta$  i  $\Gamma$ ?
- Prikažite bizantsku kupolu.



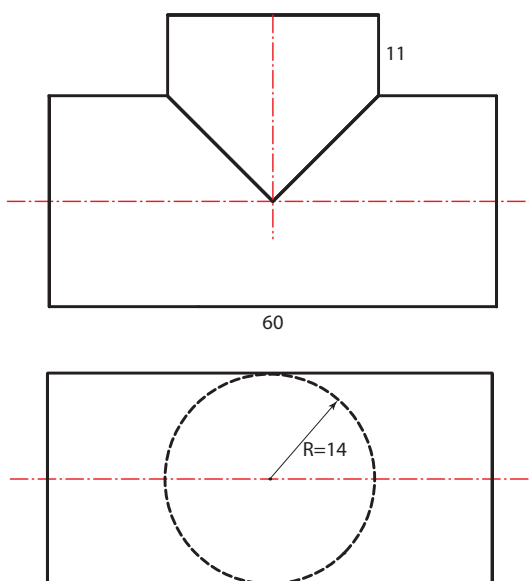
Aja Sofija (Istanbul)

## 2. grupa zadataka

- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(7, 6, 0)$ ,  $V(7, 6, 11)$ ,  $r = 5$ ] i rotacijskog valjka  $\Psi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(7.5, 0, 4.5)$ ,  $N(7.5, 12, 4.5)$ ,  $r = 4$ ].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u onoj njezinoj točki koja leži na prednjoj strani stošca, na izvodnici s nožištem u točki  $I_1(11, -, -)$ , i na gornjoj strani valjka.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog valjka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(0, 0, 6)$ ,  $N(0, 12, 6)$ ,  $r = 4$ ] i sfere  $\Psi$ [središte  $S(0, 6, 5)$ , polumjer sfere odredite tako da plohe imaju zajedničku dirnu ravninu s gornje strane].

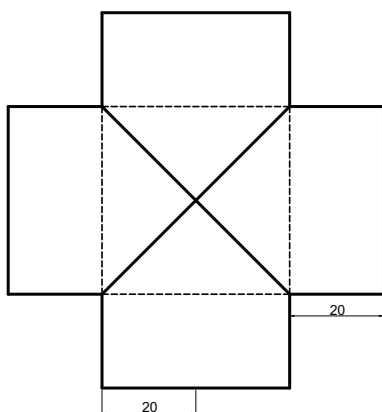
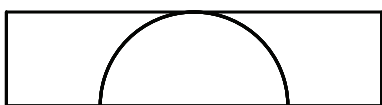
Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.

  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(-21, 19, 0)$  i  $(-13, 27, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(-20, \infty, \infty)$  i  $\Sigma(\infty, \infty, -4)$ .
  - Što možete reći o prodornoj krivulji i dobivenim ortogonalnim projekcijama?
- Modelirajte spoj dviju cijevi jednakih profila. Cijevi pri modeliranju tretirajte kao plohe, tj. bez debljine.



### 3. grupa zadataka

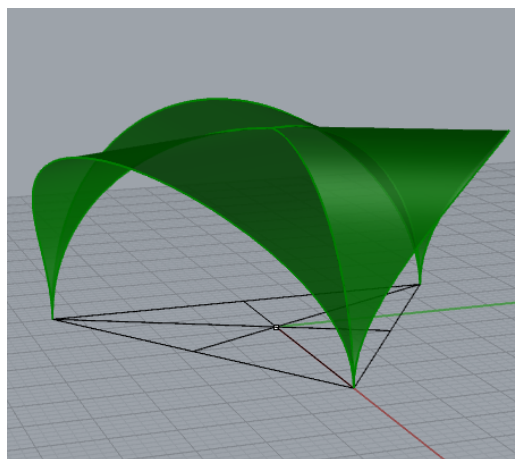
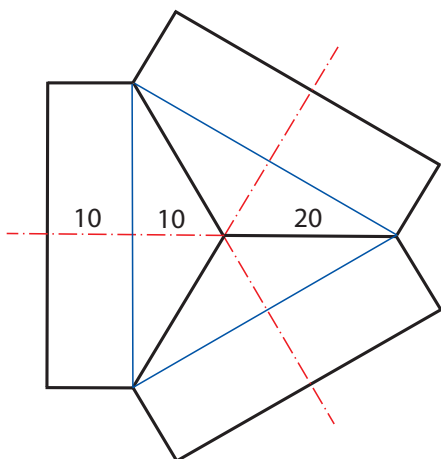
- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 0)$ ,  $V(15, 0, 0)$ ,  $r = 6$ ] i sfere  $\Psi$ [ $O(6, 1, 0)$  središte,  $r = 4.5$ ].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u jednoj njezinoj točki koja leži u  $xz$  ravnini. Od četiri takve točke, odaberite onu koja je najviša.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(7.5, 5.5, 0)$ ,  $V(7.5, 5.5, 12)$ ,  $r = 6$ ] i rotacijskog valjka  $\Psi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(9, 0, 3.5)$ ,  $N(9, 11, 3.5)$ ]. Polumjer osnovice valjka odredite tako da plohe s desne strane imaju zajedničku dirnu ravninu. Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na ravnine  $\Delta(\infty, \infty, -4)$ ,  $\Sigma(\infty, 20, \infty)$  i  $\Gamma$ , gdje je  $\Gamma$  vertikalna ravnina koja prolazi točkama  $(2, 22, 0)$  i  $(-7, 13, 0)$ .
  - Što možete reći o prodornoj krivulji i dobivenim ortogonalnim projekcijama?
- Na slici su tlocrtom i nacrtom zadana dva sukladna kružna poluvaljka. Natkrijte kvadratni tlocrt (koji se podudara sa crtkanim kvadratom na slici) *samostanskim* i *križnim* svodom. Križni svod omeđite plaštom rotacijskog stošca čija je baza opisana kvadratnom tlocrtu, a vrh mu je točka  $V(0, 0, -50)$ . Svodove modelirajte u istoj datoteci i spremite u različite lejere.



Knežev dvor (Dubrovnik)

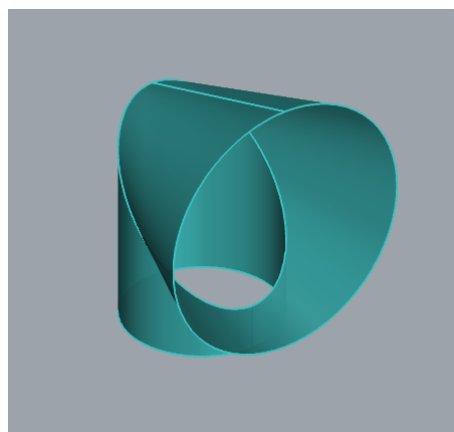
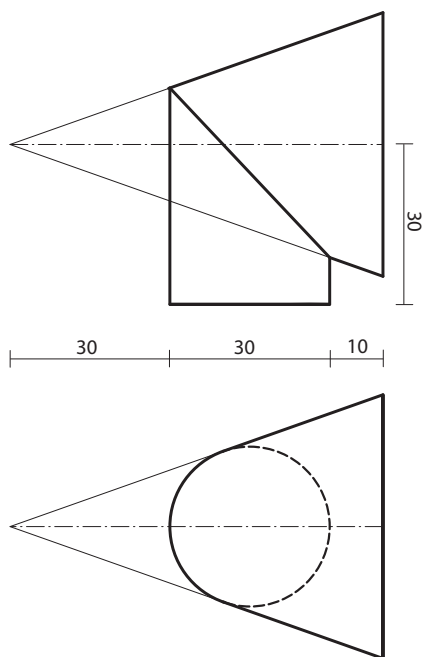
#### 4. grupa zadataka

1. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi[S(7, 0, 0)$  središte osnovice,  $r = 4$ ,  $V(7, 10, 0)$  vrh] i sfere  $\Psi[O(7, 5, -1)$  središte,  $r = 3$ ].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u jednoj njezinoj točki koja leži u  $xy$  ravnini.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(5, 6, 0)$ ,  $V(5, 6, 14)$ ,  $r = 5$ ] i rotacijskog valjka  $\Psi$ [os  $\overline{MN}$ ,  $M(-2, 7, 5)$ ,  $N(13, 7, 5)$ , polumjer osnovice odredite tako da plohe imaju s prednje strane zajedničku dirnu ravninu]. Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(-10, 0, 0)$  i  $(0, -10, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(\infty, 20, \infty)$  i  $\Sigma(-5, \infty, \infty)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
3. Tri rotacijska valjka, kojima osi leže u  $xy$ -ravnini i sijeku se u ishodištu, imaju iste polumjere osnovica. Dijelovi gornjih polovina tih valjaka čine svod. Prikažite dio tog svoda koji je omeđen rotacijskim valjkom čija osnovica prolazi sjecištima tlocrtnih izvodnica valjaka.



## 5. grupa zadataka

1. Konstruirajte prodornu krivulju dvaju rotacijskih valjaka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(6, 6, 0)$ ,  $N(6, 6, 10)$ ,  $r = 5$ ] i  $\Psi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{PQ}$ ,  $P(7, 0, 4)$ ,  $Q(7, 12, 4)$ ,  $r = 3.5$ ].
  - Konstruirajte tangentu dobivene krivulje u njezinoj točki  $T(-, 3, -)$ . Od dva rješenja za točku  $T$  odaberite ono koje je više.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
  
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 6)$ ,  $V(0, -14, 6)$ ,  $r = 6$ ] i sfere  $\Psi$ [središte  $O(-2, -6, 6)$ , polumjer sfere odredite tako da plohe imaju zajedničku dirnu ravninu s desne strane].
  - Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(-12, 10, 0)$  i  $(-5, 13, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(-16, \infty, \infty)$  i  $\Sigma(\infty, \infty, -2)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
  
3. Modelirajte spoj cilindrične i konusne cijevi.

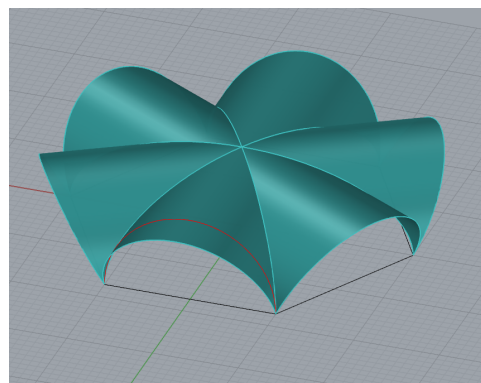
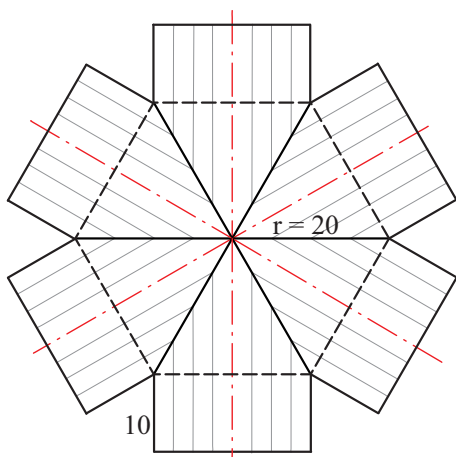


## 6. grupa zadataka

1. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog valjka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(6, 0, 4)$ ,  $N(6, 15, 4)$ ,  $r = 3$ ] i rotacijskog stošca  $\Psi$ [središte osnovice,  $r = 5$ ,  $V(6, 7, -2)$  vrh].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u njezinoj točki  $T$  koja leži na desnoj izvodnici stošca s nožištem u točki  $(-5, 8)$  i na gornjoj strani valjka.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
  
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 4)$ ,  $V(14, 0, 4)$ ,  $r = 4$ ] i sfere  $\Psi$ [središte  $O(4, 0, 3)$ , polumjer sfere odredite tako da plohe imaju zajedničku dirnu ravninu s gornje strane].  
Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(-11, -1, 0)$  i  $(-8, 9.5, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(\infty, 15, \infty)$  i  $\Sigma(\infty, \infty, -3)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
  
3. Zadani šesterokutni tlocrt (na slici istaknut crtkanom linijom) natkrijte s dijelovima tri sukladna rotacijska poluvaljka kojima se osi, koje su na crtežu označene crvenom bojom, sijeku. Na crtežu su istaknute i izvodnice tih valjaka.

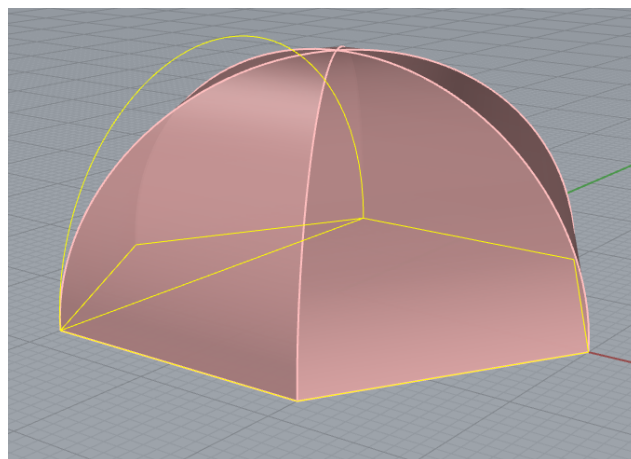
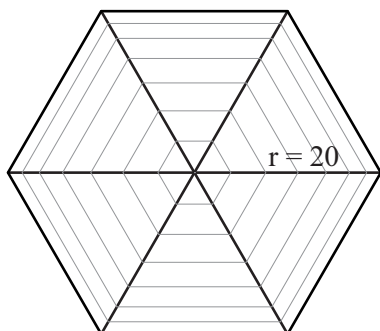
Konstruirani svod omeđite prodornom krivuljom valjaka i sfere koja prolazi vrhovima tlocrtnog šesterokuta, a središte joj je u točki  $S(0, 0, 10)$ .

UPUTA: Modelirajte dijelove samo jednog valjka, a zatim primijenite rotaciju oko osi  $z$



## 7. grupa zadataka

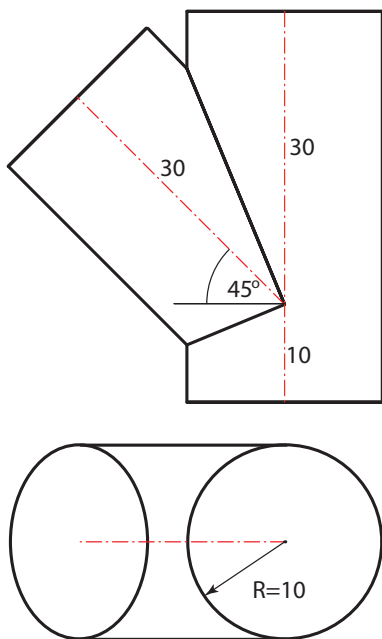
1. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog valjka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(0, 6, 4)$ ,  $N(15, 6, 4)$ ,  $r = 3$ ] i rotacijskog stošca  $\Psi$ [središte osnovice,  $r = 5.5$ ,  $V(7, 6, -2)$  vrh].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u njezinoj desnoj najvišoj točki.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 7)$ ,  $V(14, 0, 7)$ ,  $r = 7$ ] i sfere  $\Psi$ [središte  $O(6, 2, 7)$ , polumjer sfere odredite tako da plohe imaju zajedničku dirnu ravninu s prednje strane]. Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(-11, 5, 0)$  i  $(-7.5, 12, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(\infty, 20, \infty)$  i  $\Sigma(\infty, \infty, -3)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
3. Zadani šesterokutni tlocrt natkrijte s dijelovima tri sukladna rotacijska poluvaljka kojima se osi, u  $xy$  ravnini, sijeku. Na crtežu su istaknute izvodnice tih valjaka.



UPUTA: Modelirajte dijelove samo jednog valjka, a zatim primijenite rotaciju oko osi  $z$

## 8. grupa zadataka

1. Konstruirajte prodornu krivulju sfere  $\Phi$ [središte,  $r = 4.5$ ] i rotacijskog stošca  $\Psi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 0)$ ,  $V(15, 0, 0)$ ,  $r = 6$ ].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u jednoj njezinoj točki koja leži u  $xz$  ravnini. Od četiri takve točke, odaberite onu koja je najviša.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog valjka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(5, 6, 0)$ ,  $N(5, 6, 11)$ ,  $r = 3.5$ ] i rotacijskog stošca  $\Psi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 5, 6)$ ,  $V(14, 5, 6)$ , polumjer osnovice odredite tako da plohe s prednje strane imaju zajedničku dirnu ravninu]. Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na ravnine  $\Sigma(\infty, 20, \infty)$ ,  $\Delta(\infty, \infty, -5)$  i  $\Gamma$ , gdje je  $\Gamma$  vertikalna ravnina kroz točke  $(-10, 10, 0)$  i  $(-2, 18, 0)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
3. Modelirajte spoj dviju cijevi jednakih profila čije se osi sijeku u ishodištu. Cijevi pri modeliranju tretirajte kao plohe, tj. bez debljine.





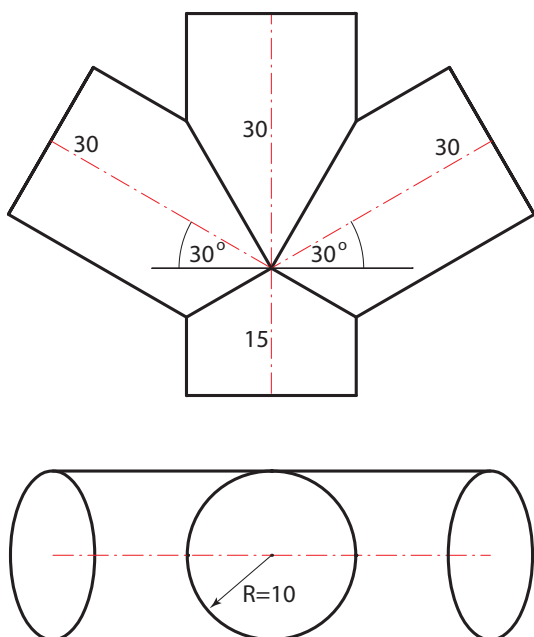
## 9. grupa zadataka

1. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog valjka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(-1, 7, 0)$ ,  $N(-1, 7, 12)$ ,  $r = 4$ ] i rotacijskog stošca  $\Psi$ [središte osnove,  $r = 5$ ,  $V(0, 0, 6)$  vrh].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u jednoj od njezinih točaka koje leže u horizontalnoj ravni koja prolazi vrhom  $V$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_2$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 5)$ ,  $V(0, -10, 5)$ ,  $r = 5$ ] i sfere  $\Psi$ [središte  $O(0, -4, 4)$ , polumjer sfere odredite tako da plohe imaju zajedničku dirnu ravninu s gornje strane].

Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.

  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(4, 6, 0)$  i  $(10, 0, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(-8, \infty, \infty)$  i  $\Sigma(\infty, \infty, -2)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
3. Modelirajte spoj triju cijevi jednakih profila čije se osi sijeku u ishodištu.

Cijevi pri modeliranju tretirajte kao plohe, tj. bez debljine.



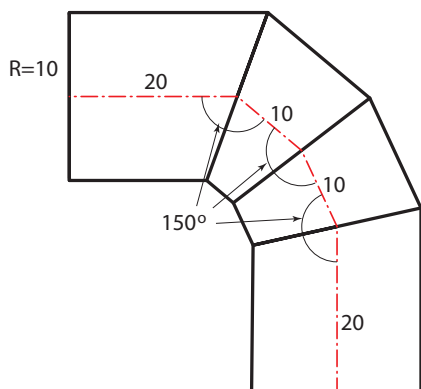
## 10. grupa zadataka

- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi[S(0,0,0)$  središte osnovice,  $r = 5$ ,  $V(0,0,12)$  vrh] i sfere  $\Psi[O(-1,1,5)$  središte,  $r = 4]$ .
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u jednoj njezinoj točki koja leži u  $yz$  ravnini.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
- Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog valjka  $\Phi$ [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(0,4,5)$ ,  $N(11,4,5)$ ,  $r = 3.5$ ] i rotacijskog stošca  $\Psi$ [osnovica  $\Pi_1$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(5.5,2.5,0)$ ,  $V(5.5,2.5,11)$ , polumjer osnovice odredite tako da plohe imaju s prednje strane zajedničku dirnu ravninu].

Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.

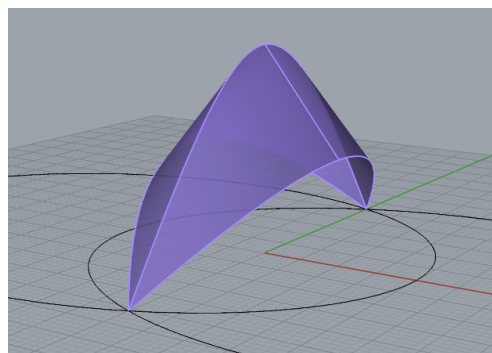
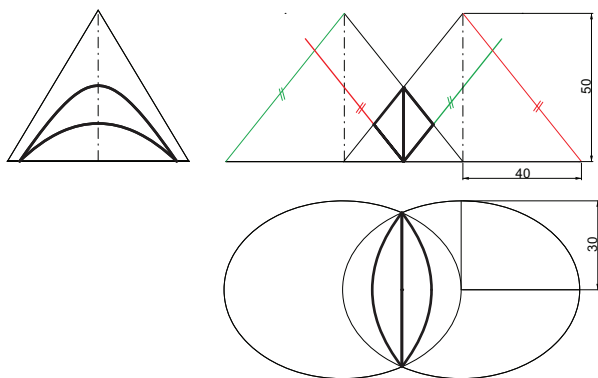
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(10,20,0)$  i  $(20,10,0)$ , te na ravnine  $\Gamma(\infty, \infty, -4)$  i  $\Sigma(-5, \infty, \infty)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
- Modelirajte spoj sastavljen od četiri cijevi jednakih profila čije se osi sijeku.

Cijevi pri modeliranju tretirajte kao plohe, tj. bez debljine.



## 11. grupa zadataka

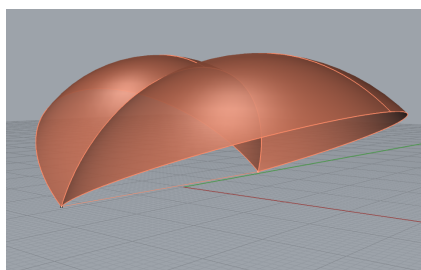
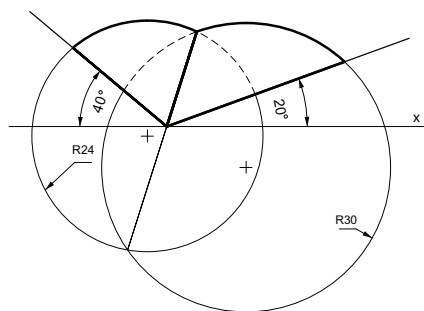
1. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskih valjaka  $\Phi$  [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(5, 5, 0)$ ,  $N(5, 5, 10)$ ,  $r = 3$ ] i  $\Psi$  [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{PQ}$ ,  $P(0, 5, 5)$ ,  $Q(10, 5, 5)$ ,  $r = 4$ ].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u njezinoj točki  $T(7, -, -)$  koja leži na gornjoj, desnoj strani krivulje.
  - Što znate o prodornoj krivulji zadanih valjaka?
  
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$  [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(0, 0, 6)$ ,  $V(14, 0, 6)$ ,  $r = 6$ ] i sfere  $\Psi$  [središte  $O(6, 2, 6)$ , polumjer sfere odredite tako da plohe imaju zajedničku dirnu ravninu s prednje strane]. Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(-9, 3, 0)$  i  $(-6, 10, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(\infty, 20, \infty)$  i  $\Sigma(\infty, \infty, -2)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
  
3. Na slici su tlocrtom i nacrtom zadana dva sukladna stošca koji su simetrični s obzirom na bokocrtnu  $yz$  ravninu. Stošci su uspravni, a osnovice su im elipse u  $xy$  ravnini. Prikažite onaj dio njihovih plašteva koji je istaknut na slici. Što možete reći o krivuljama koje se nalaze na rubu dobivenog objekta, a što o krivulji koja leži u njegovoj ravnini simetrije?



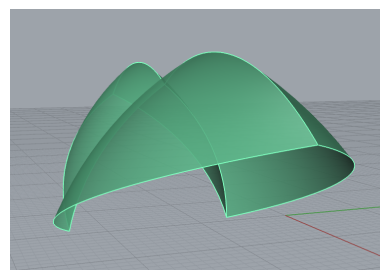
## 12. grupa zadataka

1. Konstruirajte prodornu krivulju dvaju valjaka  $\Phi$  [os  $\overline{MN}$ ,  $M(1, 11, 0)$ ,  $N(11, 4, 0)$ ,  $r = 5$ ] i  $\Psi$  [os  $\overline{UV}$ ,  $U(3, 3, 0)$ ,  $V(10, 12.5, 0)$ ,  $r = 4$ ].
  - Konstruirajte tangentu prodorne krivulje u jednoj od njezine dvije najviše točke.
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji?
  
2. Konstruirajte prodornu krivulju rotacijskog stošca  $\Phi$  [osnovica u  $\Pi_1$ , os  $\overline{SV}$ ,  $S(4, 5.5, 0)$ ,  $V(4, 5.5, 10)$ ,  $r = 4$ ] i rotacijskog valjka  $\Psi$  [osnovica u  $\Pi_3$ , os  $\overline{MN}$ ,  $M(0, 5, 3)$ ,  $N(8, 5, 3)$ , polumjer osnovice valjka odredite tako da plohe imaju s prednje strane zajedničku dirnu ravninu].  
Istaknite dvostruku točku prodorne krivulje.
  - Prodornu krivulju i njezinu istaknutu dvostruku točku ortogonalno projicirajte na vertikalnu ravninu koja prolazi točkama  $(15, 10, 0)$  i  $(9, 16, 0)$ , te na ravnine  $\Gamma(\infty, 16, \infty)$  i  $\Sigma(-3, \infty, \infty)$ .
  - Što znate o dobivenoj prodornoj krivulji i njenim projekcijama?
  
3. Dvije su sfere zadane svojim središtima  $S_1(15, 0, -8.5)$ ,  $S_2(-5.5, 0, -2)$  i polumjerima  $r_1 = 30$ ,  $r_2 = 24$ . (Na donjoj slici prikazani su njihovi meridijani u  $xz$  ravnini.)
  - (a) Konstruirajte ljusku čiji je nacrt istaknut na prvoj slici. Ona se sastoji od onog gornjeg dijela svake od sfera koji ne pripada nutrini one druge, a omeđen je 2. projicirajućom ravninom koja prolazi zajedničkom tetivom sfera u  $xy$  ravnini i s tom ravninom zatvara kut koji je dan na prvoj slici.
  - (b) Ravninom  $y = -15$  razdijelite dobiveni objekt na dva dijela. Veći dio obrišite, a manji zrcalite s obzirom na ravninu siječenja te na taj način formirajte novu ljusku.

\*Zadatak je inspiriran detaljem krova zgrade Sydneyske opere.



a



b